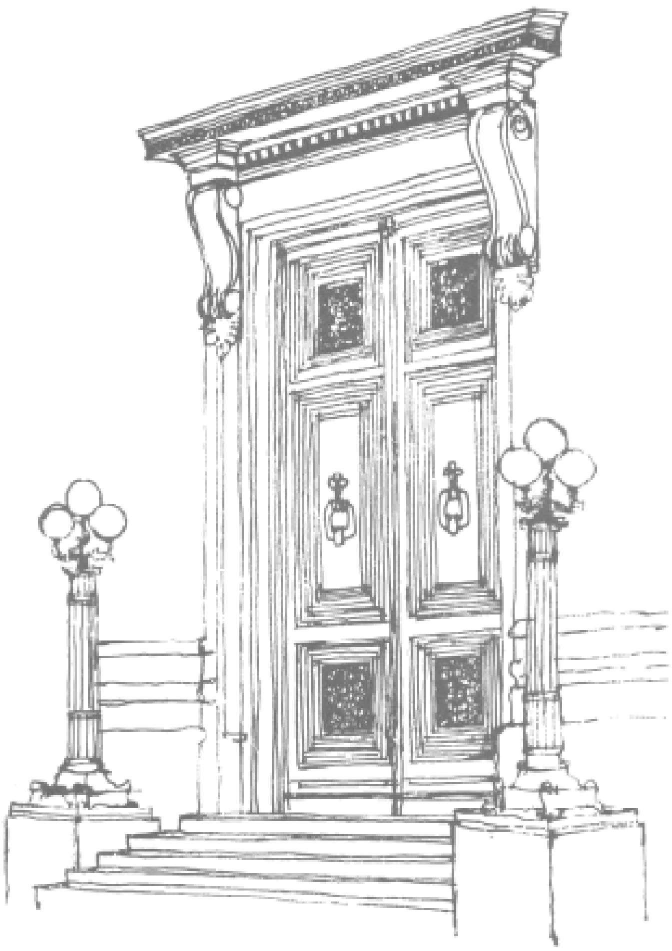
ESTUDIOS ECONÓMICOS ESTADÍSTICOS

BANCO CENTRAL DE CHILE



Diagnóstico de estacionalidad con X-12-ARIMA

Mauricio Gallardo
Hernán Rubio

N.° 76 - Junio 2009

STUDIES IN ECONOMIC STATISTICS

CENTRAL BANK OF CHILE

BANCO CENTRAL DE CHILE

CENTRAL BANK OF CHILE

Los *Estudios Económicos Estadísticos* - hasta el número 49, *Serie de Estudios Económicos* - divulgan trabajos de investigación en el ámbito económico estadístico realizados por profesionales del Banco Central de Chile, o encargados por éste a especialistas o consultores externos. Su contenido se publica bajo exclusiva responsabilidad de sus autores y no compromete la opinión del Instituto Emisor. Estos trabajos tienen normalmente un carácter definitivo, en el sentido de que, por lo general, no se vuelven a publicar con posterioridad en otro medio final, como una revista o un libro.

As from issue number 50, the *Series of Economic Studies* of the Central Bank of Chile will be called *Studies in Economic Statistics.*

Studies in Economic Statistics disseminates works of investigation in economic statistics carried out by professionals of the Central Bank of Chile or by specialists or external consultants. Its content is published under exclusive responsibility of its authors and it does not reflect the opinion of the Central Bank. These documents normally are definitives and are not made available in any other media such as books or magazines.

Estudios Económicos Estadísticos del Banco Central de Chile
Studies in Economic Statistics of the Central Bank of Chile
ISSN 0716 - 2502

Agustinas 1180, primer piso.
Teléfono: (56-2) 6702475; Fax: (56-2) 6702231

Estudios Económicos Estadísticos
N° 76

Studies in Economic Statistics
N° 76

Diagnóstico de estacionalidad con X-12-ARIMA

Mauricio Gallardo
Universidad Nacional de La Plata

Hernán Rubio
Banco Central de Chile

Resumen

Este documento es una nota metodológica orientada a ayudar a resolver dos problemas prácticos que deben enfrentar típicamente los usuarios no especializados del programa de ajuste estacional X-12-ARIMA: (i) determinar si hay evidencia estadística de la existencia de estacionalidad en la serie de tiempo estudiada y (ii) evaluar la calidad del ajuste estacional que se ha realizado. Se explica algunos de los resultados estándares del módulo X-11 del X-12-ARIMA, disponibles en varios manuales. No obstante, este documento ofrece la ventaja de ir directamente a la solución práctica de los dos puntos señalados, a través de casos prácticos y reproduciendo la construcción de los contrastes de presencia de estacionalidad y de los estadísticos de evaluación de calidad del ajuste estacional de manera simple y comprensiva.

Abstract

This paper is a methodological note focusing on helping to resolve two practical problems that typically the non specialized users confront when using the X-12-ARIMA seasonal adjustment program. First, we assess whether there is statistical evidence that seasonality is present in the time series under study and second, we evaluate the quality of the seasonal adjustment. We discuss some standard results of X-11 module in the X-12-ARIMA that are available in several handbooks. This paper, however, offers the advantage of going directly to the explanation of the practical solution of the two issues mentioned above, by analyzing practical cases and reproducing in a simple and comprehensive way the construction of the tests of presence of seasonality and the statistics of evaluation of seasonal adjustment.

1. Introducción

En el análisis macroeconómico se ha vuelto extensivo el uso de herramientas computacionales para remover la estacionalidad inherente a muchas series de tiempo económicas. Una de las herramientas más usadas en la práctica es el programa de ajuste estacional X-12-ARIMA, cuya primera versión fue difundida a finales del siglo pasado (Findley *et al*., 1998), como un desarrollado más avanzado de los métodos de ajuste estacional producidos anteriormente por el *US Bureau of Census* y el *Statistics Canada* entre los años cincuenta y ochenta[1].

El uso de este programa requiere de algunos conocimientos especializados que están disponibles en sendos manuales[2], producidos principalmente por las instituciones estadísticas donde estos métodos se desarrollaron. Los bancos centrales y centros de investigación económica por su parte, comúnmente cuentan con personal estadístico especializado en programas de ajuste estacional, quienes apoyan el trabajo de los macroeconomistas. No obstante, en la práctica, muchos economistas que requieren remover la estacionalidad de las series temporales que usan en sus análisis o en sus trabajos de investigación, no son especialistas en estos procedimientos, ni cuentan con el apoyo de estadísticos especializados. Un gran número de ellos no requiere estudiar un manual completo de ajuste estacional y lo único que necesitan es aprender a correr el programa, saber si las series de tiempo que van a utilizar tienen comportamiento estacional o no, y si las series ajustadas estacionalmente, que arroja el procedimiento computacional, son utilizables o no en la práctica.

Este documento tiene por objeto satisfacer la necesidad de usuarios no especializados del X-12-ARIMA, que ya han aprendido a correr el programa al menos en forma automática, pero que no saben como interpretar el diagnóstico de estacionalidad que se provee en sus resultados. En el documento se explica de manera comprensiva, como se construyen e interpretan los contrastes de estacionalidad y de evaluación de la calidad del ajuste estacional incorporados en esta rutina.

Con la lectura y comprensión de esta nota metodológica, cualquier usuario no especializado del X-12-ARIMA, estará en capacidad de tomar dos decisiones básicas muy relevantes, a la hora de enfrentar el problema de remover la estacionalidad de una serie de tiempo económica: (i) determinar si hay evidencia estadística de la existencia de estacionalidad en dicha serie de tiempo y (ii) evaluar la calidad estadística del ajuste estacional que se ha realizado.

El primer punto no puede obviarse, porque al utilizar el X-12-ARIMA en forma mecánica, sin prestar atención a los resultados de los contrastes de existencia de estacionalidad, se corre el riesgo de remover "estacionalidad" donde no la hay. En cuanto al segundo punto, este también es fundamental, primero, porque no tiene mucho sentido económico, ni estadístico, utilizar series ajustadas estacionalmente, cuando tal ajuste estacional es de mala calidad; segundo, porque los estadísticos de calidad del ajuste estacional indican como debe ser tomada en cuenta la información que arroja la serie ajustada estacionalmente, para interpretar la trayectoria y los cambios coyunturales de una serie de tiempo económica. Si la calidad del ajuste estacional es satisfactoria,

[1] Después de la Segunda Guerra Mundial, el surgimiento de los computadores permitió el desarrollo y la aplicación de avanzados métodos de ajuste estacional. En los años cincuenta, las investigaciones de Julius Shiskin llevaron al surgimiento de los programas de ajuste estacional *Census Method I* (1954) y *Census Method II* (1957), en el *US Bureau of Census*. A partir de estos métodos, se elaboraron después once versiones de programas experimentales de ajuste estacional, desde el X-1 hasta el X-11, que se produjo a mediados de los años sesenta (Shiskin, Young y Musgrave, 1967). En los años setenta y ochenta en *Statistics Canada* se desarrolló el método X-11-ARIMA (Dagum, 1975, 1980 y 1988), predecesor del X-12-ARIMA, ambos con características muy similares. Ha habido ya varias versiones del X-12-ARIMA y en la actualidad está disponible la versión 3.0 (Ver: U.S. Census Bureau, 2007). Para conocer detalles de los más recientes desarrollos del X-12-ARIMA puede consultarse Monsell et al. (2003) y Findley (2005).

[2] Véanse entre otros: U.S. Census Bureau (2007), Banco Central Europeo (2000), Ladiray y Quenneville (2001a, 2001b y 1999), Dagum (1988).

entonces, la serie ajustada estacionalmente, o su media móvil, nos brindan información útil acerca de la trayectoria y los cambios coyunturales de dicha serie. Por el contrario, si tales estadísticos indican por ejemplo, que los cambios en tal serie están determinados en gran medida por la varianza del componente irregular, por su persistencia, por factores estocásticos ligados a la propia estacionalidad, u otros factores que contaminan el análisis económico, entonces, no tiene sentido invertir esfuerzos en interpretar la trayectoria, o los cambios coyunturales de la serie ajustada estacionalmente.

Los contrastes de presencia y de evaluación de la estacionalidad que se tratan en esta nota metodológica son los siguientes: prueba F de estacionalidad estable, prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, contraste de estacionalidad móvil, contraste combinado de presencia de estacionalidad estable y estadísticos de calidad del ajuste estacional. Todos ellos corresponden al módulo X-11 del X-12 ARIMA[3].

Para facilitar la comprensión de los contenidos, estos se presentan siguiendo un caso práctico. Se toma la serie del Indicador Mensual de la Actividad Económica (IMACEC), una de las series de tiempo de mayor relevancia pública en Chile y se reproducen uno a uno, los cálculos de todos los estadísticos y de los procedimientos de contrastes analizados, acompañando esto con explicaciones intuitivas. Posteriormente se realiza un diagnóstico de estacionalidad en dos casos más, con series de tiempo económicas de características muy distintas a las del IMACEC, para situar al lector en diversos escenarios.

Este documento se organiza en tres partes, en la sección 2 se explican los contrastes básicos de presencia de estacionalidad siguiendo el caso del IMACEC, en la sección 3 se explican los estadísticos de calidad del ajuste estacional y en la sección 4 se desarrollan dos análisis de casos. Al final se presentan las conclusiones.

2. Contrastes de presencia de estacionalidad

El objetivo de los contrastes de presencia estacionalidad que ofrece el módulo X-11 del X-12-ARIMA es determinar si en la serie de tiempo bajo objeto de estudio hay evidencia estadística de un comportamiento estacional. En caso contrario, el ajuste estacional de dicha serie de tiempo carece de sentido y debe ser desechado.

Lo primero que el usuario debe hacer, para determinar si la serie de estudio es estacional o no, es dirigirse a la Tabla D8 del archivo de resultados del programa. Este archivo se encuentra en el directorio del X-12 bajo el nombre “dato.out”.

[3] El X-12-ARIMA integra dos procedimientos o módulos. El primero de ellos es el Reg-ARIMA, en el cual se estima un modelo ARIMA estacional (SARIMA), que cumple principalmente las siguientes funciones: proyectar y retroproyector valores de la serie de tiempo a fin de no perder observaciones al momento de aplicar filtros de medias móviles en una etapa posterior, estimar el efecto calendario y detectar y estimar el efecto de las observaciones extremas. Por su parte, el módulo X-11 tiene la función de descomponer la serie de tiempo entre sus elementos de ciclo-tendencia, estacional e irregular, a través de la aplicación de diferentes filtros de medias móviles. Un manual disponible en español que contiene los temas que corresponden al módulo X-11 del X-12-ARIMA, parte de los cuales se tratan en esta nota, es el texto de Ladiray y Quenneville (2001a). Pueden consultarse también los textos en inglés del U.S. Census Bureau (2007), Ladiray y Quenneville (2001b) y Dagum (1988). Mientras que si se quiere leer solamente una introducción a los procedimientos del Reg-ARIMA y del X-11, se pueden consultar Jorrat et al. (2005) y Villareal (2005).

La Tabla D8 presenta la serie original ajustada por efecto calendario[4] y sin el componente de ciclo-tendencia. Como se sabe, en el caso de un modelo de serie de tiempo multiplicativo[5], para remover la ciclo-tendencia, se divide la serie original entre tal componente. Mientras que en el caso de un modelo aditivo, el componente ciclo-tendencia se remueve restándolo de la serie original. De modo que la serie presentada en la Tabla D8 está calculada del siguiente modo:

D8 = C19/D7, para el caso multiplicativo;
D8 = C19 – D7, para el caso aditivo;

donde C19 es la serie filtrada del efecto calendario[6] y D7 es la serie de ciclo-tendencia.

