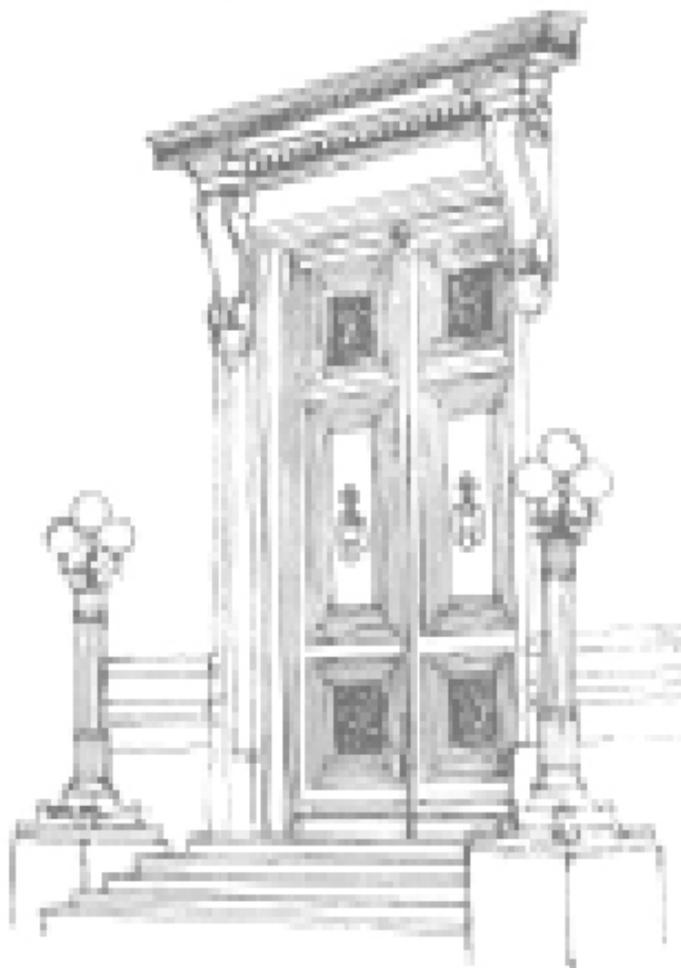


ESTUDIOS ECONÓMICOS ESTADÍSTICOS

BANCO CENTRAL DE CHILE



**Consistencia Transversal en Cuentas Nacionales:
Métodos de Reconciliación a través de Técnicas de Optimización**

Gerardo Aceituno Puga

N.º 66 - Septiembre 2008

STUDIES IN ECONOMIC STATISTICS
CENTRAL BANK OF CHILE



BANCO CENTRAL DE CHILE

CENTRAL BANK OF CHILE

Los *Estudios Económicos Estadísticos* - hasta el número 49, *Serie de Estudios Económicos* - divulgan trabajos de investigación en el ámbito económico estadístico realizados por profesionales del Banco Central de Chile, o encargados por éste a especialistas o consultores externos. Su contenido se publica bajo exclusiva responsabilidad de sus autores y no compromete la opinión del Instituto Emisor. Estos trabajos tienen normalmente un carácter definitivo, en el sentido que, por lo general, no se vuelven a publicar con posterioridad en otro medio final, como una revista o un libro.

As from issue number 50, the *Series of Economic Studies* of the Central Bank of Chile will be called *Studies in Economic Statistics*.

Studies in Economic Statistics disseminates works of investigation in economic statistics carried out by professionals of the Central Bank of Chile or by specialists or external consultants. Its content is published under exclusive responsibility of its authors and it does not reflect the opinion of the Central Bank. These documents normally are definitives and are not made available in any other media such as books or magazines.

Estudios Económicos Estadísticos del Banco Central de Chile
Studies in Economic Statistics of the Central Bank of Chile
ISSN 0716 - 2502

Agustinas 1180, primer piso.
Teléfono: (56-2) 6702475; Fax: (56-2) 6702231

**Consistencia Transversal en Cuentas Nacionales:
Métodos de Reconciliación a través de Técnicas de Optimización (*)**

Gerardo Aceituno Puga

Gerencia de Estadísticas Macroeconómicas
Banco Central de Chile

Resumen

La consistencia transversal de los datos macroeconómicos, lograda mediante la reconciliación, es el principal valor agregado del proceso de compilación de las cuentas nacionales. Tradicionalmente ella ha sido lograda con técnicas de arbitraje, esto es, dados dos registros numéricos distintos para una misma variable, para determinar el valor final se le atribuye –de manera más o menos subjetiva– una mayor ponderación a aquel que procede de una fuente más robusta. El presente documento examina la contribución de las técnicas de minimización absoluta, cuadrática y de la suma de entropías cruzadas para lograr la consistencia transversal. Las cuales son, básicamente, una aplicación a las cuentas nacionales de los procedimientos utilizados para la actualización de matrices. Compara los resultados de las diversas técnicas de optimización para actualizar la matriz de absorción intermedia (use matrix), considerando una versión reducida de la matriz de absorción del cuadro de oferta – utilización y de la matriz de insumo – producto, de la Compilación de Referencia 2003 de la economía chilena (BCCh, 2006). Luego reconcilia un cuadro de oferta-utilización empleando una variante estocástica de minimización cuadrática. Y se concluye examinando los mejores métodos para reconciliar las cuentas nacionales. Finalmente, en el Anexo se identifican para una selección de países, las principales prácticas de consistencia transversal de las cuentas nacionales por medio de métodos de optimización, llevados a cabo por las oficinas nacionales de cuentas nacionales.

Abstract

The transversal consistency of the macroeconomic data is the main added value of the process of compilation of the national accounts, which it is obtained by the reconciliation. It has traditionally been achieved with arbitrage's techniques, this is, once two numerical different records for a same variable were given, in the determination of final value, is attributed to a bigger weighing that one that comes from a most robust source – of more or less subjective way –. This paper examines the contribution of the techniques of absolute minimization, quadratic minimization and of the sum of crossed entropies to get the transversal consistency. Which, they constitute an application to the national accounts, of the procedures used for the bringing up to date matrix. It compares the results of the various techniques of optimization to update the intermediate absorption matrix (use matrix). For it consider a shortened version of the intermediate absorption matrix of the supply-use table and of the input-output matrix, of the Benchmark Compilation 2003 of the Chilean economy (BCCh, 2006). Next reconcile a supply-use table using a stochastic variant of quadratic minimization. And it concludes examining the best methods to reconcile national accounts. Finally, they expose the main practices of transversal consistency of the national accounts by means of methods of optimization, of the offices of national accounts of some selected countries.

(*) Agradezco los comentarios de los colegas del Departamento de Cuentas Nacionales y de un árbitro anónimo. Todas las faltas y omisiones son de responsabilidad del autor. Las opiniones emitidas no comprometen al Banco Central de Chile. E-mail gaceitun@bcentral.cl

INTRODUCCIÓN

La inconsistencia o discrepancia estadística en cuentas nacionales (CCNN) surge cuando para una determinada transacción¹ existen dos o más registros numéricos diferentes².

En la contabilidad privada de partida doble sería un error a corregir mediante la revisión de los procedimientos de *acopio y agregación* de fuentes directas, dado que es analíticamente imposible que existan dos registros distintos para una misma transacción³.

Sin embargo, en las CCNN, una transacción o una operación realizada por un agente en relación a un objeto, puede tener dos o más registros numéricos⁴ por diferentes razones. Las fuentes de la inconsistencia radican -en última instancia- en que las transacciones no se registran de manera única. De hecho, el principio de la partida cuádruple compromete en la mayoría de las transacciones a dos registros/agentes por cada transacción. Tampoco se registran de manera instantánea, o de forma exhaustiva (censal), ni con arreglo al plan de cuentas de las CCNN (ONU, 1993). Sin considerar que el mismo plan de cuentas ha ido cambiando. Por el contrario, hay diversidad de registros, existen retardos, es fragmentaria y parcial (muestral), y al elaborarse para propósitos diferentes a las CCNN, como es el caso de los registros administrativos, compromete a otras clasificaciones, conceptos y definiciones. Entonces, para tener información macroeconómica consistente será necesario compatibilizar (*balancing*) los registros de cuentas nacionales.

La consistencia es el principal valor agregado del proceso de compilación del sistema de cuentas y uno de los cinco componentes de la calidad de los datos (FMI, 2000). Entonces, el proceso de compatibilización, es una actividad significativa de la elaboración de las CCNN. De otra manera sería suficiente acopiar, agregar, e interpretar un sinnúmero de indicadores sobre productos, industrias, actividades, y sectores o agentes. Normalmente existentes bajo la forma de estadísticas, registros administrativos y estados financieros.

Sin embargo, la consistencia es una condición necesaria aunque no suficiente para tener estimadores robustos del PIB: cada vez que se utiliza una identidad para estimar residualmente un registro, la misma queda inhibida para ser utilizada para propósitos de consistencia; fácil es advertir que pueden haber registros numéricamente erróneos, que cumplan con todas las identidades y por tanto ser perfectamente consistentes.