Dicho de otro modo, la Tabla D8 presenta conjuntamente los componentes estacional e irregular, multiplicados o sumados, según corresponda el tipo de modelo definido.

En lo subsiguiente, adoptaremos la convención de llamar *factor SI*, a la multiplicación (o suma), de los componentes estacional e irregular, que se presentan en la Tabla D8. Se advierte también al lector, que la serie C19 no está corregida por observaciones extremas[7], de modo que el *factor SI* de la Tabla D8 es un *factor SI* que suele llamarse "no modificado". A continuación se muestra la Tabla D8 para la serie del IMACEC[8].

[4] Excepto si el ajuste estacional se realiza con la opción en que no se estima el efecto calendario. Los datos de la serie original ajustada por el efecto calendario son reportados en la tabla C19, mientras que los de la serie original sin ajuste por efecto calendario corresponden a la tabla B1. Si se desea una descripción de los contenidos de las diferentes tablas que se reportan en los resultados del módulo X-11, consulte a Ladiray y Quenneville (1999, 2001a ó 2001b).

[5] En una tradición que data desde Persons (1919), las series de tiempo económicas se suelen descomponer básicamente en cuatro elementos: una tendencia o trayectoria de largo plazo, un movimiento ondulatorio cíclico alrededor de tal tendencia, una variación estacional infra anual y un componente irregular de carácter residual. A partir de ello, si designamos como X_t a una serie temporal cualquiera y denotamos: T_t su tendencia, C_t su ciclo, S_t su componente estacional e I_t su componente irregular, entonces X_t se puede modelar en forma multiplicativa como $X_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t$, en forma aditiva como $X_t = T_t + C_t + S_t + I_t$, o en forma seudo aditiva como $X_t = T_t C_t \left(S_t + I_t - 1\right)$. En el X-12-ARIMA el componente cíclico no va separado del componente de tendencia, sino que van unidos como componente de ciclo-tendencia.

[6] Si al momento de correr el programa no se eligió la opción de estimar el efecto calendario, entonces, en lugar de remover la tendencia de la serie C19 se remueve de la serie B1. Véase el comentario de pie de página 4.

[7] En la parte de los procedimientos X-11 se realiza una corrección del componente irregular por observaciones extremas, de manera que la aplicación de los filtros de medias móviles de la rutina del programa no se vea distorsionada por el efecto de los valores atípicos. En la tabla C19, los datos aún no se encuentran ajustados por observaciones extremas. Para detalles véase Ladiray y Quenneville (2001a ó 2001b).

[8] Para todo este ejercicio se utilizó la serie del IMACEC del período "enero 1986-diciembre 2007", publicada en marzo del 2008. El ajuste estacional se efectuó con el modelo ARIMA sugerido por el Banco Central de Chile en la publicación correspondiente del IMACEC.

Tabla 1: Ejemplo de la Tabla D8

D 8 Final unmodified SI ratios

Año	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	AVGE
1986	99.3	91.8	106.5	103.7	103.5	100.2	96.4	95.5	94.7	102.8	100.7	101.0	99.7
1987	100.0	94.7	109.2	103.3	104.6	101.4	96.0	94.3	93.4	100.9	101.1	99.4	99.9
1988	102.3	93.7	108.0	101.2	104.0	101.9	96.9	95.7	93.3	101.0	100.3	100.6	99.9
1989	101.4	93.3	106.8	103.3	105.5	104.7	97.8	96.8	94.3	100.7	99.7	99.1	100.3
1990	103.4	95.1	108.7	102.5	104.0	101.0	93.9	95.0	92.7	101.0	99.1	98.8	99.6
1991	104.0	93.9	107.8	101.8	106.3	102.6	95.0	94.0	93.4	101.8	99.6	98.5	99.9
1992	103.8	94.6	106.3	102.0	103.0	101.9	99.5	97.5	95.8	102.2	100.1	98.3	100.4
1993	101.5	94.3	105.9	101.5	102.9	102.2	99.1	97.8	95.4	100.4	99.1	99.5	100.0
1994	101.8	94.4	107.5	101.4	105.1	102.0	96.0	96.5	94.0	99.9	98.3	97.2	99.5
1995	102.2	95.5	105.7	102.4	104.9	102.2	98.2	97.2	94.7	101.3	99.6	100.1	100.3
1996	100.2	94.7	106.8	102.4	103.6	100.8	97.7	98.0	96.2	100.0	98.7	102.5	100.1
1997	100.2	93.4	105.6	100.8	104.6	99.1	97.5	98.6	96.2	100.6	99.9	104.0	100.0
1998	99.8	93.2	106.4	103.6	105.0	100.3	98.9	99.4	96.9	99.7	97.6	101.9	100.2
1999	99.1	92.8	105.4	99.6	102.3	99.1	97.2	98.1	96.7	102.7	101.1	105.0	99.9
2000	101.2	93.6	106.5	101.5	102.1	98.0	98.1	97.8	96.2	101.3	99.6	103.9	100.0
2001	99.5	93.9	107.5	101.2	103.2	100.4	97.4	97.7	96.7	101.0	99.2	102.9	100.0
2002	101.2	93.4	106.9	101.4	102.8	99.3	96.1	97.5	96.0	100.5	99.2	103.6	99.8
2003	99.0	93.2	108.7	104.1	103.9	98.6	98.9	97.6	96.0	99.4	98.0	102.6	100.0
2004	98.0	92.4	107.8	104.3	103.6	96.9	99.4	97.9	96.5	101.1	99.1	104.0	100.1
2005	98.2	91.6	107.4	104.9	103.5	97.7	99.0	98.0	96.2	99.6	98.7	104.7	100.0
2006	97.7	92.4	107.5	104.8	104.4	98.0	98.1	96.1	96.1	99.9	98.5	104.9	99.9
2007	97.9	92.9	110.0	106.4	105.3	98.5	98.2	95.9	95.9	98.7	98.4	103.9	100.2
AVGE	100.5	93.6	107.2	102.6	104.0	100.3	97.5	96.9	95.3	100.8	99.3	101.6	

Al lado derecho de la Tabla D8, en la última columna, tenemos el promedio del *factor SI* de todos los meses (de los trimestres en el caso de una serie trimestral) de cada año. Mientras, en la fila inferior tenemos el promedio del *factor SI* de todos los años para cada mes (para cada trimestre en el caso trimestral).

La simple observación de tales datos permite conjeturar si la dispersión de éstos alrededor de su media entre los meses, es mayor o no, que su dispersión respecto de la media para cada mes específico. Esta conjetura tiene el siguiente sentido intuitivo: si la estacionalidad de la serie es estable y el componente irregular no domina sobre el componente estacional, deberíamos esperar que la varianza de los datos entre meses sea mayor que la varianza de los datos para cada mes específico. Si sucediese lo contrario, entonces no habría estacionalidad. Pero como a simple vista no se puede determinar si lo que se conjetura con la observación de los datos de la Tabla D8 es válido o no, se requiere entonces de un contraste estadístico como el que se explica a continuación.

2.1. La prueba F de estacionalidad estable

Esta prueba se funda en un análisis de la varianza del *factor SI* de la Tabla D8, a partir de la intuición recién indicada.

El sentido de la prueba es el siguiente: se dispone de k muestras de meses (k=12), o de trimestres (k=4), de tamaños $n_1, n_2, \ldots, n_k$, (según el número de años para los que se disponga de observaciones de cada mes o trimestre), para el *factor SI*. Cada una de estas muestras debe corresponder a un nivel diferente del factor estacional. Si la estacionalidad es estable, se supone que el factor estacional debe incidir solamente sobre las diferencias de medias entre las distribuciones de las k muestras y no sobre las varianzas al interior de cada muestra. De modo que si descomponemos la varianza total entre aquella explicada por la estacionalidad (varianza de las medias entre las k muestras de meses o trimestres) y varianza residual (varianza generada dentro de las k muestras de meses o trimestres), es posible contrastar la presencia de estacionalidad estable a través de una prueba estadística simple que nos indique cual de las dos varianzas es mayor.

Para ello se asume que cada una de las k muestras es derivada de una variable aleatoria X_i, que sigue un proceso gausiano, con media m_i y desviación estándar σ. La varianza total S^2 estimada se puede descomponer del siguiente modo[9]:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_j}(X_{ij} - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(\overline{X}_i - \overline{X})^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_j}(X_{ij} - \overline{X}_i)^2 \qquad (1)$$

Donde, X_{ij} es el *factor SI* de la *j-ésima* observación correspondiente a la *i-ésima* muestra de meses o trimestres; $\overline{X}_i$ es la media de las observaciones correspondientes al *i-ésimo* mes o trimestre y $\overline{X}$ es la media de todas las observaciones de las k muestras de meses o trimestres.

Nótese que el primer término del lado derecho en la identidad (1) es la varianza de las medias muestrales o varianza ***entre*** los meses (o ***entre*** los trimestres), la cual se supone debida a la estacionalidad. Esta varianza la denotamos S_s^2.

$$S_s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(\overline{X}_i - \overline{X})^2 \ . \qquad (2)$$

Mientras el segundo término del lado derecho en la identidad (1) es la varianza residual o varianza ***en*** los meses (o ***en*** los trimestres), que denotamos S_R^2.

$$S_R^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X}_i\right)^2 \qquad (3)$$

Por lo que la varianza total se descompone en varianza explicada por la estacionalidad (varianza ***entre*** períodos) y varianza residual (varianza ***en*** los períodos):

$$S^2 = S_S{}^2 + S_R{}^2 \qquad (4)$$

Luego, se puede demostrar que si se cumple el supuesto de normalidad de las variables aleatorias X_i, el estadígrafo:

$$F_s = \frac{S_s{}^2 / (k-1)}{S_R{}^2 / (n-k)} \qquad (5)$$

sigue una distribución *F de* Fisher, con *(k-1)* grados de libertad en el numerador y *(n-k)* grados de libertad en el denominador. De modo que si designamos como m_i a la media correspondiente a cada una de las k muestras, es posible contrastar la siguiente hipótesis:

[9] Esta ecuación se conoce en la literatura como Ecuación de Análisis de Varianza. Véase Ladiray y Quenneville (2001).

$$H_o: \; m_1 = m_2 = \ldots = m_k$$

$$H_1: \; m_p \neq m_q \text{ al menos para un par } (p,q) \qquad (6)$$

Si la hipótesis nula (H_o) es rechazada, significa que hay evidencia de que las medias de las k muestras son distintas y por lo tanto estamos en presencia de estacionalidad estable. En caso contrario, no hay evidencia de estacionalidad estable.

El resultado de la Prueba F de estacionalidad estable se encuentra en la Tabla D8.A del archivo de resultados del X-12-ARIMA. Para el caso que estamos siguiendo, este resultado se presenta en la Tabla 2.

En la primera columna de los resultados de la prueba F en la Tabla D8.A en orden descendente se presentan las sumas de cuadrados correspondientes a las varianzas: entre meses (S_S^2), residual (S_R^2) y total (S^2). En la segunda columna están calculados los grados de libertad. Como en el ejemplo, k=12 meses y n=264 observaciones, entonces para el estadígrafo *F de* Fisher calculado hay 11 grados de libertad en el numerador (k-1) y 252 en el denominador (n-k). Los grados de libertad de la varianza total o suma de cuadrados totales son obviamente N-1= 263. La tercera columna, es la división de la primera columna, entre la segunda, es decir, son los cuocientes $S_S^2/(n-1)$ y $S_R^2/(n-k)$, también llamados "cuadrados medios". Es decir, que en la tercera columna se presentan respectivamente, el numerador y el denominador del estadígrafo *F de* Fisher. Mientras, en la última columna se presenta el resultado final del estadígrafo *F* calculado conforme a la fórmula (5).

Tabla 2: Ejemplo de la prueba F de estacionalidad estable (D.8.A)

D 8.A F-tests for seasonality
Test for the presence of seasonality assuming stability.

	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-Value
Between months	3467.0911	11	315.19010	136.540**
Residual	581.7193	252	2.30841	
Total	4048.8104	263		

**Seasonality present at the 0.1 percent level.

El valor calculado del estadígrafo F es comparado automáticamente, dentro de la rutina del programa, con el valor F crítico al 0.1%, que es el nivel de significancia con que se realiza esta prueba habitualmente. El motivo de un valor crítico tan exigente se debe a que algunos supuesto no siempre se cumplen en este test, por ejemplo: que la componente irregular no esté autocorrelacionada o que siga una distribución normal.

La interpretación del contraste se encuentra en la línea inferior de la Tabla D.8.A, que en nuestro ejemplo dice que hay presencia de estacionalidad al nivel de 0.1%. En otras palabras, la hipótesis nula es rechazada en el ejemplo, al 0.1% de significancia.

2.2. La prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis

La limitación que tiene la prueba F de estacionalidad estable es que supone normalidad del componente irregular de la serie. Si el componente irregular no sigue una distribución normal, tal contraste estadístico no es válido.

Como alternativa al análisis de varianza de la prueba F de estacionalidad estable, el X-12-ARIMA ofrece también en la Tabla D8.A, el resultado del contraste de Kruskal-Wallis. Este contraste es una prueba de amplio uso, cuyo propósito es similar al análisis de varianza de la prueba anterior, puesto que está dirigida a evaluar también si estadísticamente existe diferencia entre las medias de las k muestras de meses o trimestres. La hipótesis nula es exactamente la misma planteada en (6), sólo que el contraste se realiza por un procedimiento no paramétrico que se detalla a continuación.