El documento, en la primera sección, expone la naturaleza del problema a través de algunos ejemplos que permiten establecer los principales tipos y métodos de consistencia. Y se concluye levantando el estado actual de la situación en términos del cruce por tipos y métodos de consistencia.

En la segunda sección se actualiza la matriz de absorción intermedia correspondiente a los cuadros de oferta-utilización y matriz insumo-producto de la Compilación de Referencia 2003 (*CdeR2003*) de la economía chilena (BCCCh, 2006) por medio de técnicas de

¹ O agregación de transacciones, en una identidad contable.

² Para una determinada versión preliminar, provisional o definitiva.

³ Exceptuando los casos de múltiple contabilidad.

⁴ Si existiera menos de uno, entonces el tema cae en el ámbito de los registros faltantes y de las *imputaciones*, lo cual escapa a los propósitos del presente documento.

optimización alternativas. La tercera sección examina la reconciliación del cuadro oferta-utilización de la *CdeR2003* mediante la técnica de minimización cuadrática estocástica. Finalmente se plantean algunas conclusiones. En el Anexo se explora la manera como algunos países seleccionados, incorporan oficialmente estas técnicas para lograr la consistencia transversal de las CCNN.

1. Inconsistencia y compatibilización

○ Ejemplos de inconsistencia

A continuación se exponen algunos **ejemplos de inconsistencias** en las estadísticas macroeconómicas, desde situaciones más generales hasta aquellas más particulares, ilustrando con la situación de Chile, cuando corresponda:

- Inconsistencias entre diferentes conjuntos de estadísticas. Por ejemplo, el ahorro externo de CCNN con el saldo en cuenta corriente de balanza de pagos (BP), o el saldo del gobierno general de CCNN con el saldo del gobierno general de las estadísticas de las finanzas públicas (EFP). En Chile, “Las diferencias entre CCNN y las EFP son reconciliables. Las estadísticas de BP y CCNN son consistentes en un sentido amplio” (FMI, 2001).
- Inconsistencias al interior del mismo conjunto de estadísticas de CCNN, entre diferentes ciclos de compilación (CdeC) (BCCh, 2006). Por ejemplo, entre el registro del producto interno bruto (PIB) a precios corrientes del año 2003 según el *CdeC1996-2003* iniciado por la *CdeR1996*, y el registro del PIB para el mismo año, según el *CdeC2003-2008* iniciado por la *CdeR2003*. En Chile, “Las series de CCNN son consistentes entre los años 2003 y 2006” (FMI, 2007b)
 - Inconsistencias al interior del mismo CdeC, entre diferentes operaciones. Por ejemplo, entre las operaciones de oferta-utilización y las operaciones de cuentas institucionales (ingresos, acumulación). En Chile, “El endeudamiento / préstamo neto por sector institucional se deriva independientemente de las cuentas de capital y las cuentas financieras, y son reconciliadas” (FMI, 2007b).
 - Inconsistencias al interior de la misma operación de oferta-utilización, entre distintas frecuencias temporales. Por ejemplo para el Gasto del PIB, entre el registro anual y el obtenido por suma de trimestres. En Chile, “Se emplea el método Denton (1971) para armonizar los registros trimestrales con los anuales” (FMI, 2007b).
 - Al interior de la misma frecuencia temporal, entre distintas frecuencias espaciales, por ejemplo para el PIB anual, entre la estimación nacional y el obtenido como suma de las regiones. En Chile, “se establece una función de optimización para encontrar un delta tasa de crecimiento, tal que adicionada a las regiones, resulta en el ajuste al valor agregado país” (BCCh, 2007).
 - Inconsistencias al interior de la misma operación de oferta-utilización, entre la oferta y la utilización⁵.
 - Inconsistencias al interior del componente de utilización de la operación de

⁵ La reconciliación del COU impide inconsistencias al interior del mismo *CdeC*, entre diferentes enfoques del PIB. Por ejemplo entre el PIB calculado por el gasto y el PIB medido por el ingreso. En efecto, en Chile, “La consistencia interna del PIB está asegurada por los cuadros de oferta- utilización” (FMI, 2007b).

oferta-utilización, entre la utilización por objeto (producto) y por agente (actividad) en la matriz de absorción intermedia.

La segunda sección del documento examina las técnicas de optimización para actualizar la matriz de absorción intermedia. En la tercera sección se reconcilia el cuadro oferta-utilización.

○ **Tipos de inconsistencia**

De los ejemplos anteriores se concluyen cuatro diferentes **tipos de inconsistencia** en las estadísticas económicas:

- Entre diferentes conjuntos de estadísticas. Inconsistencia externa. Por ejemplo entre las CCNN, las estadísticas de balanza de pagos, los registros monetarios y las estadísticas de las finanzas públicas.
- Entre diferentes operaciones (u enfoques) de CCNN. Inconsistencia interna o contable. Al interior de un mismo conjunto de estadísticas, en nuestro caso las CCNN, para una misma frecuencia y *CdeC*. Por ejemplo, entre enfoques del PIB, o alternativamente, entre las operaciones (oferta-utilización y las cuentas institucionales), entre componentes de una operación (oferta y la utilización) y entre diferentes registros para una misma transacción (utilización por producto y por actividad, por ejemplo).
- Entre diferentes frecuencias: Inconsistencia temporal/espacial, al interior de un mismo conjunto de estadísticas y *CdeC*. Por ejemplo, entre diferentes frecuencias temporales tales como inconsistencias entre la *CdeR* y la compilación de seguimiento (*CdeS*) anual, entre la *CdeS* anual y la trimestral. O entre diferentes frecuencias espaciales, entre la compilación regional y la *CdeS* nacional.
- Entre diferentes *CdeC*. Inconsistencia de referencia, al interior de un mismo conjunto de estadísticas para una misma operación y frecuencia.

En términos más generales se podría considerar sólo dos tipos de inconsistencias: la primera, dimensión **transversal**, comprendería la interna y externa antes citadas en un enfoque que consolide todas las estadísticas económicas. La segunda, la dimensión la **temporal** que comprendería la de inter-frecuencias y la de referencia. Notando, sin embargo, que la de inter-frecuencia trata de inconsistencias entre tiempos y espacios anidados (el trimestre en relación al año, o la región respecto del país, por ejemplo). En tanto en la de referencia, las inconsistencias son entre tiempos colindantes, con unos pocos años superpuestos (el *CdeC* 1996-2005, respecto del *CdeC* 2003-2007, por ejemplo). El presente documento aborda en las próximas secciones, exclusivamente, la consistencia interna o transversal.

○ **Enfoques de compatibilización**

Los principales **enfoques de compatibilización** para recuperar la inconsistencia de las CCNN con independencia del tipo de inconsistencia, son:

- De arbitraje entre discrepancias⁶. Toma decisiones en base a reglas implícitas. En su aplicación concreta existe un componente discrecional. La robustez relativa de los registros tiene bases subjetivas. Corresponde al enfoque más ampliamente difundido.
- Del tipo “*si-entonces-sino*”⁷. Toma decisiones en base a reglas explícitas. Dadas estas, no existe componente discrecional. Por ejemplo, asúmase que en el cuadro oferta-utilización las exportaciones de cobre superan a la producción⁸: *si* existen inventarios *entonces* desacumule inventarios, *sino* aumente la producción. En este razonamiento el registro de exportaciones se considera el más robusto y por lo tanto no se altera. El registro de producción tiene una confiabilidad intermedia y se modificara sólo si no existen inventarios, el cual tiene la menor robustez y por lo tanto es el primer registro numérico a modificar. La robustez relativa de los registros tiene bases subjetivas. Este enfoque es una formalización elemental del arbitraje, y no se diferencia sustantivamente. Si bien toma cierto tiempo establecer las reglas explícitas y el diseño del procedimiento, la aplicación de este -para todos los efectos prácticos- es casi instantáneo.
- De optimización⁹. Inscritos en el ámbito de las *normas* que asigna longitud a los vectores de una espacio vectorial, en general, minimiza distancias entre arreglos matriciales o distribuciones de frecuencias. Sus primeras aplicaciones han sido la actualización de matrices y los mínimos cuadrados restringidos. Desde allí han sido propuestos para la reconciliación de las cuentas nacionales. En particular, parte de unos valores iniciales que no se ajustan a ciertas restricciones contables. Los valores finales son aquellos que minimizan las diferencias en relación a los valores iniciales y se atienen a las identidades contables. Toma decisiones en base a reglas explícitas. Dadas estas, no existe componente discrecional. La robustez relativa de los registros puede tener bases subjetivas y objetivas.

Una comparación de contraste entre los enfoques de arbitraje y de optimización que destaque las ventajas relativas de uno como desventajas relativas del otro, debería comprender –al menos-las siguientes consideraciones:

Las principales **ventajas del enfoque de arbitraje** serían que corrige también por factores ajenos a la robustez o confiabilidad del registro numérico (por ejemplo, errores de transcripción), los tiempos de puesta en marcha son menores. Los requerimientos computacionales son moderados. Las reglas implícitas son universales y permanentes, están documentadas en general, lo cual ha facilitado su adopción por casi todos los países. Facilidad para determinar subjetivamente la robustez por consideraciones de fuentes y cobertura.

Estas ventajas del enfoque de arbitraje son **desventajas del enfoque de optimización**, puesto que corrige sólo por factores relativos a la robustez del dato. Los tiempos de puesta en marcha inicial son significativos porque requiere modelar y codificar el proceso de toma de decisiones y establecer los grados relativos de robustez. Los requerimientos

⁶ También se la conoce como compatibilización “manual” en la tradición anglosajona y europea.

⁷ Estructura lógica de toma de decisiones (*if-then-else*), existente en casi todos los lenguajes de programación.

⁸ Admítase además que no existen importaciones ni consumo interno de cobre.

⁹ O compatibilización “automática” op. cit.

computacionales son elevados. Los métodos no están firmemente establecidos por lo cual su documentación es exploratoria, inhibiendo su implementación práctica por las oficinas de cuentas nacionales. Finalmente, existen dificultades para establecer objetivamente la robustez.

En cambio, las principales **ventajas del enfoque de optimización** son que predomina una compatibilización global, sin tendencias predeterminadas de cierre. Existe transparencia analítica, por lo cual es replicable. Contribuye a fortalecer la memoria institucional. Baja propensión a errores numéricos. No existe indiferencia de estrategias en el límite, es decir los mismos criterios de distribución de las discrepancias se emplean hasta el final. Al ser un proceso rápido, una vez puesto en marcha, ahorra tiempo de compilación.

En tanto que las **desventajas del enfoque de arbitraje** son que predomina la compatibilización local, con tendencias de cierre que pueden sesgarse. Por ejemplo, hacia variación de inventarios, o hacia el excedente de explotación en las cuentas de oferta – utilización y en las cuentas de producción, respectivamente. De esta manera, la solución de una discrepancia no induce al surgimiento de otras, hay menos efectos de segunda ronda, por lo cual el número de iteraciones se reduce y el proceso se simplifica. Poca transparencia analítica y por lo tanto no replicable. No contribuye a fortalecer la memoria institucional a menos que se registren las decisiones tomadas en cada oportunidad. Mayor propensión a errores numéricos. Existe indiferencia de estrategias en el límite, es decir al final, las discrepancias en el margen se distribuyen de manera *ad-hoc*. El tiempo dedicado a la reconciliación es mayor y los intentos por reducirlo pueden inducir a las tendencias de cierre indicadas más arriba. Finalmente, las diferencias de tiempo con el enfoque alternativo aumentan exponencialmente en la medida que, por ejemplo, se añaden productos y actividades, frecuencias temporales y espaciales.

Los principales factores que actualmente están estimulando la incorporación de los métodos de optimización por parte de un número creciente de países, es la transparencia del proceso de compatibilización y los significativos ahorros de tiempo. Especialmente, si para una misma frecuencia temporal (i.e. compilación de referencia) aumentan los productos, actividades y sectores, así como los contrastes del COU con las cuentas institucionales y con los registros trimestrales y regionales.

Las restricciones más significativas han sido los elevados requerimientos de memoria y procesamiento de datos de la mayoría de las técnicas existentes. Así como la dificultad para establecer criterios objetivos de robustez¹⁰.

En la búsqueda de un equilibrio entre tales estímulos y restricciones, se instala el enfoque “if-then-else”, particularmente en países con varios millares de productos a compatibilizar. Sin embargo, existe un equilibrio alternativo.

¹⁰ Una situación extrema fue la solicitud del Comité de Auditoria de la Unión Europea a Eurostat para considerar al PIB como una variable aleatoria que se distribuye normalmente, con media y varianza determinadas (Eurostat, 2001)

○ **Enfoques de compatibilización por tipo de inconsistencia.**

Sobre la base de la complementariedad de los enfoques de arbitraje y optimización, una manera de aprovechar las ventajas de ambos, consistiría en iniciar el ejercicio de compatibilización con métodos de arbitraje, corrigiendo por factores ajenos a la confiabilidad y robustez de los datos y reduciendo significativamente las discrepancias. El resultado sería el valor inicial para la aplicación de técnicas de optimización que concluirían el ejercicio con el valor final¹¹. En base a este criterio de complementariedad, se exponen **la manera en que se mezclan los enfoques de arbitraje y de optimización por tipo de inconsistencia** en CCNN:

- consistencia **entre diferentes conjuntos** de estadísticas económicas, las cuales suelen compilarse como matriz de transacciones económicas (MTE). Una importante contribución al logro de la consistencia externa, ha sido la normalización de los conceptos y definiciones. Esto es, la armonización de los planes de cuentas entre los diversos conjuntos de estadísticas económicas. La nueva revisión del *SCN93*, llevada a cabo por el Grupo de Trabajo Intersecretarial de Cuentas Nacionales (ISWGNA, 2008)¹² que se espera concluir el presente año y que culminaría en el llamado *SCN08*, contribuirá significativamente en este propósito y fortalecerá la integración de las estadísticas económicas, reduciendo las demarcaciones y fronteras actualmente existentes.

La primera opción metodológica de compatibilización externa es el arbitraje que examina aspectos tales como diferencias en definición, cobertura, clasificaciones, y oportunidad de los registros. Como una segunda opción, dados los valores iniciales, las medidas de **entropía cruzada**¹³ son las más utilizadas en este ámbito, por ejemplo, para compatibilizar la matriz de cuentas sociales (SAM, por sus iniciales en inglés), la cual constituye una aplicación social con proyección satelital de la MTE.

- Consistencia **entre diferentes operaciones** (u enfoques) de CCNN. Es decir consistencia interna, o contable, en el marco de un mismo conjunto de estadísticas, en nuestro caso las CCNN, para una misma frecuencia y *CdeC*. Es el tipo de inconsistencia donde se ha adquirido amplia experiencia de arbitraje y donde se han fraguado la mayoría de los métodos de optimización que se examinarán más adelante.

El arbitraje está ampliamente extendido. El *enfoque de sistemas* (United Nations, 1998) del proceso de compilación ha contribuido significativamente a transformar el plan de cuentas en un modelo de datos y llevar las cuentas nacionales a bases de datos¹⁴. Las

¹¹ La propuesta podría interpretarse como compatible con la de Naciones Unidas (1999) y alternativa a la planteada por Eurostat (2008). Donde el proceso, aparentemente, se inicia con algunas técnicas de biproporcionalidad y termina con el arbitraje entre discrepancias.

¹² Compuesto por Naciones Unidas, Comunidad Europea, Fondo Monetario Internacional, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, y Banco Mundial.

¹³ O, distancia entre dos distribuciones de probabilidad de dos variables aleatorias, como se examina más adelante.

¹⁴ Entre los cuales se tiene a los desarrollos de la UNSTAT (Jan van Tongeren en República Dominicana), en hojas electrónicas tipo EXCEL; ERE-TES (Equilibres ressources emplois. Tableaux entrées-sorties, INSEE) en base de datos PROGRESS (United Nations, 1997a); el sistema de cuentas integradas (IAS, asociado al Instituto de Estudios Sociales de los Países Bajos) (United Nations, 1997b) y; el sistema de cuentas

herramientas de consultas a la base de datos (*query*) han facilitado considerablemente la aplicación de métodos y técnicas de compatibilización que permiten alcanzar la consistencia interna, o contable por medio del enfoque de arbitraje entre discrepancias. Una similar contribución al proceso de compatibilización inter-frecuencias y temporal, se encuentra todavía en el horizonte de las posibilidades.

Los procedimientos de optimización suelen aplicarse en la fase de rendimientos decrecientes del arbitraje, para eliminar pequeñas discrepancias o como editor de identidades contables en las “aproximaciones por redondeo”. Cuando se emplean los métodos de optimización, ya sea que el PIB se determine por diferentes enfoques (producción, ingreso, gasto) o empleando la operación de oferta-utilización, los métodos de **minimización cuadrática** han sido utilizados. En cambio los de entropía se han orientado a la consistencia de los arreglos matriciales individuales (del tipo *use matrix*) en el caso de la entropía cruzada, o para la matriz de insumo-producto (MIP) que se elabora a partir del COU en el caso del RAS.