Primero se establece un ranking de todas las observaciones de la Tabla D8 y se sustituye cada observación por el lugar que ocupa dentro del ranking general. La observación menor debe tener el valor 1, la siguiente el valor 2 y así sucesivamente. En la Tabla 3 se muestra un ejemplo en donde se reproduce el cálculo del estadístico de Kruskal-Wallis para la serie del IMACEC. Esta Tabla muestra el ranking de los *factores SI* que ya se presentaron en la Tabla 1. El menor *factor SI* corresponde a febrero del año 2005 y el mayor a marzo de 2007.

Las últimas filas de la Tabla 3 se presentan: la suma de los valores que ocupan en el ranking de observaciones las k muestras de meses, los cuadrados de dichas sumas, los tamaños muestrales para cada mes y las razones de los cuadrados de sumas de ranking entre los tamaños muéstrales de cada mes. La intuición que está detrás es que dichas sumas al cuadrado corregidas por los tamaños muestrales deberían ser diferentes, si es que las muestras provienen de distribuciones con distinta media. De hecho se observa claramente que los valores menores corresponden a febrero y los mayores a marzo, que es lo que uno esperaría en una serie como el IMACEC, ya que febrero es el mes más corto del año y en el cual muchos chilenos acostumbran tomarse vacaciones, por lo tanto hay menor producción, mientras que marzo es el mes en que se inicia el año escolar y cuando los chilenos habitualmente regresan de las vacaciones.

Tabla 3: Ejemplo de cálculo del estadístico Kruskal-Wallis a partir del ordenamiento de los datos de la Tabla D8

Año	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1986	119	2	250	215	210	144	53	37	28	200	152	158
1987	138	30	263	207	228	174	45	24	15	156	162	121
1988	191	17	260	165	223	183	59	38	10	161	145	150
1989	173	11	251	206	241	231	75	58	23	153	133	108
1990	208	34	262	195	222	160	19	33	5	159	110	103
1991	221	20	259	180	246	197	32	21	12	179	127	96
1992	216	27	245	184	204	182	125	68	39	187	140	92
1993	177	25	244	175	202	188	111	76	35	148	113	126
1994	178	26	257	172	238	185	43	55	22	135	93	64
1995	190	36	243	194	235	189	91	62	31	169	128	141
1996	143	29	252	193	212	155	72	80	51	139	100	196
1997	142	14	242	154	229	109	66	99	52	151	136	220
1998	134	8	247	211	237	146	105	122	61	132	70	181
1999	112	6	240	131	192	115	63	86	57	199	163	236
2000	168	16	249	176	186	83	88	77	50	170	129	219
2001	124	18	255	166	205	147	65	71	56	157	116	203
2002	167	13	253	171	201	118	47	67	42	149	117	214
2003	107	9	261	225	217	98	104	69	44	123	85	198
2004	84	4	258	226	213	60	120	78	54	164	114	224
2005	90	1	254	233	209	74	106	81	49	130	101	230
2006	73	3	256	232	227	82	87	48	46	137	95	234
2007	79	7	264	248	239	97	89	41	40	102	94	218
S_j	3234	356	5565	4259	4816	3117	1665	1391	822	3400	2623	3732
S_j^2	10458756	126736	30969225	18139081	23193856	9715689	2772225	1934881	675684	11560000	6880129	13927824
n_j	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
$\frac{S_j^2}{n_j}$	475398	5761	1407692	824504	1054266	441622	126010	87949	30713	525455	312733	633083

Para probar si estadísticamente los rangos del ordenamiento anterior son distintos para las k muestras de meses, se utiliza el siguiente estadístico de Kruskal-Wallis:

$$W = \frac{12}{N \times (N+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{S_j^{\,2}}{n_j} - 3(N+1) \tag{7}$$

donde S_j es la suma de los rangos de las observaciones correspondientes a cada muestra de mes o trimestre y W sigue una distribución *Chi Cuadrado*, con *k-1* grados de libertad. El resultado del contraste de Kruskal-Wallis que entrega el X-12-ARIMA (Tabla D8.A.) para el caso que estamos siguiendo, se presenta a continuación:

Tabla 4: Contraste de Kruskal-Wallis (D8.A)

Nonparametric Test for the Presence of Seasonality Assuming Stability

Kruskal-Wallis Statistic	Degrees of Freedom	Probability Level
221.3046	11	0.000%

Seasonality present at the one percent level.

En la columna de la izquierda se presenta el estadístico de Kruskal-Wallis calculado, en la siguiente columna los grados de libertad y en la última, el valor p correspondiente. En nuestro ejemplo, la hipótesis nula se rechaza a cualquier nivel de significancia. En la línea inferior aparece un enunciado con la interpretación del resultado: "Hay presencia de estacionalidad al nivel de 1%".

2.3. Contraste de estacionalidad móvil

El resultado de este contraste se presenta también en la Tabla D8.A. Este contraste fue propuesto por Higginson (1975) y al igual que los anteriores, consiste en una descomposición de varianza, sólo que en este caso se analizan los *factores SI* en dos dimensiones temporales: el año y el período estacional (mes o trimestre).

Se parte del siguiente modelo para la componente irregular de la serie *SI* de la Tabla D8:

$$X_{ij} = \left| SI_{ij} - \mu \right| = b_i + m_j + e_{ij} \tag{8}$$

donde X_{ij} es la desviación absoluta con respecto a su media en el mes o trimestre j del año i, del *factor SI* [10] ($\mu=1$ en el caso multiplicativo o $\mu=0$ en el caso aditivo); m_j designa el efecto del *j-ésimo* mes o trimestre; b_i designa el efecto del *i-ésimo* año, para los N años en que se dispone de todos los períodos estacionales completos; mientras que e_{ij} representa el efecto de residuos independientes e idénticamente distribuidos en la forma de un proceso gausiano de media cero. El desarrollo del contraste sólo aplica a las observaciones con años completos para todos los meses o trimestres.

[10] En la tabla D8 del archivo de resultados del programa X-12-ARIMA el factor SI aparece multiplicado por 100, aquí se supone que se encuentra en su forma original, es decir: D8/100.

El análisis de varianza se funda en la siguiente descomposición:

$$\sigma^2 = \sigma_m^2 + \sigma_b^2 + \sigma_e^2 \tag{9}$$

Donde σ^2 es la varianza total, σ_m^2 es la varianza "entre períodos estacionales" (entre meses o trimestres), σ_b^2 es la varianza "entre años" y σ_e^2 es la varianza "residual". Ello se puede expresar también en términos de sumas de cuadrados:

$$S^2 = S_m^2 + S_b^2 + S_e^2 \tag{10}$$

En donde S^2 es la suma de cuadrados totales, mientras que los subíndices *m*, *b* y *e*, corresponden a las desviaciones cuadráticas "entre períodos estacionales", "entre años" y "residual" respectivamente.

La suma de cuadrados "entre períodos estacionales" se define del siguiente modo:

$$S_m^2 = N\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{X}j - \bar{X}\right)^2 \tag{11}$$

donde, *N* es el número de años con meses o trimestres completos, $\bar{X}j$ es el promedio de cada *j-ésimo* período estacional para los *N* años disponibles, mientras que $\bar{X}$, es el promedio de toda la muestra.

Por su parte, la suma de cuadrados "entre años" se puede expresar mediante la fórmula:

$$S_b^2 = k\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{X}i - \bar{X}\right)^2 \tag{12}$$

siendo *k*, el número de períodos estacionales (12 meses ó 4 trimestres) y $\bar{X}i$, el promedio de las observaciones en cada *i-ésimo* año, para los *k* meses o trimestres.

Finalmente, la suma de cuadrados del componente residual se expresa como sigue:

$$S_e^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{k}\left(X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{X}\right)^2 \tag{13}$$

El estadístico del contraste es el siguiente:

$$F_M = \frac{S_b{}^2/(N-1)}{S_R{}^2/(N-1)(k-1)} \tag{14}$$

Bajo la hipótesis nula *"Ho: $b_1 = b_2 = b_3 = \ldots = b_N$",* el estadístico F_M sigue una distribución F de Fisher, con *(N-1)* grados de libertad en el numerador y *(N-1)(k-1)* grados de libertad en el denominador.
La intuición que está detrás de la hipótesis, es que si el efecto de los años es el mismo para los N años, entonces la volatilidad de la serie es explicada por el componente estacional (efecto mes o trimestre), de modo que si la hipótesis nula no se rechaza, estamos en presencia de una estacionalidad que es móvil a lo largo del período de observación analizado.

En la Tabla 5 se muestra el resultado del contraste de estacionalidad móvil que arroja el resultado del X-12-ARIMA para el ejemplo de la serie IMACEC. En la primera columna se presentan las sumas de cuadrados entre años y residual. En la segunda columna se muestran los grados de libertad: *N-1=22-1=21* y *(N-1)(k-1)=(21)(11)=231*. La tercera columna es la división de los datos de la primera entre la segunda, mientras que la última columna muestra el estadístico F calculado. Nuestro ejemplo muestra evidencia de estacionalidad móvil a un nivel de significancia del 1%.

Tabla 5: D8.A: Contraste de estacionalidad móvil

Moving Seasonality Test

	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-value
Between Years	66.7302	21	3.177627	2.392**
Error	306.8417	231	1.328319	

**Moving seasonality present at the one percent level.

La falta de estacionalidad móvil es una cualidad deseable en cualquier serie de tiempo estacional. Por el contrario, como lo indica Higginson (1975), cuando se está en presencia de este tipo de estacionalidad, las proyecciones del X-12-ARIMA son de mala calidad y además como los factores estacionales son cambiantes, se está expuesto también a importantes revisiones.

Higginson (1975) indica también que en ciertos casos la estacionalidad móvil puede ser evitada al cambiar un modelo multiplicativo por uno aditivo y viceversa.

2.4. Contraste combinado de estacionalidad identificable

En el caso que hemos analizado para la serie del IMACEC, las decisiones han sido muy simples, porque los resultados de los contrastes de presencia de estacionalidad han ido en la misma dirección. No obstante, esto no sucede siempre, siendo frecuente más bien encontrar contradicciones en los resultados de los contrastes. Por ello y para poder analizar conjuntamente estos antecedentes, Lothian y Morry (1978a) crean un contraste combinado de estacionalidad identificable. Este contraste también se incluye en la Tabla D8.A del archivo de resultados.

Para realizar este contraste, se construye un estadístico T, con los valores F de la prueba paramétrica de estacionalidad estable *(F_E)* y del contraste de estacionalidad móvil (F_M), del siguiente modo:

$$T = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{2}} \tag{15}$$

$$T_1 = \frac{7}{F_E} \tag{16}$$

$$T_2 = \frac{3F_M}{F_E} \tag{17}$$

Para que haya presencia de estacionalidad identificable se requiere $T<1$. La intuición que está detrás es fácil de interpretar en términos prácticos, tal como se explica a continuación.

Si el estadístico F_E es lo suficientemente grande como para que se rechace la hipótesis de igualdad de las medias de los *factores SI* entre períodos estacionales, entonces, debe ser que $T_1<1$. Asimismo, si el F_E es lo suficientemente predominante sobre F_M, como para que la presencia de estacionalidad estable domine sobre la de estacionalidad móvil, debe ser que $T_2<1$. Finalmente, si ambas condiciones se cumplen conjuntamente, tendríamos que $T<1$ también.

En el caso que seguimos del IMACEC tenemos que $F_E = 136.54$ (Tabla 2), por lo tanto $T_1 = 7/136.54 = 0.05127<1$; $F_M = 2.392$ (Tabla 5), de modo que $T_2 = 3\ F_M / F_E = 0.05256<1$ y $T=0.2278<1$.

Pero el resultado del contraste combinado de estacionalidad identificable no se decide solamente por el estadístico T, sino por toda la batería de pruebas que se han presentado hasta acá. De acuerdo con Ladiray y Quenneville (1999, 2001a y 2001b)[11] la forma en que opera el contraste combinado de estacionalidad identificable para decidir un resultado se explica a continuación.

(i) Si en el resultado de la prueba F de presencia de estacionalidad estable no detecta este tipo de estacionalidad en la serie analizada al 0,1% de significancia, entonces, el contraste combinado de estacionalidad concluye: "No hay estacionalidad identificable".

(ii) Si por el contrario, el resultado de la prueba F sugiere presencia de estacionalidad estable al 0,1% de significancia, entonces el contraste combinado tomará en cuenta el resultado de la prueba de estacionalidad móvil al 5% de significancia. Si este último resultado indica presencia de estacionalidad móvil, entonces el contraste combinado continúa con el cálculo del estadístico T. Luego, si $T \geq 1$ entonces el contraste combinado de estacionalidad concluye que: "No hay estacionalidad identificable".

(iii) Si tal como en (ii), el resultado de la prueba F sugiere presencia de estacionalidad estable al 0,1% de significancia y en la prueba de estacionalidad móvil se rechaza la hipótesis nula (es decir, no hay evidencia de estacionalidad móvil), o $T<1$, entonces el contraste combinado tomará en cuenta el cálculo de los estadísticos T_1 y T_2. Si $T_1 \geq 1$ ó $T_2 \geq 1$ el contraste combinado concluye: "Probablemente no hay estacionalidad identificable".

(iv) Si pasa lo mismo que en (iii), pero $T_1 < 1$ y $T_2 < 1$, entonces el contraste combinado tomará en cuenta el resultado del contraste no paramétrico de Kruskal-Wallis al 0,1% de significancia. Si este último contraste indica que no hay presencia de estacionalidad estable, entonces el contraste combinado concluye: "Probablemente no hay estacionalidad identificable". Pero si en este punto, el resultado del contraste no paramétrico al 0,1% de significancia indica presencia de estacionalidad estable, entonces, el contraste combinado concluye: "Hay

[11] Ladiray y Quenneville (1999) proponen un esquema explicativo de cómo opera este contraste en el diagrama de la página 80. Dicho diagrama se presenta también en Ladiray y Quenneville (2001a y 2001b).