- consistencia **entre diferentes frecuencias**, al interior de un mismo conjunto de estadísticas y *CdeC*, en su versión temporal se logra casi exclusivamente mediante técnicas **programación cuadrática**. Es el caso de los métodos tipo Denton, recomendados por el FMI. O métodos BLUE basados en modelos, donde la incorporación de supuestos gaussianos relativos a la distribución de los errores podría distorsionar, en opinión del FMI, el sentido y propósito de las cuentas nacionales (Bloem, et al, 2001). Procedimientos del tipo *pro rata* se encuentran en franca retirada. La situación opuesta se presenta en la consistencia espacial: dominan los métodos de arbitraje y las técnicas de armonización espacial son escasas, constituyendo un prometedor ámbito de desarrollo que está siendo impulsado por el progreso de las técnicas de la econometría espacial (LeSage, 1999).
- consistencia **entre diferentes CdeC**, al interior de un mismo conjunto de estadísticas para una misma frecuencia temporal o espacial. Las principales opciones técnicas en el pasado fueron:
 - procedimientos de arbitraje a todos los años del *CdeC* anterior. En Chile fue el caso de la *CdeR1986*. El problema es que se corre el riesgo de “reescribir la historia” a precios corrientes y constantes.
 - técnicas de *pro rata* de naturaleza uni-proporcional que básicamente re-escalan las series históricas individuales (**empalme**) del *CdeC* anterior al nivel de la *CdeR* siguiente. En Chile se aplicó a la *CdeR1996* y *CdeR2003*. Si bien tienen la ventaja de no reescribir la historia a precios constantes, se pierde la aditividad, aparecen residuos difíciles de explicar. Y se reescribe la historia a precios corrientes (si se mantienen los deflatores), o de los deflatores (si se conservan los registros nominales).

Actualmente, las mejores prácticas combinan las técnicas de arbitraje o de optimización para la recuperación de la consistencia interna, con métodos de interpolación al mayor

nacionales en una computadora personal (SNA_PC creado por Statistics Sweden) que empleaba inicialmente a ORACLE y actualmente al SAS como base de datos.

nivel de detalle posible de las series del COU (Bakker, et al, 1999), en un procedimiento que considera las siguientes etapas:

- En una primera etapa se normalizan los COU de referencia nominales de las diferentes *CdeR* en términos de definiciones, clasificaciones, fuentes y métodos, tanto cuando sea posible, al nivel de agregación de la *CdeR* menos desagregada, probablemente la más antigua. La compatibilización del COU nominal de cada *CdeR* se efectúa según los métodos **de arbitraje o de optimización** de consistencia interna o contable antes descritos. .
- En una segunda etapa, se estiman los COU de seguimiento nominal. Para ello, cada variable del COU nominal **se interpola** entre las *CdeR* normalizadas en la etapa anterior, usando como indicador a los registros de las *CdeS* para cada *CdeC*¹⁵. Los indicadores utilizados corresponden a las variables del COU asociados a la *CdeS*. La compatibilización transversal de los COU interpolados, o **reconciliación**, se realiza con los métodos **de optimización** indicados para la consistencia interna o contable.
- Luego, dada la consistencia del COU nominal, se obtiene la consistencia del COU real, empleando los precios existentes¹⁶. Estos pueden ser corregidos por factores acotados (arrendamiento de inmuebles, o precio de los bienes de capital, entre otros). Existen dos opciones:
 - La recuperación de la consistencia temporal en **base fija**, medido con los precios de la *CdeR* del último *CdeC*. Este método, por el cambio en los precios relativos, induce a unos residuos difíciles de justificar para los agregados reales de los COU de seguimiento de los *CdeC* iniciales. Dichos residuos podrían disolverse con arreglo a cualquier técnica de optimización. El problema es que estas permiten distribuir discrepancias originadas en la existencia de diferentes registros para una misma transacción y no por el cambio en los precios relativos, los cuales no son discrepancias estadísticas susceptibles de distribución.
 - La segunda es la compatibilización del COU en **base móvil**, a precios del año anterior, lo que está en línea con las mejores prácticas y se puede efectuar con

¹⁵ Las técnicas de armonización, desagregación temporal e interpolación son analíticamente las mismas (Dagum-Cholette, 2006). Todas obtienen una determinada serie temporal a partir de una serie de *referencia* y de al menos otra serie llamada *indicador*:

- En un caso, una serie temporal **armonizada** (por ejemplo, PIB trimestral armonizado) se obtiene a partir de dos series de la *misma variable* (la serie objetivo, PIB) con *diferente frecuencia* (PIB anual y PIB trimestral). La serie indicador es la serie referencia con mayor frecuencia.
- En un segundo caso se obtiene una serie **desagregada temporalmente** (PIB trimestral, por ejemplo) a partir de dos series de *diferentes variables* (la serie objetivo PIB y la serie indicador) con *diferente frecuencia* (PIB anual e indicador trimestral). La serie indicador tiene mayor frecuencia que la referencia.
- Finalmente, como un caso particular del anterior, se obtiene la serie **interpolada**, (por ejemplo el PIB anual consistente temporalmente) a partir de dos series de *diferentes variables* (PIB de referencia y PIB de seguimiento) con *diferentes frecuencias* (PIB de referencia quinquenal y PIB de seguimiento anual). La serie interpolada también puede interpretarse como obtenida a partir de dos series de la misma variable (PIB), en la misma frecuencia (anual). El indicador tiene la misma frecuencia que la referencia.

¹⁶ También se ha sugerido recuperar la consistencia transversal, a precios corrientes y a precios constantes de manera simultánea, mediante procedimientos de optimización (por ejemplo, Weale, 1988)

los métodos **de optimización** indicados para la consistencia transversal, interna o contable.

- Finalmente, se lleva a cabo la recuperación de la consistencia nominal y real del COU trimestral mediante las técnicas **de armonización** señaladas a propósito de la recuperación de la consistencia entre diferentes frecuencias¹⁷.

Desde una perspectiva más general destaca las inconsistencias **transversales** (productos y actividades) y **temporales** (frecuencias tiempo y espacio). Entonces las técnicas de compatibilización (*balancing*) correspondientes estarán en el ámbito de la **reconciliación** (*reconciliation*) y de la **armonización** (*benchmarking*)¹⁸, respectivamente.

Así, la **consistencia entre diferentes CdeC**, al incorporar dimensiones transversales y temporales, está finalmente comprometiendo a las técnicas de **reconciliación y de armonización**.

¿Es posible recuperar la consistencia nominal, temporal y transversal, de manera simultánea? Las principales propuestas son las de Di Fonzo y Marini (2005), y Dagum-Cholette (2006). Sin embargo, en el primer caso el ejercicio considera la frecuencia tiempo y una dimensión transversal (productos o actividades).

La compatibilización del COU en sus frecuencias de tiempo, productos y actividades (incluyendo destinos finales) se puede obtener, si bien no de manera simultánea, al menos de forma sucesiva:

- a condición que se comparta la matriz de covarianzas para distribuir las discrepancias temporales y transversales (Dagum-Cholette, 2006), o
- utilizando procedimientos bietápicos, del tipo Denton contribuyendo a la consistencia temporal y de naturaleza Stone para la consistencia transversal (Di Fonzo. 2008).

Así, la respuesta a la pregunta planteada se encuentra actualmente en la frontera teórica y en el límite de las posibilidades de implementación práctica, según se expone mas adelante.

Los métodos de optimización parten de unos valores iniciales que no se ajustan a las restricciones de cuentas nacionales, representadas por el cuadro de oferta utilización, COU (1), donde la suma de los *cou* por trimestre y región se enfrenta al COU anual nacional producto/actividad, dada la referencia. Los valores finales son aquellos que minimizan distancias en relación a los valores iniciales y se atienen a las identidades contables que comprometen a productos (*p*), actividades (*a*), frecuencias temporales (*t*) y espaciales (*e*), dada una compilación de referencia (*r*).

$$COU_{\bar{r},p,a} = \sum_t \sum_e cou_{\bar{r},p,a,t,e} \quad (1)$$

¹⁷ En Chile se aplicó el método propuesto por Denton (1971), en la variante proporcional (M. Stanger, 2007), dadas unas series anuales reales empalmadas y nominales interpoladas.

¹⁸ En un sentido amplio que incorpora a la desagregación temporal y a la interpolación.

En la próxima sección los métodos se limitarán a los de optimización. Y se acota el problema de la inconsistencia al caso transversal, es decir al COU, el lado izquierdo de la expresión (1), dadas las frecuencias temporales, espaciales y de la referencia.

Las técnicas de optimización se pueden clasificar por el tipo de distancia métrica a minimizar:

- Distancias absolutas. Se deriva de la norma Manhattan (o taxicab). Y se relaciona con la tradición de los mínimos cuadrados absolutos.
- Distancias cuadráticas. Se deriva de la norma Euclidiana. Y está vinculada al enfoque minimización cuadrática, ya sea de naturaleza determinística (Friedlander) o estocástica, en el ámbito de los mínimos cuadrados restringidos generalizados (desde las propuestas de R. Stone hasta Dagum-Cholette). Asimismo incorpora la tradición bayesiana (Magnus, Jan van Tongeren)
- Distancias logarítmicas. Se relaciona con la divergencia entre dos distribuciones de probabilidad de Kullback-Leibler.¹⁹ A este tipo pertenecen la minimización de la suma de entropías cruzadas y el RAS.

Las técnicas de optimización son examinadas a través de dos ejemplos:

- En la sección 2. se comparan los resultados de las técnicas de minimización absoluta, minimización cuadrática (determinística y estocástica) y minimización de la suma de entropía cruzada (considerando al RAS como un caso especial de esta) aplicadas a la **actualización** de la matriz de absorción intermedia del COU y de la MIP de la *CdeR2003* de la economía chilena²⁰
- En la sección 3. por una variante estocástica de la minimización cuadrática²¹ se **reconcilia** el cuadro oferta – utilización (incluyendo la cuenta de producción) de la *CdeR2003*

¹⁹ Aunque no es propiamente una distancia métrica porque la divergencia no es simétrica.

²⁰ Para todos los aspectos conceptuales comprometidos en el COU y en la MIP, particularmente aquellos referidos a la elaboración de variantes de la MIP a partir del COU, véase BCCh, 2006.

²¹ Todas las técnicas aplicadas a la actualización de la matriz de absorción son aplicables a la reconciliación del COU y de las cuentas de producción. Para ello, básicamente debe ajustarse la matriz que refleja las identidades contables (compuesta de 0's, 1's y -1's) como se expone en el Cuadro 10.

2. Actualización de la matriz de absorción intermedia por optimización.

Las celdas de la matriz de absorción o consumo intermedio producto/actividad del COU (*use matrix*) (A o Q del Cuadro 1) es, junto con la matriz de producción (*make matrix*), la principal contribución de la *CdeR* que se efectúa cada cinco años, puesto que su compilación anual no es posible, dados los sistemas de información económica existentes.

Ella expresa las ofertas de productos a las demás actividades (filas), o los usos por cada actividad de productos como materias primas e insumos intermedios (columnas). Corresponde entonces a dimensiones particulares de la estructura de oferta y de uso (función de producción) que se considera cambian lentamente en el tiempo.

CUADRO 1: CHILE CUADRO DE OFERTA - UTILIZACIÓN
(billones de pesos corrientes)

CHILE 1996r:											CHILE 2003r:																			
OFERTA						UTILIZACIÓN					OFERTA						UTILIZACIÓN													
Matriz de Producción y Valuación						Transacciones Internas y Transacciones Finales Totales					Matriz de Producción y Valuación						Transacciones Internas y Transacciones Finales Totales													
Pr Básicos			Pr de Usuario			Pr de Usuario		Pr de Usuario			Pr Básicos			Pr de Usuario			Pr de Usuario		Pr de Usuario											
Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/s y serv.	Imppto al VA no deduc	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones	Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/s y serv.	Imppto al VA no deduc	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones	
A: Actividades						A: Actividades						Q*: Actividades						u												
27.1	0.1	0.0	7.9	0.7	5.1	0.5	1.8	12.2	0.8	3.5	11.2	8.2	0.3	6.8	45.9	0.1	0.1	13.3	0.5	8.4	0.8	2.6	21.4	1.4	6.2	29.1	16.9	10.3	0.5	14.9
0.5	5.5	0.0	0.1	0.0	-5.1	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.3	0.0	0.0	0.2	0.8	9.1	0.2	0.4	0.0	-8.4	0.0	0.1	0.4	0.4	0.5	1.3	0.7	0.0	0.0	0.3
0.2	0.2	20.4	0.6	0.0	0.0	0.0	0.5	2.8	1.8	4.5	11.7	0.0	0.0	1.1	0.5	0.7	40.1	2.1	0.0	0.0	0.0	1.1	6.0	3.7	11.3	20.9	20.6	0.0	0.0	2.8
						15.2 2.8 8.3												27.8 5.5 18.0												
						4.6 1.1 6.1												6.8 2.8 11.6												
						7.9 1.7 5.8												12.4 1.4 10.1												
						0.1 0.1 0.3												0.2 0.2 0.6												
						27.8 5.8 20.5												47.2 9.9 40.3												

FUENTE: Compilación de Referencia 2003. Banco Central de Chile (2006)

Sin embargo, la información básica correspondientes a las *CdeS* de CCNN suelen suministrar anualmente los totales de ventas intermedias por producto, borde derecho de la matriz de consumo intermedio (u), y los totales de compras intermedias por actividad, esto es, el borde inferior de la misma matriz (v).

La pregunta más general es:

- ¿Cómo se pueden **reconciliar transversalmente** los registros q de una matriz Q^* ? Por ejemplo, los valores de la matriz de absorción del COU y de la MIP para la *CdeR* 2003 señalados en la parte derecha de los Cuadros 1 y 2, en una versión reducida a tres productos/actividades, bienes, comercio y servicios
- Dados unos **valores iniciales pre compatibilizados** a , de una matriz A . Lo ideal sería disponer de tales valores. Como no se dispone públicamente de esta información, sin pérdida de generalidad supondremos que aquella corresponde a los valores de la matriz de absorción del COU y de la MIP para la *CdeR* 1996, señalados con fondo oscuro en la parte izquierda de los Cuadros 1 y 2.

CUADRO 2: CHILE INSUMO - PRODUCTO bajo supuestos alternativos
(billones de pesos corrientes)

CHILE 1996r:

CHILE 2003r:

Supuesto :		Tecnología Producto									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
27.2	6.1	20.8		7.6	0.5	2.2	5.4	5.3	0.2	6.0	27.2
				1.1	0.2	0.6	2.9	0.7	0.0	0.5	6.1
				2.6	1.9	3.8	11.4	0.0	0.0	1.1	20.8
				11.3	2.7	6.6					
				3.3	0.3	1.2					
				0.4	0.0	0.2					
				0.0	0.0	0.4					
				12.3	3.1	12.4					
				4.5	1.2	6.2					
				7.7	1.8	5.9					
				0.1	0.1	0.3					
				27.2	6.1	20.8					

Supuesto :		Tecnología Producto									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
46.0	10.1	41.2		13.2	0.7	3.7	17.6	7.4	6.9	0.5	13.6
				2.0	0.3	1.2	3.5	4.6	0.8	0.0	1.2
				5.4	3.8	9.3	18.6	19.8	0.0	0.0	2.8
				20.6	4.9	14.3					
				6.2	0.8	3.2					
				0.3	0.0	0.3					
				0.1	0.0	0.6					
				18.8	4.4	22.8					
				6.4	2.9	11.8					
				12.2	1.4	10.4					
				0.2	0.2	0.6					
				46.0	10.1	41.2					

Supuesto :		Tecnología Actividad									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
27.2	6.1	20.8		7.5	0.6	2.3	5.4	5.3	0.2	6.0	27.2
				1.1	0.2	0.6	2.9	0.7	0.0	0.5	6.1
				2.8	1.8	3.8	11.4	0.0	0.0	1.1	20.8
				11.3	2.6	6.7					
				3.2	0.3	1.2					
				0.4	0.0	0.2					
				0.0	0.0	0.4					
				12.3	3.1	12.4					
				4.5	1.2	6.2					
				7.7	1.8	5.9					
				0.1	0.1	0.3					
				27.2	6.1	20.8					

Supuesto :		Tecnología Actividad									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
46.0	10.1	41.2		12.9	0.9	3.8	17.6	7.4	6.9	0.5	13.6
				2.0	0.3	1.2	3.5	4.6	0.8	0.0	1.2
				5.7	3.5	9.4	18.6	19.8	0.0	0.0	2.8
				20.6	4.7	14.4					
				6.1	0.9	3.2					
				0.3	0.0	0.3					
				0.1	0.0	0.6					
				18.9	4.5	22.6					
				6.6	2.7	11.7					
				12.1	1.6	10.3					
				0.2	0.2	0.6					
				46.0	10.1	41.2					

Supuesto :		Tecnología Actividad									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
27.8	5.8	20.5		7.7	0.6	2.3	5.7	5.3	0.2	6.1	27.8
				1.0	0.2	0.6	2.8	0.6	0.0	0.5	5.8
				2.8	1.8	3.7	11.2	0.0	0.0	1.1	20.5
				11.5	2.6	6.5					
				3.3	0.3	1.2					
				0.4	0.0	0.2					
				0.0	0.0	0.4					
				12.6	3.0	12.2					
				4.6	1.1	6.1					
				7.9	1.7	5.8					
				0.1	0.1	0.3					
				27.8	5.8	20.5					

Supuesto :		Tecnología Actividad									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
47.2	9.9	40.3		13.4	0.8	3.9	18.1	8.0	7.0	0.5	13.7
				2.0	0.3	1.2	3.5	4.5	0.8	0.0	1.1
				5.7	3.5	8.9	18.2	19.4	0.0	0.0	2.8
				21.1	4.6	14.0					
				6.3	0.8	3.1					
				0.3	0.0	0.3					
				0.1	0.0	0.6					
				19.4	4.4	22.3					
				6.8	2.8	11.6					
				12.4	1.4	10.1					
				0.2	0.2	0.6					
				47.2	9.9	40.3					