Estacionalidad identificable". De modo que el contraste combinado de estacionalidad identificable, tiene tres conclusiones posibles: "No hay estacionalidad identificable", "Probablemente no hay estacionalidad identificable" o "Hay Estacionalidad identificable".

En el ejemplo que estamos siguiendo el resultado del contraste combinado se enuncia del siguiente modo en la Tabla D8.A:

"COMBINED TEST FOR THE PRESENCE OF IDENTIFIABLE SEASONALITY IDENTIFIABLE SEASONALITY PRESENT"

Se concluye entonces, que para el caso del IMACEC estamos en presencia de estacionalidad identificable.

3. Estadísticos de evaluación de calidad del ajuste estacional

Una vez que se han revisado los resultados de los contrastes de estacionalidad y que se ha llegado a la conclusión de que una serie de tiempo denota un comportamiento estacional estadísticamente identificable, el siguiente paso es evaluar la calidad del ajuste estacional.

Los estadísticos que permiten evaluar la calidad del ajuste estacional son presentados en la Tabla F3[12]. La tabla muestra un listado de once indicadores designados con la letra *M* seguidos de un número correlativo (*M1, M2,.., M11*), además de la prueba *Q* consistente en un promedio ponderado de los estadísticos *M*. El listado de tales antecedentes se presenta a continuación:

Tabla 6: Listado de estadísticos de calidad del ajuste estacional (F3)

Estadístico	Significado
M1	Contribución Relativa del Componente Irregular a la Varianza de la Serie Original.
M2	Contribución Relativa del Componente Irregular a la varianza de la serie ajustada estacionalmente.
M3	Proporción de la variación promedio del componente irregular respecto de la variación promedio de la tendencia-ciclo.
M4	Cuantificación de la autocorrelación del componente irregular medida por la duración media de rachas crecientes o decrecientes.
M5	Número de períodos estacionales requeridos para que el cambio en el componente de ciclo-tendencia supere al cambio en el componente irregular.
M6	Proporción del cambio anual del componente irregular respecto del cambio anual del componente estacional.
M7	Proporción de estacionalidad móvil presente en la serie comparada con la estacionalidad estable.
M8	Tamaño de las fluctuaciones del componente estacional a lo largo de la serie completa. Es la variación absoluta media del componente estacional para todos los períodos estacionales a lo largo de la serie completa.
M9	Movimiento lineal promedio del componente estacional a través de la serie completa.
M10	Lo mismo que M8 pero sólo para los últimos años.

[12] Un análisis detallado acerca de la construcción de estos estadísticos se encuentra en Lothian y Morry (1978b).

M11	Lo mismo que M9 pero sólo para los últimos años.
Q	Promedio ponderado de los estadísticos M.

Todos los estadísticos de calidad del ajuste estacional de la Tabla F3 están construidos de forma que facilita su interpretación. Ellos alcanzan valores entre cero y tres. En el caso que el estadístico M sea menor o igual a uno la calidad del ajuste estacional bajo criterio que se está evaluando se considera aceptable, entre más cercano a cero se encuentre, es mejor. Si es superior a uno, se considera que la calidad del ajuste estacional es deficiente a partir de tal criterio.

Continuando con nuestro ejemplo, la siguiente tabla muestra que todos los estadísticos se ubican dentro del rango considerado aceptable, a excepción de M4. Dado que M4 es mayor que uno, significa que hay autocorrelación en el componente irregular, lo cual pone en tela de duda el resultado de la prueba F de estacionalidad estable vista anteriormente[13]. No obstante, el balance global es a favor de presencia de estacionalidad identificable, con lo que la calidad del ajuste estacional de la serie del IMACEC es buena puesto que el estadístico Q es menor que uno.

Tabla 7: Estadísticos de calidad del ajuste estacional (F3)

Estadístico M	Evaluación
M1	0.305
M2	0.132
M3	0.101
M4	1.459
M5	0.327
M6	0.076
M7	0.228
M8	0.398
M9	0.258
M10	0.439
M11	0.439
Q	0.370
Q (sin M2)	0.400
Decisión	Aceptada

Basados principalmente en el documento de Ladiray y Quenneville (2001b), a continuación se hace una descripción detallada del método de cálculo de cada una de los estadísticos de calidad de ajuste presentados. Se añaden algunos comentarios pertinentes, con el objeto de comprender mejor lo que persigue cada una de ellos.

3.1. Estadístico M1:

En una serie que posea una fuerte influencia de la componente irregular resultará difícil identificar su componente estacional. El estadístico M1 calcula la contribución del factor irregular a la varianza total. Lothian y Morry (1978b) demostraron que, para una serie mensual, el rezago de diferenciación 3 es el que permite la mejor comparación de las contribuciones respectivas de la componente irregular y estacional[14]. Un rezago de tres meses corresponde a un trimestre, así en series

[13] Uno de los supuestos de la prueba F es que el componente irregular sea independiente.

[14] Diferenciar una serie tiende a remover su tendencia lineal, esto con el fin de hacer que esta sea estacionaria. Desafortunadamente, esta diferenciación también afecta la varianza de las otras componentes. Lothian y Morry (1978b)

trimestrales el rezago de diferenciación es 1. Sin perder generalidad, el estadístico M1 para una serie mensual se define como:

$$M1 = 10 \times \frac{\bar{I}_3^2 / \bar{O}'^2_3}{1 - \bar{P}_3^2 / \bar{O}'^2_3}, \tag{18}$$

donde:

$\bar{O}_3 \approx \bar{O}'_3 = \bar{C}_3^2 + \bar{S}_3^2 + \bar{P}_3^2 + \bar{D}_3^2 + \bar{I}_3^2$, corresponde aproximadamente a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la serie original (Tabla A1 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

$\bar{C}_3 = \dfrac{1}{N-3}\displaystyle\sum_{t=4}^{n} \left| D12_t / D12_{t-3} - 1 \right|$, corresponde a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la tendencia-ciclo, que por estar diferenciada su contribución debería ser pequeña (Tabla D12 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

$\bar{S}_3 = \dfrac{1}{N-3}\displaystyle\sum_{t=4}^{n} \left| D10_t / D10_{t-3} - 1 \right|$, corresponde a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la serie de coeficientes estacionales finales (Tabla D10 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

$\bar{P}_3 = \dfrac{1}{N-3}\displaystyle\sum_{t=4}^{n} \left| A2_t / A2_{t-3} - 1 \right|$, corresponde a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la serie de coeficientes de ajustes preliminares obtenidos en la primera etapa del programa[15] (Tabla A2 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

$\bar{D}_3 = \dfrac{1}{N-3}\displaystyle\sum_{t=4}^{n} \left| C18_t / C18_{t-3} - 1 \right|$, corresponde a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la serie de coeficientes finales para días hábiles (Tabla C18 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

$\bar{I}_3 = \dfrac{1}{N-3}\displaystyle\sum_{t=4}^{n} \left| D13_t / D13_{t-3} - 1 \right|$, corresponde a la tasa promedio de crecimiento absoluto sobre tres meses de la componente irregular final (Tabla D13 del archivo de resultados del X-12-ARIMA).

Estos últimos cálculos se pueden obtener de la Tabla F2.A, que contiene las evoluciones medias (en porcentaje) de las componentes según el rezago. O en su defecto, de la Tabla F2.B que muestra las contribuciones relativas de las componentes a las evoluciones de la serie original para cada rezago $(100 \times (\bar{I}_t^2 / \bar{O}'^2_t))$:

---

demostraron que una serie mensual diferenciada a 3 meses (1 trimestre para el caso trimestral) es óptima porque mantiene la proporción original de la varianza entre la componente estacional e irregular.

[15] El programa X-12-ARIMA consta de siete etapas, la primera de ellas permite realizar correcciones a priori de la serie, introduciendo coeficientes de ajustes (llamados permanentes). Por ejemplo para corregir ciertos días feriados o capturar efectos de observaciones extremas (por ejemplo alguna huelga).

Así, en nuestro ejemplo:

$$M1 = 10 \times \frac{(3.05/100)}{1-0} = 0.305 \qquad (19)$$

Con lo que el estadístico M1 es considerado aceptable, dado que la contribución de la componente irregular a la varianza total no supera el 10%.

Tabla 8: Contribuciones relativas a la varianza (F2.B)

F 2.B: Relative contributions to the variance of the percent change in the components of the original series

Span in months	E3 I	D12 C	D10 S	A2 P	D18 TD&H	TOTAL	RATIO (X100)
1	3.19	1.33	89.57	0.00	5.91	100.00	98.75
2	3.91	4.34	87.21	0.00	4.53	100.00	104.48
3	3.05	7.42	87.65	0.00	1.87	100.00	102.19
4	2.83	11.89	82.21	0.00	3.07	100.00	93.27
5	4.28	25.85	66.64	0.00	3.23	100.00	91.32
6	3.86	27.35	66.85	0.00	1.95	100.00	99.93
7	4.01	39.99	52.51	0.00	3.49	100.00	115.27
8	2.23	34.91	61.30	0.00	1.55	100.00	121.24
9	2.22	43.05	53.55	0.00	1.19	100.00	108.93
10	2.21	53.64	41.67	0.00	2.48	100.00	105.29
11	2.15	63.75	32.44	0.00	1.66	100.00	86.51
12	2.50	96.37	0.06	0.00	1.07	100.00	98.25

3.2. Estadístico M2:

El cálculo del estadístico M2 es similar al visto anteriormente, sin embargo este busca determinar la contribución de la componente irregular a la varianza de la serie previamente ajustada de su tendencia[16]. Está contribución, en porcentaje, se encuentra en la primera columna de Tabla F2.F del archivo de resultados del X-12-ARIMA. El estadístico M2 se define de la siguiente forma:

$$M2 = 10 \times \frac{Contribución(I)}{1 - Contribución(P)} \qquad (20)$$

donde: $Contribución(I)$ corresponde a la contribución relativa de la componente irregular a la varianza de la parte ajustada de su tendencia[17] y $Contribución(P)$ corresponde a la contribución relativa de la serie de coeficientes de ajustes preliminares a la varianza de la parte corregida de su tendencia[18].

[16] Remover su tendencia busca hacer que la serie sea estacionaria.
[17] Para más detalle de la construcción de esta indicador ver Anexo.
[18] Para más detalle de la construcción de esta indicador ver Anexo.

Tabla 9: Contribuciones relativas a la varianza (F2.F)

F 2.F: Relative contribution of the components to the stationary portion of the variance in the original series

I	C	S	P	TD&H	Total
1.32	72.23	23.96	0.00	1.10	98.61

Así, en nuestro ejemplo tenemos que:

$$Contribuci\acute{o}n(I) = 1.32/100 = 0.0132$$

$$Contribuci\acute{o}n(P) = 0.00/100 = 0.0000\,,$$

luego:

$$M2 = 10 \times \frac{0.0132}{1-0} = 0.132\,.$$

Con lo que el estadístico M2 es aceptable.

Es posible que los estadísticos M1 y M2 tengan más dificultades de ser aceptados y no necesariamente el ajuste estacional sea malo. Esto se debe a que estos estadísticos suponen que en promedio el ciclo de la serie aporta entre un 5% a 10% a la parte estacionaria de la varianza[19]. Si la serie no tiene ciclo, el componente irregular puede contribuir entre 13 y 14% a la varianza total, resultado que excede a uno, sin embargo aún se considera aceptable.

3.3. Estadístico M3:

Es deseable que al momento de extraer la componente tendencia-ciclo, no sea muy importante la contribución de la componente irregular en la evolución de la estimación preliminar de la serie ajustada estacionalmente (recuérdese que el X-12-ARIMA estima sucesivamente cada una de las componentes de la serie en estudio hasta obtener la serie ajustada estacionalmente correcta). Si esto no ocurre, será muy difícil identificar estas dos componentes. El estadístico M3 evalúa dicha contribución de la siguiente forma:

$$M3 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\bar{I}}{\bar{\bar{C}}} - 1 \right), \tag{21}$$

donde:

[19] Ver Lothian y Morry (1978b)

$$\bar{C} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|\left(D12_i / D12_{i-1}\right)-1\right| \text{ y } \bar{I} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|\left(D13_i / D13_{i-1}\right)-1\right| \text{ para el caso}$$

multiplicativo.

$$\bar{C} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|D12_i - D12_{i-1}\right| \text{ y } \bar{I} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|D13_i - D13_{i-1}\right| \text{ para el caso aditivo.}$$

Estos cálculos se pueden obtener directamente de la tabla F2.H.

Tabla 10: Razones finales $\bar{I}/\bar{C}$ e $\bar{I}/\bar{S}$ (F2.H)

F 2.H:	
Razón $\bar{I}/\bar{C}$ final para D12:	1.20
Razón $\bar{I}/\bar{S}$ final para D10:	4.19

Luego:

$$M3 = \frac{1}{2}\times(1.20-1) = 0.10\ .$$

Con lo que el estadístico M3 es aceptable.