Supuesto :		Tecnología Producto									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
27.8	5.8	20.5		7.8	0.5	2.2	5.4	5.4	0.2	6.2	27.8
				1.0	0.2	0.6	3.0	0.6	0.0	0.5	5.8
				2.7	1.8	3.7	11.2	-0.1	0.0	1.0	20.5
				11.5	2.6	6.5					
				3.3	0.3	1.2					
				0.4	0.0	0.2					
				0.0	0.0	0.4					
				12.6	3.0	12.2					
				4.6	1.1	6.1					
				7.9	1.7	5.8					
				0.1	0.1	0.3					
				27.8	5.8	20.5					

Supuesto :		Tecnología Producto									
Bienes	Comercio	Servicios	Total	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Ex	Exportaciones	Ut Total pu
47.2	9.9	40.3		13.6	0.7	3.7	18.1	7.5	7.1	0.5	14.0
				1.9	0.3	1.2	3.4	4.8	0.8	0.0	1.0
				5.6	3.6	9.1	18.3	19.5	-0.1	0.0	2.6
				21.1	4.6	14.0					
				6.3	0.8	3.1					
				0.3	0.0	0.3					
				0.1	0.0	0.6					
				19.4	4.4	22.3					
				6.8	2.8	11.6					
				12.4	1.4	10.1					
				0.2	0.2	0.6					
				47.2	9.9	40.3					

FUENTE: Compilación de Referencia 2003. Banco Central de Chile (2006)

- Tal que la suma de sus filas sea consistente con u , y la suma de sus columnas sea consistente con v (o x) señalado con fondo oscuro en los bordes de la matriz Q^* .

El supuesto adoptado es razonable, porque en general destacan dos situaciones analíticamente intercambiables desde el punto de vista de las técnicas de reconciliación, representadas por la expresión (2):

- Una, donde la matriz A , y los vectores u y v (o x) son para un período dado los valores iniciales a compatibilizar y donde q constituyen los valores estimados finales de Q , matriz compatibilizada.
- La otra, donde A , son los valores de un período y donde u y v (o x) son registros de otro período, en este caso q representan los valores estimados de Q , matriz actualizada.

Entonces, es posible tratar las técnicas de actualización como técnicas de compatibilización y a la inversa (Jackson y Murray, 2003). Consideraremos el problema de compatibilización transversal como de actualización. Por tal razón en la presente sección del documento usaremos indistintamente los términos actualización y reconciliación.

$$Q = f(A, u, v, x) \quad (2)$$

s.a. las identidades contables:

$$\begin{aligned} \sum_i q_{ij}x_j &= v_j \quad \forall j \\ \sum_j q_{ij}x_j &= u_i \quad \forall i \\ \sum_i a_{ij} &= \sum_i q_{ij} = 1 \text{ si en relación al CI } \forall j \end{aligned}$$

donde:

Q , estimador de Q^*

Q^* , Corresponde a (1). COU, o Matriz Absorción del COU o de la MIP reconciliada o, actualizada.

A , valores iniciales de Q

u , total fila de Q^*

v, x totales (CI, VBP) columna de Q^*

Las matrices A y Q son matrices de coeficientes a y q . Cada coeficiente representa el ratio entre la oferta de un producto (fila) o el uso de un producto por parte de una actividad (columna), en relación al total de usos. Este puede corresponder al valor bruto de la producción de la actividad, VBP(x) o a las compras intermedias, CI (v)²².

A continuación se examinará como se especifica f en la relación (2), es decir, las respuestas a la pregunta más general antes formulada. Dichas respuestas están en las relaciones (3), (4), (6), (7.9), (8.2), y (9)²³ correspondientes a doce técnicas específicas inscritas en cuatro enfoques de optimización²⁴. Finalmente, cada estimador se evaluará por

²² Schneider y Zenios (1990) sugieren que casi todos los problemas de compatibilización de matrices se inscriben en este contexto, y los denomina problemas “tipo 1” y “tipo 2” respectivamente.

²³ Tempranamente, en América Latina Beccaria *et al* (1977) realizaron un ejercicio acotado a un número más reducido de técnicas.

²⁴ Para desarrollar los ejemplos numéricos, todas las técnicas fueron codificadas en *MatLab R2008a*.

sus propiedad de minimizar la suma de las diferencias al cuadrado entre los valores estimados q estimados y los registros verdaderos de q^* conocidos en los Cuadros 1 y 2.²⁵

o **Mínimos Absolutos (LAD)**

Un primer tipo de estimadores resulta de minimizar diferencias absolutas, según propusiera inicialmente el sacerdote jesuita croata Roger Joseph Boscovitch en 1757 y que fuera posteriormente perfeccionado (Laplace, 1793). Especialmente apropiado cuando existen observaciones atípicas en términos que están distantes del resto de los datos y cuando la distribución de los errores no sigue un patrón gaussiano. Sin embargo, se podría probar que a diferencia de la minimización cuadrática (LS) que surgiría después a partir de Gauss en 1795, y que fuera independientemente formulada por (Legendre, 1805) existe la posibilidad de que hayan múltiples soluciones y éstas puede ser inestables. A pesar que el concepto LAD es similar al LS, los métodos de solución son iterativos según la expresión (3), puesto que no tienen una expresión analítica como el caso de LS.

$$\min z = \sum \sum \alpha * |a_{ij} - q_{ij}| \quad (3)$$

s.a. las identidades contables:

$$\begin{aligned} \sum_i q_{ij} x_j &= v_j & \forall j \\ \sum_j q_{ij} x_j &= u_i & \forall i \\ \text{y, a } q_{ij} &\geq 0 & \forall i, j \end{aligned}$$

donde si $\alpha = 1$ mínimos absolutos (Boscovitch, 1757)
 si $\alpha = a_{ij}$ mínimos absolutos ponderados
 si $\alpha = 1/a_{ij}$ mínimos absolutos normalizados (Matuszewski, 1963)

La expresión (3) muestra tres esquemas de minimización de las diferencias absolutas entre el valor inicial (a) y el registro compatibilizado (q), valorado como coeficientes técnicos (divididos por el VBP o el CI), sujetas a las identidades contables producto (i) y actividad (j).

En el primer caso todas las diferencias pesan lo mismo, independiente del tamaño de los coeficientes.

Si se considera que los coeficientes mayores son más confiables que los menores²⁶, entonces convendría aplicar el segundo esquema de minimización, donde se ponderan (comprometiendo a una operación de multiplicación) más las desviaciones mayores que las menores en la función de minimización. Lo cual conlleva a suponer implícitamente que los coeficientes mayores no experimentarán cambios significativos en el proceso de reconciliación.

La alternativa al caso anterior, es admitir que los coeficientes mayores son menos confiables que los menores, (Matuszewski, et al, 1964), para ello será necesario imponer una mayor penalización a los cambios en los coeficientes pequeños, normalizando

²⁵ Existe una amplia gama de indicadores relativo a la calidad de las estimaciones. La suma de las diferencias al cuadrado es uno de los más ampliamente difundidos y sus propiedades son bien conocidas.

²⁶ Por la razón que fuera, por ejemplo, porque tienen un mayor contenido de información directa en la versión pre compatibilizada.

(incorporando una operación de división) la función de minimización. El resultado será una matriz compatibilizada donde las discrepancias estadísticas serán absorbidas menos por los coeficientes menores. En consecuencia, las diferencias entre los registros precompatibilizados y los reconciliados estarán más concentrados en los coeficientes mayores.

Se puede razonablemente conjeturar que el enfoque de arbitraje entre discrepancias puede - en cierto ámbito- ser interpretado como mínimos absolutos normalizados. Ello será cierto toda vez que una cierta discrepancia en alguna identidad contable, en ausencia de otras consideraciones, sea absorbida por el registro más grande comprometido en la misma identidad. Ya sea porque proporcionalmente tiene un impacto menor, o porque se consideran más confiables las estimaciones de los registros pequeños.

Al reconciliar la matriz por medio de un estimador determinado, se construye una estimación de una matriz compatibilizada (Q) que está “tan cercana como sea posible” de la matriz pre-compatibilizada (A), dada la definición de cercanía comprendida en la función de minimización. Así el criterio de distribución de las diferencias contables fila y columna procura alterar lo menos posible la naturaleza de la matriz pre-compatibilizada. Y cuando lo hace, distribuye las diferencias de manera uniforme (mínimos absolutos), o centra los cambios en los coeficientes menores (mínimos absolutos ponderados) o mayores (mínimos absolutos normalizados).

Para evaluar la calidad de la matriz reconciliada estimada (Q), otras son las consideraciones que entran en juego. Se busca que la reconciliación estimada esté tan cerca como sea posible de la matriz reconciliada verdadera (Q^*), según estimadores de distancia alternativos entre matrices. Como fuera señalado, se considera la suma cuadrática de las diferencias entre cada elemento de la matriz reconciliada estimada y de la matriz reconciliada verdadera.