3.4. Estadístico M4:

Una de las hipótesis de base que condiciona el test de Fisher es que el componente irregular sea aleatorio. Este estadístico prueba la presencia de autocorrelación en la serie irregular utilizando la duración media de las frecuencias (ADR: Average Duration of Runs), que se puede obtener de la Tabla F2.D del archivo de resultados del X-12-ARIMA. El estadístico M4 se define como:

$$M4 = \frac{\left|\frac{N-1}{ADR} - \frac{2(N-1)}{3}\right|}{2.577\times\sqrt{\frac{16N-29}{90}}} \tag{22}$$

Recordemos que N corresponde al número total de observaciones. La Tabla F2.D se presenta a continuación:

Tabla 11: Duración media de las fases de crecimiento y de decrecimiento (F2.D)

F 2.D: Average duration of run

CI	I	C	mcd
2.14	1.75	87.67	6.07

Luego:

$$M4 = \frac{\left| \dfrac{264-1}{1.75} - \dfrac{2(264-1)}{3} \right|}{2.577 \times \sqrt{\dfrac{16 \cdot 264 - 29}{90}}} = 1.459 .$$

Con lo que el estadístico M4 no es considerado aceptable. Sin embargo y como se explicará al final de la descripción de este estadístico, esto no es determinante para estimar los factores estacionales de la serie.

La Tabla F2.D contiene las duraciones medias de las fases de crecimiento y de decrecimiento para algunas series. Para ello, se considera la serie de las evoluciones de la tasa de crecimiento, para el caso multiplicativo, o las evoluciones de los crecimientos, si es el caso aditivo. La duración de una fase de crecimiento (decrecimiento) es el número de términos positivos (negativos) sucesivos. Si un término es nulo, se lo considera en la fase en curso. Por ejemplo: consideremos la siguiente tabla, que contiene la componente irregular final de la serie analizada.

Tabla 12: Componente irregular final (D13)

D 13 Final irregular component

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1986	97.4	97.7	98.8	100.7	99.2	98.9	99.6	100.0	100.9	101.5	100.4	101.1
1987	97.9	100.8	101.3	100.5	100.2	100.0	99.2	98.7	99.7	99.5	100.8	99.7
1988	100.1	99.6	100.4	98.6	99.8	100.4	100.0	100.0	99.3	99.7	100.2	101.0
1989	99.1	99.2	99.3	100.8	101.3	103.1	100.8	100.8	100.2	99.4	99.7	99.6
1990	101.1	101.0	101.2	100.2	99.8	99.3	96.7	98.8	98.5	99.8	99.3	99.3
1991	101.6	99.6	100.5	99.7	101.9	100.8	97.7	97.5	99.1	100.8	99.9	98.9
1992	101.6	100.3	99.3	99.9	98.7	100.2	102.2	100.9	101.5	101.2	100.6	98.6
1993	99.5	100.0	99.1	99.5	98.7	100.7	101.7	100.8	100.7	99.6	99.8	99.4
1994	100.0	100.2	100.8	99.5	100.8	100.7	98.4	99.2	98.9	99.1	99.1	96.8
1995	100.8	101.4	99.3	100.5	100.9	101.2	100.6	99.6	99.3	100.5	100.3	99.2
1996	99.2	100.7	100.4	100.5	99.7	100.1	100.0	100.2	100.5	99.3	99.4	101.0
1997	99.5	99.5	99.3	98.9	100.8	98.7	99.7	100.8	100.4	100.0	100.7	101.9
1998	99.5	99.4	100.0	101.6	101.3	100.3	101.1	101.5	100.9	99.1	98.4	99.5
1999	99.1	99.1	98.9	97.5	98.8	99.4	99.3	100.1	100.5	102.1	101.9	102.1
2000	101.6	100.2	99.8	99.1	98.7	98.7	100.0	99.8	99.9	100.7	100.5	100.8
2001	100.1	100.8	100.5	98.5	99.8	101.4	99.2	99.7	100.3	100.5	100.1	99.6
2002	102.1	100.4	99.8	98.3	99.4	100.4	97.8	99.6	99.6	100.1	100.2	100.0
2003	100.2	100.3	101.3	100.7	100.3	99.9	100.6	100.0	99.7	99.1	99.1	98.9
2004	99.4	99.5	100.2	100.5	99.9	98.2	101.1	100.5	100.3	101.0	100.0	100.2
2005	99.9	98.8	99.6	100.6	99.6	99.2	100.6	100.7	100.0	99.7	100.0	100.8
2006	99.6	99.7	99.5	100.1	100.2	99.6	99.6	99.0	100.0	100.2	99.9	100.9
2007	100.0	100.4	101.7	101.4	100.9	100.2	99.7	98.9	99.8	99.1	99.8	99.7

La serie de tasas de crecimientos mensuales ($(D13_t \,/\, D13_{t-1}) * 100 - 100$) figura a continuación:

Tabla 13: Tasa de crecimiento mensual de la componente irregular

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1986		0.26	1.13	1.99	−1.57	−0.27	0.77	0.37	0.92	0.52	−1.08	0.76
1987	−3.15	2.89	0.56	−0.79	−0.32	−0.17	−0.79	−0.55	0.98	−0.11	1.28	−1.13
1988	0.40	−0.44	0.72	−1.74	1.18	0.66	−0.46	−0.01	−0.62	0.34	0.51	0.86
1989	−1.89	0.02	0.19	1.45	0.47	1.79	−2.24	0.09	−0.60	−0.83	0.30	−0.15
1990	1.56	−0.10	0.23	−1.08	−0.37	−0.48	−2.63	2.21	−0.36	1.38	−0.56	0.02
1991	2.37	−1.97	0.89	−0.86	2.28	−1.12	−3.11	−0.17	1.65	1.66	−0.83	−1.03
1992	2.70	−1.25	−1.03	0.66	−1.18	1.47	1.96	−1.24	0.58	−0.26	−0.61	−1.98
1993	0.91	0.52	−0.89	0.35	−0.83	2.04	1.00	−0.89	−0.11	−1.09	0.27	−0.41
1994	0.60	0.13	0.67	−1.36	1.38	−0.10	−2.30	0.78	−0.32	0.22	0.00	−2.30
1995	4.11	0.62	−2.09	1.24	0.39	0.32	−0.64	−0.99	−0.29	1.22	−0.14	−1.19
1996	0.04	1.50	−0.25	0.08	−0.77	0.33	−0.11	0.21	0.37	−1.28	0.16	1.64
1997	−1.54	−0.03	−0.14	−0.41	1.96	−2.15	1.00	1.14	−0.43	−0.42	0.75	1.21
1998	−2.39	−0.10	0.58	1.59	−0.29	−1.00	0.88	0.40	−0.63	−1.78	−0.66	1.06
1999	−0.37	0.00	−0.26	−1.36	1.30	0.65	−0.17	0.89	0.40	1.59	−0.20	0.18
2000	−0.55	−1.33	−0.40	−0.75	−0.40	0.03	1.35	−0.22	0.10	0.85	−0.23	0.30
2001	−0.69	0.65	−0.24	−2.05	1.31	1.63	−2.19	0.54	0.61	0.16	−0.34	−0.58
2002	2.57	−1.72	−0.54	−1.47	1.08	1.01	−2.61	1.88	0.02	0.42	0.18	−0.22
2003	0.14	0.15	1.00	−0.62	−0.35	−0.47	0.72	−0.59	−0.27	−0.59	−0.01	−0.20
2004	0.51	0.08	0.67	0.35	−0.62	−1.66	2.86	−0.53	−0.25	0.73	−1.02	0.24
2005	−0.32	−1.09	0.82	1.01	−1.03	−0.35	1.35	0.17	−0.70	−0.29	0.28	0.74
2006	−1.13	0.11	−0.22	0.63	0.10	−0.66	0.07	−0.62	0.95	0.22	−0.32	1.00
2007	−0.85	0.40	1.30	−0.30	−0.47	−0.69	−0.50	−0.82	0.88	−0.70	0.77	−0.10

La serie de las duraciones de las fases de crecimiento o de decrecimiento se presenta en la Tabla 14. La forma de leer esta tabla es simple, por ejemplo el número tres que se observa en abril de 1986, corresponde a las tres tasas de crecimiento positivas consecutivas para febrero, marzo y abril de 1986 que se muestran en la Tabla 13. Luego el dos que aparece en junio de 1986 corresponde a las dos tasas de crecimiento negativas consecutivas para mayo y junio de 1986 y así sucesivamente. Lo que se pretende con esto es determinar si existe alguna condicionalidad en la secuencia de los sucesos que se observan (en nuestro caso las tasas de crecimiento mensuales de la componente irregular).

Finalmente la penúltima fila representa el número total de fases para cada mes (263) y la fila final su frecuencia (152). Luego, la duración promedio es 263/152=1.75, que corresponde aproximadamente al valor del Tabla F2.D presentado anteriormente.

Tabla 14: Fases de crecimiento o decrecimiento

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1986				3		2				4	1	1
1987	1		2					5	1	1	1	1
1988	1	1	1	1		2			3			3
1989	1					5	1	1		2	1	1
1990	1	1	1				4	1	1	1	1	
1991	2	1	1	1	1			3		2		2
1992	1		2	1	1		2	1	1			3
1993		2	1	1	1		2			3	1	1
1994			3	1	1		2	1	1		2	1
1995		2	1			3			3	1		2
1996		2	1	1	1	1	1		2	1		2
1997				4	1	1		2		2		2
1998		2		2		2		2			3	1
1999				4		2	1			3	1	1
2000					5		2	1		2	1	1
2001	1	1		2		2	1			3		2
2002	1			3		2	1				4	1
2003			3			3	1					5
2004				4		2	1		2	1	1	1
2005		2		2		2		2		2		2
2006	1	1	1		2	1	1	1		2	1	1
2007	1		2					5	1	1	1	1
	11	15	19	30	13	30	20	25	15	31	19	35
	10	10	12	14	8	14	13	12	9	16	13	21

Un M4 mayor que 1, nos indica que existe una autocorrelación significativa en la componente irregular[20]. Esto no afectará la identificación de los factores estacionales de la serie debido a que el método X-11 obtiene la componente irregular como un residuo, pero si invalida el test F de estacionalidad identificable.

3.5. Estadístico M5:

Este estadístico mide el número de meses (o trimestres) que tarda el promedio de las variaciones (o desviaciones) de la serie tendencia-ciclo en dominar (en el sentido que tenga mayor importancia) la serie componente irregular. Al igual que el estadístico M3, permite comparar la importancia relativa de las componentes tendencia-ciclo e irregular. Se utiliza el valor MCD (Months for Cyclical Dominance), que corresponde al número de meses (o trimestres) k tal que:

$\bar{I}_j / \bar{C}_j < 1$, para todo $j \geq k$,

donde:

[20] Algunas veces esto se debe al diseño muestral implementado.

$\bar{C}_j = \dfrac{1}{N-j}\sum_{i=j+1}^{N}\left|\left(D12_i / D12_{i-j}\right)-1\right|$ y $\bar{I}_j = \dfrac{1}{N-j}\sum_{i=j+1}^{N}\left|\left(D13_i / D13_{i-j}\right)-1\right|$, para el caso multiplicativo.

$\bar{C}_j = \dfrac{1}{N-j}\sum_{i=j+1}^{N}\left|D12_i - D12_{i-j}\right|$ y $\bar{I}_j = \dfrac{1}{N-j}\sum_{i=j+1}^{N}\left|D13_i - D13_{i-j}\right|$, para el caso aditivo.

Así al observar la Tabla F2.E, el valor de MCD es igual a 3, que indica que toma tres meses el promedio de las variaciones (o desviaciones) de la serie tendencia-ciclo en dominar la serie irregular. Sin embargo, uno puede observar que el valor de $\bar{I}/\bar{C}$ es levemente superior a uno para un MCD=2, esto ocurre porque el estadístico MCD toma siempre valores enteros. Para solucionar este problema se hace una interpolación lineal. De esta forma el valor que se emplea en el estadístico M5 es el siguiente:

$$MCD' = (k-1) + \frac{\dfrac{\bar{I}_{k-1}}{\bar{C}_{k-1}} - 1}{\dfrac{\bar{I}_{k-1}}{\bar{C}_{k-1}} - \dfrac{\bar{I}_k}{\bar{C}_k}} \qquad (23)$$

Generalmente, se admite que para una serie mensual, este valor no debe ser mayor que 6, lo que permite definir el estadístico M5 de la siguiente forma:

$$M5 = \frac{MCD' - 0.5}{5}. \qquad (24)$$

El equivalente de este test para una serie trimestral es el siguiente:

$$M5 = \frac{MCD' - 0.17}{1.67}. \qquad (25)$$

Estos antecedentes se pueden obtener de la Tabla F2.E:

Tabla 15: Ratios I/C y MCD (F2.E).

F 2.E: I/C Ratio for months span

SPAN	1	2	3	4	5	6
I/C	1.72	1.04	0.72	0.55	0.46	0.42
SPAN	7	8	9	10	11	12
I/C	0.35	0.28	0.25	0.23	0.21	0.18

months for cyclical dominance: 3

Así, siguiendo con nuestro ejemplo:

$$MCD' = (3-1) + \frac{1.04-1}{1.04-0.72} = 2.13$$

por lo cual:

$$M5 = \frac{2.13-0.5}{5} = 0.327$$

Con lo que el estadístico M5 es considerado aceptable. Es importante destacar que si la serie analizada presenta una tendencia-ciclo muy plana, es posible que $\bar{I}/\bar{C}$ sea mayor que 3 y por ende M3 y M5 no sean consideradas aceptables, a pesar de esto la calidad del ajuste no está en riesgo. Sin embargo, si el objetivo principal del usuario es analizar el ciclo de la serie, entonces sí esta en problemas. Esto indica que el ajuste estacional final de la serie contiene una alta proporción de movimientos irregulares que impide al usuario identificar correctamente la componente tendencia-ciclo.

3.6. Estadístico M6:

Desde un punto de vista de ajuste estacional es muy importante identificar correctamente los factores estacionales. A través de promedios móviles, por ejemplo: medias móviles de siete términos (3 x 5), el X-11 alisa una estimación de la serie componente estacional-irregular para extraer la componente estacional. Sin embargo se ha podido comprobar que si las evoluciones anuales de la componente irregular $(\bar{I})$ son débiles con respecto a las evoluciones anuales de la componente estacional $(\bar{S})$, es decir $\bar{I}/\bar{S}$ es bajo, el promedio móvil (3 x 5) no sería el más indicado para obtener una buena estimación de la componente estacional. Por otro lado, cuando $\bar{I}/\bar{S}$ es muy alto, el promedio móvil (3 x 5) es demasiado flexible para seguir el movimiento estacional y por lo tanto dichos factores estarán contaminados con parte del movimiento irregular.

Lothian (1984) demostró que esta media móvil funciona bien para valores de la razón $\bar{I}/\bar{S}$ que estén entre 1.5 y 6.5[21]. El estadístico M6 se basa en estos antecedentes:

$$M6 = \frac{1}{2.5} \times \left| \frac{\bar{I}}{\bar{S}} - 4 \right| \tag{26}$$

Donde:

$\bar{S} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N} \left|\left(D10_i / D10_{i-1}\right) - 1\right|$ y $\bar{I} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N} \left|\left(D13_i / D13_{i-1}\right) - 1\right|$ para el caso multiplicativo.

---

[21] Sin embargo más allá del rango, el uso de filtros estacionales cortos (para valores $\bar{I}/\bar{S}$ bajos) o promedios móviles largos (para valores $\bar{I}/\bar{S}$ altos) serán necesarios para identificar estas dos componentes correctamente.

$$\bar{S} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|D10_i - D10_{i-1}\right| \text{ y } \bar{I} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=2}^{N}\left|D13_i - D13_{i-1}\right| \text{ para el caso aditivo.}$$

Estos cálculos se pueden obtener directamente de la Tabla F2.H (vista anteriormente en M3, Tabla 10). Así:

$$M6 = \frac{1}{2.5} \times \left|4.19 - 4\right| = 0.076\,.$$

Con lo que el estadístico M6 es considerado aceptable. En caso que no fuese así, Lothian J. y Morry M. (1978b) sugieren ajustar la serie con un promedio móvil (3 x 1) si $\bar{I}/\bar{S}$ es menor que 1.5 o usar un promedio simple si es mayor que 6.5.

3.7. Estadístico M7:

Las primeras versiones del X-11 incluían una prueba F que se aplicaba a los factores SI finales para medir que tan significativa era la presencia de estacionalidad estable. Más tarde, *Statistics Canada* agregó el test F, desarrollado por Higginson (1975), para identificar la existencia de estacionalidad móvil en la serie. Estos dos valores F fueron posteriormente combinados creando el estadístico T, explicado en 2.4. De esta forma el estadístico M7 es igual a T y se obtiene de:

$$M7 = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{7}{F_s} + \frac{3F_M}{F_E}\right)} \tag{27}$$

Si M7 es mayor que uno es una fuerte señal de que el ajuste estacional es deficiente. Sin embargo, esta situación algunas veces puede revertirse. Es posible que un valor alto del test F (F_M) se deba a la elección de un modelo aditivo cuando realmente la serie se asocia mejor a uno multiplicativo.

3.8. Estadístico M8:

Los próximos cuatro estadísticos describen el movimiento de año en año de la componente estacional. Los filtros estacionales utilizados por el X11 son óptimos para movimientos estacionales constantes. En caso de movimientos estacionales que evolucionan a través de los años, la estimación de esta componente será poco confiable. Se consideran dos tipos de movimientos: aquel que resulta de variaciones aleatorias de corto plazo, evaluada con los estadísticos M8 y M10; y el movimiento debido a evoluciones de más largo plazo (sistemático), medido por los estadísticos M9 y M11. Además los estadísticos M10 y M11 nos permiten determinar la calidad del ajuste estacional en los últimos años, esto es especialmente importante ya que al presentar movimientos sistemáticos el último periodo de la serie de factores estacionales, su estimación estará afectada por la ponderación de los filtros estacionales.

Para evitar problemas de dimensión[22], estos cuatro últimos estadísticos se calculan con antecedentes normalizados provenientes de la Tabla D10 que entrega el X-12-ARIMA, que corresponde a los

[22] No es lo mismo una desviación media absoluta de 0.5 en factores estacionales multiplicativos que se mueven entre 98 y 102 en un año que factores estacionales aditivos que se mueven entre –165 y 200.

coeficientes estacionales finales aplicando la siguiente transformación: $S_t = (S_t - \bar{S}) / \sigma(S)$, en donde se utiliza la media teórica $\bar{S}$ = 1 si el modelo es multiplicativo y $\bar{S}$ = 0 si es aditivo (σ corresponde a la desviación estándar).

Sea $S_{i,j}$ el coeficiente estacional normalizado para la *i-ésima* observación del *j-ésimo* mes o trimestre, donde $i = 1, \ldots, n_j$, $j = 1, \ldots, k$, n_j corresponde al número de observaciones en el mes o trimestre “j” y “*k*” es igual a 12 si son datos mensuales ó 4 si son datos trimestrales.

Se evalúa la amplitud de las variaciones de la componente estacional a través de la desviación media absoluta:

$$\left|\overline{\Delta S}\right| = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{k} (n_j - 1)} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \left| S_{i,j} - S_{i-1,j} \right| . \qquad (28)$$

Que corresponde al promedio absoluto de año en año, del cambio en los factores estacionales. Si el límite de tolerancia es 10%, se tiene:

$$M8 = 10 \times \left|\overline{\Delta S}\right| . \qquad (29)$$

Por ejemplo, consideremos la Tabla D10 / 100 de nuestro ejercicio (ver Tabla 16):

Tabla 16: Estimación final de los coeficientes estacionales (multiplicado por 1/100)

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	AVGE
1986	1.02	0.94	1.08	1.03	1.04	1.01	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	1.00	1.00
1987	1.02	0.94	1.08	1.03	1.04	1.01	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	1.00	1.00
1988	1.02	0.94	1.08	1.03	1.04	1.02	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	1.00	1.00
1989	1.02	0.94	1.08	1.02	1.04	1.02	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	0.99	1.00
1990	1.02	0.94	1.07	1.02	1.04	1.02	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	0.99	1.00
1991	1.02	0.94	1.07	1.02	1.04	1.02	0.97	0.96	0.94	1.01	1.00	1.00	1.00
1992	1.02	0.94	1.07	1.02	1.04	1.02	0.97	0.97	0.94	1.01	0.99	1.00	1.00
1993	1.02	0.94	1.07	1.02	1.04	1.02	0.98	0.97	0.95	1.01	0.99	1.00	1.00
1994	1.02	0.94	1.07	1.02	1.04	1.01	0.98	0.97	0.95	1.01	0.99	1.00	1.00
1995	1.01	0.94	1.06	1.02	1.04	1.01	0.98	0.98	0.95	1.01	0.99	1.01	1.00
1996	1.01	0.94	1.06	1.02	1.04	1.01	0.98	0.98	0.96	1.01	0.99	1.01	1.00
1997	1.01	0.94	1.06	1.02	1.04	1.00	0.98	0.98	0.96	1.01	0.99	1.02	1.00
1998	1.00	0.94	1.06	1.02	1.04	1.00	0.98	0.98	0.96	1.01	0.99	1.02	1.00
1999	1.00	0.94	1.07	1.02	1.04	1.00	0.98	0.98	0.96	1.01	0.99	1.03	1.00
2000	1.00	0.93	1.07	1.02	1.04	0.99	0.98	0.98	0.96	1.01	0.99	1.03	1.00
2001	0.99	0.93	1.07	1.03	1.03	0.99	0.98	0.98	0.96	1.00	0.99	1.03	1.00
2002	0.99	0.93	1.07	1.03	1.03	0.99	0.98	0.98	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
2003	0.99	0.93	1.07	1.03	1.04	0.99	0.98	0.98	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
2004	0.99	0.93	1.08	1.04	1.04	0.99	0.98	0.97	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
2005	0.98	0.93	1.08	1.04	1.04	0.99	0.98	0.97	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
2006	0.98	0.93	1.08	1.05	1.04	0.98	0.98	0.97	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
2007	0.98	0.93	1.08	1.05	1.04	0.98	0.98	0.97	0.96	1.00	0.99	1.04	1.00
AVGE	1.01	0.94	1.07	1.03	1.04	1.00	0.98	0.97	0.95	1.01	0.99	1.02	

La versión estandarizada de la tabla anterior se presenta a continuación, donde la media teórica es 1 y la desviación estándar es 0.0373.

Tabla 17: Datos estandarizados de D10

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1986	0.52	−1.63	2.10	0.78	1.17	0.36	−0.87	−1.21	−1.67	0.35	0.09	−0.03
1987	0.56	−1.61	2.09	0.74	1.17	0.38	−0.86	−1.19	−1.67	0.36	0.06	−0.08
1988	0.61	−1.59	2.06	0.70	1.15	0.41	−0.83	−1.14	−1.64	0.37	0.04	−0.12
1989	0.61	−1.58	2.02	0.66	1.12	0.43	−0.80	−1.08	−1.60	0.35	0.00	−0.14
1990	0.61	−1.56	1.98	0.62	1.13	0.46	−0.77	−1.04	−1.59	0.32	−0.05	−0.15
1991	0.61	−1.53	1.95	0.58	1.14	0.48	−0.74	−0.97	−1.56	0.28	−0.10	−0.12
1992	0.59	−1.52	1.89	0.55	1.15	0.46	−0.70	−0.89	−1.50	0.25	−0.14	−0.07
1993	0.54	−1.52	1.84	0.53	1.14	0.41	−0.67	−0.81	−1.41	0.23	−0.19	0.01
1994	0.47	−1.55	1.78	0.52	1.13	0.35	−0.65	−0.72	−1.32	0.22	−0.20	0.12
1995	0.39	−1.57	1.73	0.51	1.08	0.27	−0.62	−0.65	−1.23	0.21	−0.20	0.25
1996	0.28	−1.60	1.70	0.50	1.03	0.19	−0.61	−0.60	−1.15	0.20	−0.20	0.39
1997	0.19	−1.63	1.71	0.50	1.01	0.10	−0.60	−0.57	−1.10	0.18	−0.21	0.53
1998	0.09	−1.66	1.73	0.53	0.99	0.02	−0.58	−0.56	−1.07	0.17	−0.22	0.64
1999	0.00	−1.70	1.77	0.59	0.97	−0.08	−0.55	−0.55	−1.02	0.16	−0.23	0.75
2000	−0.09	−1.77	1.80	0.66	0.94	−0.18	−0.51	−0.53	−0.98	0.14	−0.24	0.83
2001	−0.18	−1.83	1.85	0.74	0.93	−0.25	−0.48	−0.54	−0.97	0.13	−0.26	0.90
2002	−0.24	−1.87	1.89	0.83	0.92	−0.31	−0.46	−0.58	−0.98	0.11	−0.27	0.96
2003	−0.31	−1.89	1.96	0.92	0.94	−0.35	−0.45	−0.64	−1.00	0.08	−0.30	1.00
2004	−0.38	−1.91	2.03	1.02	0.99	−0.37	−0.44	−0.70	−1.02	0.03	−0.32	1.03
2005	−0.45	−1.94	2.10	1.14	1.05	−0.40	−0.42	−0.74	−1.03	−0.03	−0.36	1.05
2006	−0.51	−1.98	2.16	1.25	1.11	−0.43	−0.41	−0.78	−1.04	−0.08	−0.38	1.08
2007	−0.55	−2.00	2.20	1.33	1.15	−0.47	−0.41	−0.82	−1.05	−0.10	−0.39	1.11

Luego se calculan, columna por columna, las desviaciones de año en año de la componente estacional $\left|S_{i,j} - S_{i-1,j}\right|$ (ver Tabla 18).

Así:

$$\sum_{j=1}^{12}\sum_{i=2}^{n_j}\left|S_{i,j} - S_{i-1,j}\right| = 10.015 \text{, donde } n_j = 22 \text{ para } j = 1, 2, \ldots 12.$$

Por lo tanto:

$$\left|\overline{\Delta S}\right| = \frac{1}{252}10.015 = 0.0398\,.$$

Finalmente:

$$M8 = 10 \times 0.0398 = 0.398\,.$$

Con lo que el estadístico M8 es aceptable.