Los resultados se exponen en el Cuadro 3. Los cuales deben tomarse con cautela, dado que no corresponde generalizar el uso de procedimientos tan subordinados a la naturaleza particular de los datos, como se expondrá en las conclusiones.

Cuadro 3 CHILE. Reconciliación por Métodos de Minimización Absoluta (*)
*Resultados comparados para la Matriz de Absorción 2003 (**)*

Métodos	Total Columna	COU	MIP				Promedio
			p/p tp	p/p ta	a/a ta	a/a tp	
Minimización Diferencias Absolutas	VBP	1.949	2.791	2.540	2.376	1.776	2.286
Boscovitch (1757)	CI	6.093	6.197	6.107	5.347	5.782	5.905
Minimización dif absolutas ponderadas	VBP	5.183	15.745	15.052	13.565	6.392	11.188
	CI	5.015	7.045	15.052	4.933	4.046	7.218
Minimización dif absolutas normalizadas	VBP	1.631	2.349	2.133	1.782	2.153	2.010
Matuszewski (1964)	CI	0.216	6.238	2.133	5.331	1.488	3.081
Promedio		3.348	6.728	7.170	5.556	3.606	5.281

(*) Datos valores iniciales (A) (i.e. Matriz de Absorción 1996), y los totales fila (u) y columna (v, x) (CI o del VBP) para el año.

(**) Por medio de la suma cuadrática de las diferencias entre el valor estimado por el método (Q) y el valor de la CdeR 2003 (Q^*)

Todo indica que centrar los cambios en los coeficientes mayores (mínimos absolutos normalizados), minimiza en mayor medida que otros estimadores la suma de las diferencias cuadráticas entre la matrices reconciliadas verdadero y estimada. Además, muestra que definir coeficientes técnicos como proporción del VBP minimiza más las diferencias absolutas normalizadas (**2.010**) que definir los coeficientes técnicos en relación al total de consumo intermedio (**3.081**).

Con una notable excepción: la matriz de absorción del cuadro oferta-utilización, con coeficientes técnicos definidos como proporción del consumo intermedio, presenta la mayor cercanía de **todos** los métodos considerados en el documento, entre la versión estimada por la minimización de la diferencias absolutas normalizadas y el registro verdadero según la *CdeR 2003*.

Para los COU y MIP 1996 y 2003 de las CdeR de Chile, ¿Se podrán lograr con métodos alternativos sumas cuadráticas promedio de las diferencias menores a **5.281**? Aparentemente si, a continuación se expone la contribución de los mínimos cuadrados en una versión determinística.

○ **Minimización Cuadrática. Enfoque Matemático**

Existe una amplia variedad de métodos matemáticos y estadísticos para lograr por medio de la minimización cuadrática la consistencia transversal o reconciliación²⁷.

Los modelos matemáticos tratan a los procesos de reconciliación como determinísticos y formulan una función cuadrático-lineal que establece la medida que minimizará el procedimiento de reconciliación, similar a los métodos de minimización absoluta. En tanto que los métodos estadísticos exponen un modelo explícito acerca de las propiedades estocásticas que guían el proceso de reconciliación.

La elección de un método particular dependerá de la información disponible para la estimación y de aspectos de implementación operacional que se examinan más adelante. Una formulación compacta de los modelos matemáticos se expone en (4).

$$\begin{aligned} \min z &= \sum \sum \alpha * (a_{ij} - q_{ij})^2 & (4) \\ \text{s.a. las identidades contables:} \\ \sum_i q_{ij}x_j &= v_j & \forall j \\ \sum_j q_{ij}x_j &= u_i & \forall i \\ y, a \quad q_{ij} &\geq 0 & \forall i, j \end{aligned}$$

donde si $\alpha = 1$ mínimos cuadrados. (Almon, 1968)
 si $\alpha = a_{ij}$ mínimos cuadrados ponderados
 si $\alpha = 1/a_{ij}$ mínimos cuadrados normalizados. (Friendlander, 1961)

²⁷ Algo similar ocurre con los métodos de armonización (*benchmarking*), según se muestra en E. M. Quilis (2001), o en B. Chen (2008)

En el esquema básico no existe una ponderación explícita de las diferencias de acuerdo al tamaño del registro (Almon, 1968). La solución básica, dado que no se puede linealizar, requiere optimización no lineal.

En el segundo caso, se pondera el cuadrado de las diferencias por el tamaño del coeficiente respectivo. Al pesar más los coeficientes mayores, el ajuste o la absorción de las diferencias contables serán soportadas por los coeficientes menores.

Si se normaliza la formulación de Almon (Friedlander, 1961), se alcanza el minimando más atractivo (Lecomber, 1975), donde se pondera de manera inversa al tamaño del coeficiente. Así, las diferencias contables serán absorbidas por los coeficientes mayores. Se podría demostrar que la solución no necesariamente alcanzará un óptimo global.

Cuadro 4 CHILE. Reconciliación Métodos Matemáticos Minimiz Cuadrática(*)
*Resultados comparados para la Matriz de Absorción 2003 (**)*

Métodos	Total Columna	COU		MIP			Promedio
		p/p tp	p/p ta	a/a ta	a/a tp		
Minimización Diferencias Cuadráticas	VBP	1.957	1.047	2.002	1.472	1.369	1.569
Almon (1968)	CI	2.431	1.381	2.002	1.344	1.615	1.755
Minimización dif cuadráticas ponderadas	VBP	2.249	0.913	1.030	1.458	2.336	1.597
	CI	2.826	2.957	1.030	2.415	2.939	2.433
Minimización dif cuadráticas normalizadas	VBP	0.668	0.800	0.676	0.650	0.809	0.721
Friendlander (1961)	CI	1.207	0.977	0.676	0.902	1.096	0.972
Promedio		1.890	1.346	1.236	1.373	1.694	1.508

(*) Dados valores iniciales (**A**) (i.e. Matriz de Absorción 1996), y los totales fila (**u**) y columna (**v, x**) (CI o del VBP) para el año.
(**) Por medio de la suma cuadrática de las diferencias entre el valor estimado por el método (**Q**) y el valor de la CdeR 2003 (**Q***)

Los resultados, evaluados en los mismos términos que a propósito de la minimización absoluta, se muestran en el Cuadro 4. La primera conclusión, es que dado los datos, contribuye significativamente la consideración de las observaciones atípicas a reducir la suma cuadrática de las diferencias. En efecto, el valor cae desde **5.281** según la minimización absoluta a **1.508** de la minimización cuadrática. La segunda conclusión, es que nuevamente, centrar los cambios en los coeficientes mayores (mínimos cuadrados normalizados), minimiza en mayor medida la suma de las diferencias cuadráticas entre la verdadera reconciliación y la reconciliación estimada. Asimismo, se repite en relación a los mínimos absolutos que definir coeficientes técnicos como proporción del VBP minimiza más las diferencias cuadráticas normalizadas (que pasan de **2.010** a **0.721**) que definir los coeficientes técnicos en relación al total de consumo intermedio (que pasan de **3.081** a **0.972**).

¿Podrán contribuir los métodos estadísticos a continuar mejorando la calidad del proceso de consistencia transversal de la matriz de absorción? La respuesta nuevamente es positiva.

o **Minimización Cuadrática. Enfoque Estadístico**

La versión econométrica tradicional del enfoque estadístico fue desarrollada inicialmente por R. Stone, Champernowne y Meade. (1942)²⁸ a partir de una propuesta de Deming y Stephan (1940). La cual puede expresarse en términos de las relaciones (5.1) a (5.6) con el valor de determinados parámetros restringidos según (5.7), Posteriormente, Dagum-Cholette (2006) establecerán una solución más general (5.8).

$$s = I\theta + e \quad E(e) = 0, \quad E(ee') = V_e \quad (5.1)$$

$$g = G\theta + \varepsilon \quad E(\varepsilon) = 0, \quad E(\varepsilon\varepsilon') = V_\varepsilon \quad E(\varepsilon e') = 0 \quad (5.2)$$

$$V_e = \text{block}(V_{e_1}, V_{e_2}, \dots, V_{e_k}) \quad k = 1 \dots K \quad (5.3)$$

$$V_{e_k} = \alpha_k \Xi_k^\lambda \Omega_k \Xi_k^\lambda, \quad (5.4)$$

$$\theta_{_est} = s + V_e G' (G V_e G' + V_\varepsilon)^{-1} (g - Gs) \quad (5.5)$$

$$\text{var}(\theta_{_est}) = V_e - V_e G' (G V_e G' + V_\varepsilon)^{-1} G V_e \quad (5.6)$$

donde, si:

$$T = 1, \varepsilon = 0, \text{ y en } V_{e_k}: \lambda = 1, \Omega_k = I_{T_k}, \text{ Stone et. al. (1942)} \quad (5.7)$$

$$T = T, \varepsilon = \varepsilon, \text{ y en } V_{e_k}: \lambda = \lambda, \Omega_k = \Omega_k, \text{ Dagum-Cholette (2006)} \quad (5.8)$$

A continuación se examinarán las soluciones de i) R. Stone, ii) Dagum-Cholette y iii) una propuesta bayesiana.

i) En términos de Stone, *et al*, (1942), esto es de (5.1) a (5.7), los valores finales del método de arbitraje, o los valores iniciales de las variables de las cuentas que entran a la compatibilización por optimización (**s**) consisten en valores verdaderos (**θ**) más errores de medición (**e**). Los errores de medición, **e** se supone que se distribuyen con media cero y matriz de covarianzas **V_e** como se indica en (5.1).