Tabla 18: Variaciones anuales de la Tabla 17

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1987	0.05	0.02	0.01	0.03	0.00	0.02	0.01	0.02	0.00	0.01	0.02	0.04
1988	0.04	0.02	0.04	0.04	0.02	0.03	0.03	0.05	0.03	0.01	0.03	0.04
1989	0.01	0.01	0.04	0.04	0.02	0.02	0.03	0.06	0.03	0.02	0.04	0.02
1990	0.00	0.02	0.03	0.04	0.01	0.03	0.03	0.05	0.02	0.03	0.05	0.01
1991	0.00	0.02	0.04	0.04	0.01	0.02	0.03	0.06	0.03	0.03	0.05	0.03
1992	0.02	0.02	0.06	0.03	0.01	0.02	0.03	0.08	0.06	0.03	0.04	0.05
1993	0.05	0.00	0.05	0.02	0.01	0.05	0.03	0.09	0.09	0.02	0.05	0.08
1994	0.08	0.02	0.06	0.01	0.01	0.06	0.02	0.08	0.09	0.01	0.01	0.10
1995	0.08	0.03	0.05	0.01	0.05	0.08	0.03	0.08	0.09	0.01	0.01	0.13
1996	0.11	0.03	0.03	0.01	0.04	0.08	0.02	0.05	0.08	0.02	0.00	0.14
1997	0.09	0.02	0.01	0.00	0.03	0.09	0.01	0.02	0.05	0.02	0.01	0.14
1998	0.09	0.03	0.02	0.03	0.01	0.08	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.11
1999	0.09	0.05	0.04	0.06	0.02	0.10	0.03	0.01	0.05	0.01	0.01	0.10
2000	0.09	0.06	0.03	0.07	0.03	0.10	0.05	0.02	0.04	0.01	0.01	0.08
2001	0.09	0.06	0.05	0.09	0.01	0.08	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	0.08
2002	0.06	0.04	0.05	0.08	0.00	0.06	0.02	0.04	0.01	0.02	0.01	0.06
2003	0.06	0.02	0.07	0.09	0.02	0.04	0.01	0.06	0.02	0.03	0.03	0.04
2004	0.07	0.02	0.07	0.10	0.05	0.02	0.01	0.05	0.02	0.05	0.03	0.02
2005	0.07	0.03	0.07	0.12	0.06	0.03	0.02	0.05	0.01	0.06	0.03	0.02
2006	0.06	0.03	0.06	0.12	0.06	0.03	0.01	0.04	0.01	0.05	0.02	0.03
2007	0.04	0.03	0.04	0.08	0.04	0.03	0.00	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03

3.9. Estadístico M9:

La distancia media absoluta de cada mes a través de todo el periodo de la serie, evalúa la magnitud de los movimientos sistemáticos. Si sólo existen fluctuaciones aleatorias este valor será muy cercano a cero.

Asumiendo un límite de tolerancia de 10%, se tiene:

$$M9 = \frac{10}{\sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)} \sum_{j=1}^{k} \left| S_{n_j, j} - S_{1,j} \right| \qquad (30)$$

que corresponde a la distancia media absoluta entre el primer y último dato del mes o trimestre "j".

Por ejemplo, consideremos la Tabla 17:

$S_{n_{1,1}}$ = -0.55, que corresponde a enero de 2007.

$S_{1,1}$ = 0.52, que corresponde a enero de 1986.

Por lo que:

$M9 = \frac{10}{252} \times 6.5 = 0.258$.

De esta forma el estadístico M9 es considerado aceptable, con lo que este tipo de movimientos (sistemáticos) en los factores estacionales no evidencia importancia.

3.10. Estadístico M10:

Es equivalente al estadístico M8 medido sobre los años recientes:

$$\left|\overline{\Delta S}\right|_R = \frac{1}{3k} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=n_j-4}^{n_j-2} \left| S_{i,j} - S_{i-1,j} \right| \tag{31}$$

y

$$M10 = 10 \times \left|\overline{\Delta S}\right|_R . \tag{32}$$

Por ejemplo, consideremos la Tabla 18 que contiene las desviaciones anuales de la componente estacional $\left| S_{i,j} - S_{i-1,j} \right|$, luego: $\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=n_j-4}^{n_j-2} \left| S_{i,j} - S_{i-1,j} \right| = 1.58$, corresponde a los valores comprendidos entre los años 2002 y 2005.

Por lo que:

$M10 = 10 \times (1.58/36) = 0.439$

De esta forma el estadístico M10 se considera aceptable, con lo que este tipo de movimientos (aleatorios) en los factores estacionales no evidencia importancia en los últimos años.

3.11. Estadístico M11:

Es equivalente al estadístico M9 medida sobre los años recientes:

$$M11 = \frac{10}{3k} \sum_{j=1}^{k} \left| S_{n_j-2,j} - S_{n_j-5,j} \right| . \tag{33}$$

Por ejemplo, consideremos la Tabla 17 estandarizada vista anteriormente:

$S_{n_1-2,1}$ = -0.45, que corresponde a enero de 2005 .

$S_{n_1-5,1}$ = -0.24, que corresponde a enero de 2002.

Por lo que:

$M11 = \frac{10}{36} \times 1.58 = 0.439$.

Con lo que el estadístico M11 se considera aceptable. Si por el contrario este estadístico excede 1, indica que existe una fuerte distorsión de los factores estacionales en el último periodo, producto de movimientos sistemáticos.

Si los estadísticos M8 y M9 son mayores que 1, puede no ser tan importante si M10 y M11 no fallan (son menores que 1) y si el usuario está interesado sólo en la estacionalidad del último periodo de la serie. De igual manera, si el usuario está interesado en la estacionalidad histórica pondrá mayor atención en los estadísticos M8 y M9 que en los otros dos.

3.12. Estadístico Q:

Un estadístico M, obviamente, no puede evaluar la calidad del ajuste estacional por sí sólo. Si los 11 estadísticos de calidad del ajuste estacional son rechazados (son mayores que 1) entonces el ajuste no es aceptable. Pero qué pasa si algunos de los 11 estadísticos no son rechazados, entonces es necesario construir un estadístico que nos permita tomar una decisión frente a situaciones como esta. Así nace el estadístico Q que es un promedio ponderado de los estadísticos M. A cada una de estos estadísticos se la asigna un ponderador de acuerdo a su importancia en la calidad del ajuste. Los pesos asignados aparecen en la siguiente tabla:

Tabla19: Pesos para los 11 estadísticos M

Estadístico M	Peso (w_i)
M1	13
M2	13
M3	10
M4	5
M5	11
M6	10
M7	16
M8	7
M9	7
M10	4
M11	4

Como los estadísticos M pueden tomar valores entre 0 y 3, entonces el estadístico Q se encuentra en el mismo rango. Así el estadístico se define por:

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^{11} w_i Mi}{\sum_{i=1}^{11} w_i}$$

Si el usuario define un promedio móvil estacional diferente de 3×5 para estimar los factores estacionales, el estadístico M6 no es relevante, es decir $w_i = 0$.

Si la serie tiene un largo menor a seis años, los estadísticos M8, M9, M10 y M11 no son calculadas y por lo tanto sus ponderadores son redefinidos, como se muestra a continuación:

Tabla 20: Pesos para los 11 estadísticos M modificados

Estadístico M	Peso (w_i)
M1	17
M2	17
M3	10
M4	5
M5	11
M6	10
M7	30
M8	0
M9	0
M10	0
M11	0

En nuestro ejercicio el estadístico Q se define por:

$$Q = \frac{13 \cdot 0.305 + 13 \cdot 0.132 + 10 \cdot 0.101 + 5 \cdot 1.459 + 11 \cdot 0.327 + 10 \cdot 0.076}{100} + \frac{16 \cdot 0.228 + 7 \cdot 0.398 + 7 \cdot 0.258 + 4 \cdot 0.439 + 4 \cdot 0.439}{100} = 0.37$$

Observaciones:

- X-12-ARIMA calcula también un estadístico global Q2, el cual se calcula de la misma manera que el estadístico Q, con la diferencia que el ponderador que acompaña M2 es igual acero.

- El programa X-12-ARIMA puede automáticamente ajustar estacionalmente una serie directa o indirectamente (esta última es resultado de agregar cada componente de la serie ajustada estacionalmente). Los estadísticos de calidad de ajuste M se pueden obtener en ambos casos. El estadístico Q puede ser usado para evaluar el ajuste de ambos métodos. Sin embargo, el estadístico Q no puede ser utilizado para juzgar cual de los dos posee un mejor ajuste. Los Q obtenidos de ambos métodos son muy similares y por lo tanto no podemos afirmar que esta diferencia sea significativa. Además, los estadísticos M8, M9 y M10 para el método indirecto tienden a ser mayores que los obtenidos por el método directo. Este hecho genera un sesgo en el estadístico Q obtenido desde un ajuste indirecto.

4. Casos prácticos

4.1. Diagnóstico de estacionalidad del precio del cobre.

Veamos primero un ejemplo con un resultado contrario al caso IMACEC, pero también fácil de interpretar. Se trata de una serie económica no estacional de singular importancia para Chile. Nos preguntamos si el precio del cobre es estacional. Intuitivamente tenderíamos a pensar que no. Por el lado de la demanda tenderíamos a suponer que no se genera ninguna estacionalidad, dado que el cobre es una materia prima industrial, requerida por sus demandantes de manera muy similar en el transcurso del año. Mientras que por el lado de la oferta, tampoco debería generarse ninguna estacionalidad dado que el proceso de extracción y producción del cobre debe ser constante por razones técnicas[23]. Con los resultados que brinda el módulo X-11 podemos contrastar esta conjetura estadísticamente.

Para el ejercicio se toma la serie mensual del precio internacional del cobre BML[24], del sitio Web de la Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO), para el período enero de 1985 a diciembre de 2007. Luego se realiza el ajuste estacional usando una descomposición multiplicativa[25].

El resultado del test F que se muestra en la Tabla 21, indica que no hay evidencia de estacionalidad estable al nivel de significancia convencional de 0,1%.

Tabla 21: Prueba F de estacionalidad estable

D 8.A F-tests for seasonality
Test for the presence of seasonality assuming stability

	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-Value
Between months	90.5399	11	8.23090	0.370
Residual	5879.9195	264	22.27242	
Total	5970.4595	275		

No evidence of stable seasonality at the 0.1 per cent level.

Por su parte, el resultado del contraste no paramétrico de Kruskal-Wallis que se presenta en la Tabla 22, conduce a la misma conclusión: no hay evidencia de estacionalidad al nivel convencional de significancia para este contraste.

Tabla 22: Contraste de Kruskal-Wallis

Nonparametric Test for the Presence of Seasonality Assuming Stability

Kruskal-Wallis Statistic	Degrees of Freedom	Probability Level
3.6834	11	97.828%

No evidence of seasonality at the one percent level.

Respecto de la estacionalidad móvil, en el resultado que se presenta en la Tabla 23, se encuentra evidencia estadística de este tipo de estacionalidad. Lo que también indica que no hay una estacionalidad identificable de manera estable en la serie.

[23] El proceso de producción del cobre requiere mantener encendidos los hornos de fundición, por lo cual el proceso de producción debe mantenerse en forma constante.
[24] Bolsa de Metales de Londres.
[25] El modelo ARIMA seleccionado fue: (2 1 0) (1 0 1).

Tabla 23: Contraste de estacionalidad móvil.

Moving Seasonality Test				
	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-value
Between Years	768.9990	22	34.954501	4.005**
Error	2111.9941	242	8.727248	

**Moving seasonality present at the one percent level.

Finalmente, el archivo de resultados del X-12-ARIMA arroja a continuación el siguiente mensaje del contraste combinado de estacionalidad identificable:

COMBINED TEST FOR THE PRESENCE OF IDENTIFIABLE SEASONALITY
IDENTIFIABLE SEASONALITY NOT PRESENT

Con ello, se concluye que el precio internacional del cobre BML, no muestra evidencia estadística de estacionalidad identificable. A continuación nos remitimos a los estadísticos de calidad del ajuste estacional que se presentan en la Tabla 24.

Tabla 24: Estadísticos de calidad del ajuste estacional

Estadístico M	Evaluación
M1	0.723
M2	0.027
M3	0.000
M4	1.204
M5	0.127
M6	0.095
M7	3.000
M8	2.710
M9	0.963
M10	2.834
M11	2.608
Q	1.210
Q (sin M2)	1.360
Decisión	Rechazado

Vemos que 5 de los 11 estadísticos “M”, son mayores que uno, mientras que el estadístico resumen Q, también es mayor que uno, con lo que se concluye que la calidad estadística del ajuste estacional es deficiente. Es decir, no solamente se ha encontrado que la serie en cuestión no presenta evidencia de ser estacional, sino que además, la calidad del ajuste estacional realizado no es aceptable.

En particular, la serie presenta alta correlación de su componente irregular (M4>1), mucha estacionalidad móvil en proporción con la estacionalidad estable (M7>1, congruente con el resultado del contraste combinado de estacionalidad), mucha fluctuación del componente estacional tanto a lo largo de toda la serie (M8>1), como durante los últimos años (M10>1) y mucho movimiento lineal promedio del componente estacional tanto a través de toda la serie (M9>1), como durante los últimos años (M11>1).

Con todo lo expuesto, no tiene sentido realizar un ajuste estacional de la serie del precio internacional del cobre. Para el análisis de coyuntura debe observarse solamente la serie original, no la serie ajustada estacionalmente.

4.2. Diagnóstico de estacionalidad del precio del petróleo WTI.

El ejemplo anterior es claramente de fácil interpretación, veamos ahora otro ejemplo no tan simple. ¿Tiene estacionalidad el precio internacional del petróleo WTI? Intuitivamente uno tendería a pensar que sí. Debido a que geográficamente los mayores demandantes de petróleo se encuentran en el hemisferio norte. Por ende, es posible que el precio internacional del petróleo WTI dependa de las estaciones climáticas de dicho hemisferio particularmente. Cuando es invierno en el hemisferio norte, la demanda de hidrocarburos debería subir, lo que afectaría al precio del petróleo. Se procede entonces a contrastar estadísticamente si hay presencia de estacionalidad.

Se tomó el precio del petróleo WTI de Bloomberg para el período enero de 1986 a diciembre de 2007. Se realizó el ajuste estacional de la serie usando una descomposición multiplicativa[26]. El resultado de la prueba F de estacionalidad estable presentado en la Tabla 25 indica evidencia de este tipo de estacionalidad, con un nivel de confianza convencional de 0,1%.

Tabla 25: Prueba F de estacioanlidad estable

D 8.A F-tests for seasonality
Test for the presence of seasonality assuming stability.

	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-Value
Between months	1162.6436	11	105.69487	3.125**
Residual	8522.0898	252	33.81782	
Total	9684.7334	263		

**Seasonality present at the 0.1 per cent level.

Asimismo, el resultado del contraste no paramétrico de Kruskal-Wallis que se presenta en la Tabla 26, conduce a la misma conclusión: hay evidencia de estacionalidad con nivel convencional de confianza para este contraste.

Tabla 26: Contraste de Kruskal-Wallis

Nonparametric Test for the Presence of Seasonality Assuming Stability

Kruskal-Wallis Statistic	Degrees of Freedom	Probability Level
33.4468	11	0.045%

Seasonality present at the one percent level.

[26] El modelo ARIMA seleccionado fue: (0 1 1) (0 1 1).

No obstante lo anterior, en el resultado del contraste de estacionalidad móvil que se presenta en la Tabla 27, se encuentra evidencia estadística de este tipo de estacionalidad. Lo cual debe interpretarse en la dirección contraria de los resultados de los dos contrastes anteriores. El contraste de estacionalidad móvil indica que posiblemente hay una estacionalidad cambiante en la serie a través del tiempo.

Tabla 27: Contraste de estacionalidad móvil

Moving Seasonality Test

	Sum of Squares	Dgrs.of Freedom	Mean Square	F-value
Between Years	582.0731	21	27.717765	1.896
Error	3376.8611	231	14.618446	

Moving seasonality present at the five percent level.

Como vemos, la evidencia estadística de los contrastes anteriores es contradictoria. Pero en este caso disponemos del criterio de decisión dado por el resultado del contraste combinado de estacionalidad identificable. El archivo de resultados del X-12-ARIMA arroja el siguiente mensaje como respuesta de este último contraste:

COMBINED TEST FOR THE PRESENCE OF IDENTIFIABLE SEASONALITY
IDENTIFIABLE SEASONALITY NOT PRESENT

Debemos concluir entonces que el precio internacional del petróleo WTI no tiene estacionalidad identificable. Podemos aún ir un paso más allá y tratar de explicar a que se debe la conclusión del contraste combinado de estacionalidad identificable, para ello calculamos los estadísticos T_1, T_2 *y* T.

Tenemos que $F_E=3.125$ (Tabla 25), por lo tanto $T_1= 7/3.125=2.24>1$; por su parte $F_M= 1.896$ (Tabla 27), por lo tanto $T_2=3F_M / F_E = 1.82016>1$ y $T=1.584456>1$. Entonces, el test combinado indica que "No hay estacionalidad identificable" porque $T>1$. Esto se debe a que la estacionalidad estable no es tan robusta dado que $T_1>1$, lo cual significa que el estadístico F_E no es lo suficientemente grande, a pesar que se rechace la hipótesis de igualdad de las medias de los *factores SI* entre períodos estacionales. Mientras que por otra parte $T_2>1$, lo cual significa que la estacionalidad móvil domina por sobre la estacionalidad estable.

Respecto de los estadísticos de calidad del ajuste estacional para esta serie, estos se presentan en la Tabla 28. Nótese que 6 de los 11 estadísticos "M", son mayores que uno, mientras que el estadístico resumen Q, también es mayor que uno, con lo que se concluye que la calidad estadística del ajuste estacional no es satisfactoria. Es decir, aún si la serie presentase evidencia de estacionalidad identificable, la calidad del ajuste estacional no sería aceptable.

La contribución relativa del componente irregular de la serie en longitud de 3 períodos es aproximadamente de 17,5% (M1=1,748); la serie presenta alta correlación de su componente irregular (M4>1); la estacionalidad móvil es muy alta en proporción con la estacionalidad estable (M7>1, congruente con el resultado del contraste combinado de estacionalidad); se observa alta fluctuación del componente estacional tanto a lo largo de toda la serie (M8>1), como durante los últimos años (M10>1) y mucho movimiento lineal promedio del componente estacional tanto a través de toda la serie (M9>1), como durante los últimos años (M11>1).

Se concluye entonces que para el análisis de coyuntura no tiene sentido usar la serie del precio del petróleo WTI ajustada estacionalmente y que para estos efectos hay que remitirse simplemente a la serie original.

Tabla 28: Estadísticos de calidad del ajuste estacional

Estadístico M	Evaluación
M1	1.748
M2	0.157
M3	0.087
M4	1.118
M5	0.318
M6	0.753
M7	1.425
M8	2.259
M9	0.551
M10	1.698
M11	1.451
Q	0.980
Q (sin M2)	1.080
Decisión	Condicionalmente rechazado

5. Conclusiones

En este documento se ha explicado la lógica de los contrastes de presencia y de evaluación de la estacionalidad del módulo X-11 del X-12_ARIMA. Se ha reproducido el cálculo de todos los estadísticos involucrados para el caso de la serie del IMACEC y se ha mostrado la forma de interpretar los resultados.

Asimismo, en el documento se han presentado dos ejemplos prácticos adicionales de interpretación de los contrastes de estacionalidad y de evaluación de calidad del ajuste estacional del módulo X-11, que ayudan al lector a situarse en escenarios concretos para la toma de decisiones estadísticas.

Se ha concluido que la serie IMACEC tiene estacionalidad identificable y buena calidad de ajuste estacional. Mientras que los precios internacionales del cobre BML y del petróleo WTI no tienen estacionalidad identificable y que la calidad del ajuste estacional no es estadísticamente aceptable para estas series.

6. Referencias

Banco Central Europeo (2000). *Seasonal Adjustment of Monetary Aggregates and HICP for the Euro Area*. Frankfurt.

Box, G. E. P. and G. M. Jenkins (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden Day.

Dagum, E.B. (1975). “Seasonal factor forecasts from ARIMA models”. Proceedings of the International Institute of Statistics, 40th Session, Contributed Papers, 3, Warsaw, 206-219.

Dagum, E.B. (1980). “*The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method*”. Statistics Canada, Catalogue 12-564E.

Dagum, E.B. (1988). “*The X-11-ARIMA/88 Seasonal Adjustment Method*”. Methodology Branch, Statistics Canada, Ottawa ON, Canada..

Findley, D. F., B. C. Monsell, W. R. Bell, M. C. Otto and B. Chen (1998). “New capabilities and methods of the X-12-ARIMA seasonal adjustment program”, *Journal of Business and Economic Statistics*, Nº16, 127-177.

Findley, D. (2005). “Some recent developments and directions in seasonal adjustment”. *Journal of Official Statistics*, Vol. 21, Nº 2, 2005, 343–365.

Higginson, J. (1975). “An F-test for the presence of moving seasonality when using census method II-X-11 variant”. *Working Paper*, Methodology Branch, Statistics Canada, Ottawa ON, Canada.

Jorrat, J.M., L. Sal Paz y M. J. Catalán (2005). “Ajuste estacional de las series económicas de Argentina”. Universidad Nacional de Tucumán. Trabajo Presentado en la reunión de la AAEP (Asociación Argentina de Economía Política).

Ladiray D. y B. Quenneville (1999). *Understanding the X-11 Method: the various tables*. Statistics Canada, Ottawa ON, Canada.

Ladiray D. y B. Quenneville (2001a). *Desestacionalizar con el Método X-11-ARIMA*. Methodologica. Laboratoire de Méthodologie du Traitement des Données, Universite Libre de Bruxeles.

Ladiray D. y B. Quenneville (2001b). *Seasonal Adjustment with the X-11 Method*. Editorial Springer Verlag, Nueva York.

Lothian J. (1984). "The identification and treatment of moving seasonality in X-11-ARIMA". Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association, 166-171.

Lothian J. and M. Morry (1978a). “A test for the presence of identifiable seasonality when using the X-11 program”. *Working Paper*, Time Series Research and Analysis Division, Statistics Canada, Otawa ON, Canada.

Lothian J. and M. Morry (1978b). “A set of quality control statistics for the X-11-ARIMA seasonal adjustment method”. *Working Paper* 78-10005, Methodology Branch, Statistics Canada, Otawa ON, Canada.

Monsell, B.C., A.D. Aston and S. J. Koopman (2003). “Toward X-13?”, U. S. Census Bureau, Washington, DC, USA (brian.c.monsell@census.gov).

Persons, W. M. (1919). “Indices of Business Conditions,” Review of Economic Statistics, Nº1, 5-107.

Shiskin , J., Young, A. and Musgrave, J. C. (1967). “The X-11 variant of the census method II seasonal adjustment program”, Washington DC, Technical Paper N° 15, Bureau of the Census, US Department of Commerce.

Turner, J.R. and J. Thayer (2001). “*Introduction to Analysis of Variance*” Thousand Oaks, CA: Sage Publications. Focus on explaining different types of designs.

U.S. Census Bureau (2007). *X-12-ARIMA Reference Manual, Version 0.3*. Washington, D.C. En http://www.census.gov/ts/x12a/v03/x12adocV03.pdf.

Villarreal, F.G. (2005). “Elementos teóricos del ajuste estacional de series económicas utilizando X-12-ARIMA y TRAMO-SEATS”. *Serie estudios estadísticos y prospectivos* N° 38, División de Estadísticas y Proyecciones Económicas. CEPAL.

ANEXO

A continuación se describe el proceso para evaluar los dos conceptos que se presentan en el estadístico M2 ($Contribución(I)$ y $Contribución(P)$) es necesario previamente describir el método de cálculo de la Tabla F2.F (Contribución relativa de las componentes a la varianza de la parte estacional de la serie original) que se presenta en la Tabla 9 de este documento. Con el fin de ayudar al usuario a entender la idea general del algoritmo y no caer en cálculos fastidiosos, nos limitaremos a resumir las etapas sólo para el caso de un modelo multiplicativo que es el más complejo.

- Se ajusta una regresión por medio de mínimos cuadrados ordinarios (MICO) al logaritmo de la componente tendencia-ciclo final de la Tabla D12 ($\widehat{\log(D12)}$). Esto equivale a ajustar una tendencia exponencial a la serie D12 (D12 = $\alpha \cdot \beta^t$).

- Se elimina la tendencia exponencial, estimada anteriormente, de la serie original (A1) y de la serie tendencia-ciclo final (D12):

$$A1bis = A1/\exp(\widehat{\log(D12)}) \quad \text{y} \quad D12bis = D12/\exp(\widehat{\log(D12)})$$

- Se dispone así de una serie $A1bis$ descompuesta en cuatro componentes independientes: $D12bis$, D13 (componente irregular final), D10 (coeficientes estacionales finales) y C18 (coeficientes finales de días hábiles). Luego se hace la transformación logarítmica de esas variables para transformarse en una suma de variables aleatorias independientes, permitiendo obtener la siguiente aproximación:

$$V[\log(A1bis)] \approx V[\log(D12bis)] + V[\log(D13)] + V[\log(D10)] + V[\log(C18)]$$

- Cada una de estas varianzas son calculadas utilizando la media empírica para $\log(A1bis)$ y $\log(D12bis)$, y la media teórica (que corresponde a cero en este caso por utilizar una transformación logarítmica) para $\log(D10)$, $\log(C18)$ y $\log(D13)$. Por ejemplo:

$$V[\log(A1bis)] = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\log(A1bis_i) - promedio[\log(A1bis)]\right)^2}{N}$$

$$V[\log(D10)] = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\log(D10)_i\right)^2}{N}$$

- Finalmente con estos antecedentes se mide la contribución que hace la varianza de cada una de las series a la varianza de la serie original. Estos resultados se resumen en la Tabla F2.F.

Estudios Económicos Estadísticos
Banco Central de Chile

Studies in Economic Statistics
Central Bank of Chile

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

Los Estudios Económicos Estadísticos en versión PDF pueden consultarse en la página en Internet del Banco Central www.bcentral.cl. El precio de la copia impresa es de $500 dentro de Chile y US$12 al extranjero. Las solicitudes se pueden hacer por fax al: (56-2) 6702231 o por correo electrónico a: bcch@bcentral.cl

Studies in Economic Statistics in PDF format can be downloaded free of charge from the website www.bcentral.cl. Separate printed versions can be ordered at a price of Ch$500, or US$12 from overseas. Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or email: bcch@bcentral.cl

SEE-75 Marzo 2009
El mercado cambiario chileno en el período 1998-2008
Paulina Rodríguez y José Miguel Villena

SEE-74 Marzo 2009
Indicadores cuantitativos de calidad aplicados a componentes de la Balanza de Pagos chilena
Andrea Contreras y Sergio Cooper

SEE-73 Marzo 2009
Caracterización de las colocaciones bancarias en Chile
José Matus, Daniel Oda y Nancy Silva

SEE-72 Enero 2009
Descripción del funcionamiento del mercado secundario de bonos soberanos locales en Chile
Sergio D'Acuña, Sergio Godoy y Nicolás Malandre

SEE-71 Enero 2009
Examen de las compensaciones y precios de suscripción en el mercado de derivados cambiarios chileno
Carlos Echeverría O., Claudio Pardo M. y Jorge Selaive C.

SEE-70 Enero 2009
Conciliación entre las Estadísticas de Finanzas Públicas y Cuentas Nacionales
Ana Luz Bobadilla A. y Laura Guajardo M.

SEE-69 Diciembre 2008
Costo de flete de las exportaciones chilenas: 2000-2008
Gonzalo Becerra M. y Claudio Vicuña U.

SEE-68 Diciembre 2008
Methodology for Measuring Derivatives at the Central Bank of Chile
Valeria Orellana y Paulina Rodriguez

SEE-67 Septiembre 2008
Análisis de Información Faltante en Encuestas Microeconómicas
Rodrigo Alfaro y Marcelo Fuenzalida

SEE-66 Septiembre 2008
Consistencia Transversal en Cuentas Nacionales: Métodos de Reconciliación a través de Técnicas de Optimización
Gerardo Aceituno Puga