Los valores verdaderos (**θ**) satisfacen un conjunto de restricciones contables que están representadas por la matriz **G** según se muestra en (5.2). Entonces, se puede demostrar que (5.5), el valor óptimo (**θ_{_est}**) de los valores verdaderos (**θ**)²⁹ que satisfacen la restricción (5.2) se determina, dado (5.7), por la solución al problema de minimizar **z**, esto es:

$$\min z = (\theta_{_est} - s)' V_e^{-1} (\theta_{_est} - s) \quad (6.1)$$

$$\text{s.a.} \quad g = G\theta_{_est} \quad (6.2)$$

Entonces, (5.5')

$$\theta_{_est} = s + V_e G' (G V_e G' + V_\varepsilon)^{-1} (g - Gs) \quad (5.5')$$

La solución es óptima ya sea porque es un estimado insesgado de mínima varianza sin supuestos sobre la distribución de los errores de medición, o porque es un estimado máximo verosímil si se supone que los errores están distribuidos normalmente.

¿Cómo se interpreta la solución para **θ_{_est}**?

²⁸ Cuya expresión formal más moderna se encuentra en R Stone (1976).

²⁹ Se ha conservado la nomenclatura de Dagum –Cholette (2006). Notar que en relación a la simbología empleada en las secciones anteriores, **s=ax**, **θ_{_est}=qx**, **θ=q*x**, y **g** corresponde a **u** y **v**.

- $(g-Gs)$ representa las discrepancias estadísticas. O las magnitudes en las cuales, los estimados iniciales (s) de la matriz de absorción del COU o la MIP desequilibran las identidades.
- $VeG'(GVeG')^{-1}$ convierte las discrepancias estadísticas en vector de ajuste de los estimados iniciales.
- Así, el producto $VeG'(GVeG')^{-1}(g-Gs)$ asigna las discrepancias estadísticas como una función de la matriz de covarianzas (Ve), esto es, α , dado (5.7).

En el caso que la matriz Ve sea diagonal, es decir si todos los errores de medición son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), entonces (6.1) sería:

$$\sum(\theta_{est} - s)^2/\sigma^2 \quad (6.1')$$

El valor a minimizar es la suma normalizada del cuadrado de las diferencias entre el estimado final y el inicial. Donde el factor de normalización está relacionado con la confiabilidad de los estimados (α). Así, la matriz de absorción intermedia cuya reconciliación ha sido estimada (θ_{est}), es aquella que está más cerca, en términos de suma normalizada, de la matriz de absorción intermedia pre compatibilizada (s).

Para nada esto asegura que la matriz estimada de reconciliación (θ_{est}) tenga necesariamente una distancia cuadrática en relación a la matriz verdaderamente reconciliada (θ), que sea mínima en comparación con otras técnicas de reconciliación.

Se puede demostrar que la matriz de covarianzas de los valores compatibilizados es (5.6). Dado que la expresión $VeG'(GVeG')^{-1} GVe$ es positiva, entonces el proceso de compatibilización reduce la varianza de cada componente y mejora la confiabilidad de la matriz de absorción intermedia. Cabe notar que la solución (θ_{est}) depende del valor relativo de la varianza. Si en (6.1') ésta se multiplica por un escalar, θ_{est} no se altera. Aunque $\text{var}(\theta_{est})$ cambiará por tal escalar.

La propuesta de Stone, *et al* (1942) no se incorporó en las prácticas de la contabilidad nacional debido a las complicaciones numéricas de *hardware* y *software* para un ejercicio a escala real. En efecto, el procedimiento de Stone, *et al* (1942) era difícilmente susceptible de materializarse en las oficinas de cuentas nacionales, ya sea para actualizar las matrices de insumo – producto, compatibilizar transversalmente las cuentas nacionales o desarrollar aplicaciones de la MTE. La primera reacción fue olvidarse del método mínimo cuadrático estocástico para estos propósitos e impulsar diversas versiones de biproporcionalidad (*raking*) determinístico, que se examinarán a propósito de la actualización de un conjunto acotado de identidades contables (G). Ambos procesos condujeron a la utilización del RAS en proyectos de crecimiento mundial (R. Stone 1961 y R. Stone y A. Brown 1962) y de actualización de SAM's (1976).

Sin embargo, la propuesta de Stone, *et al* (1942) tuvo el mérito de plantear por primera vez la contribución de las técnicas de optimización a las cuentas nacionales, y abrir un estimulante debate en diferentes ámbitos, los cuales pueden ponerse en el contexto de la expresión (5.4'), que se repite a continuación:

$$\theta_{est} = s + V_e G' (G V_e G')^{-1} (g - Gs) \quad (5.5')$$

Donde, dados los valores iniciales (s), los valores compatibilizados transversalmente, es decir, reconciliados (θ_{est}), dependerán de las discrepancias contables ($g-Gs$) y de su distribución mediante $V_e G' (G V_e G')^{-1}$

En relación a las discrepancias guiadas por las identidades contables representadas por G , el método de minimización cuadrática estocástico ha sido recuperado para la reconciliación de las identidades contables asociadas a la reconciliación del PIB:

- por enfoques, una dimensión de G (con los componentes de origen, gasto e ingreso), según recomendara el *SCN52* (por ejemplo en Sefton y Weale, 1995). Luego Di Fonzo y Marini (2005) han añadido la dimensión tiempo como segunda dimensión.
- por el COU, dos dimensiones de G (productos y actividades) en base a las orientaciones del *SCN68* (Baxter, 1992). Recientemente Dagum- Cholette (2006) han agregado el tiempo como tercera dimensión.

En tanto que entre los principales temas comprometidos con la distribución de las discrepancias destacan los siguientes:

- $V_e G'$: El número de filas (columnas) de la matriz de covarianzas corresponde al número de variables comprometidas en el COU. Unas 10500 x 10500 en el caso chileno. Inicialmente desafió a la disponibilidad de memoria aleatoria (RAM) en los equipos computacionales de la primera época. Posteriormente, si bien el número de registros del COU se ha ampliado, ha crecido más rápidamente la disponibilidad de memoria aleatoria. También contribuyen a superar las limitaciones de memoria, el creciente número de funciones incorporadas, como en el MatLab, que sacan provecho de la naturaleza *sparse* - elevada proporción ceros- de las matrices de cuentas nacionales. Además, los sistemas de computación paralela prometen facilitar el cómputo.
- $(G V_e G')^{-1}$: Los métodos disponibles para la inversión de matrices limitaban la posibilidad de llevar a cabo el ejercicio de reconciliación en escala real. Los progresos en la dirección de facilitar la inversión de matrices han sido significativos. Desde Byron (1978) que incorporó el método del gradiente conjugado y van der Ploeg (1988) que añadió la propuesta de Cholesky, hasta la utilización de la inversa generalizada de Moore y Penrose sugerida por Dagum – Cholette (2006) cuando los agregados se miden con error, o en presencia de restricciones redundantes cuando se incorpora la restricción temporal. Una muy importante contribución colateral ha sido la simplificación del proceso mediante particiones (Baxter 1992), bloques (V. Nicolardi 2000), y – especialmente- a través de “soluciones analíticas” (Dagum – Cholette (2006)). Que explotan el carácter diagonal de muchos arreglos, permitiendo que el proceso de cómputo no opere a través del álgebra de matrices (“solución general”) sino procesando series históricas y acumulando los resultados requeridos. De otra parte, Danilov y Magnus (2005 y 2007) han explorado las rutinas más apropiadas para la inversión de matrices *sparse*. Todas estas iniciativas están sacando a los métodos de optimización para la reconciliación transversal de la mesa de diseño y experimentos

académicos y los están poniendo en el proceso de producción de las principales oficinas de cuentas nacionales del mundo, como se examina en el anexo al presente documento.

- V_e : En el caso en que todos los errores de medición sean i.i.d, y por lo tanto V_e sea diagonal, si bien se alivia el tema de la memoria y el cómputo de la inversa, permanece el problema de medir la confiabilidad y robustez de los datos en base a criterios más objetivos (Eurostat, 2001). A los registros subjetivos (R. Stone 1942) se han añadido antecedentes más objetivos: auto correlación (van der Ploeg 1982), y correlación (Sefton y Weale 1995)³⁰. Además se han realizado propuestas de fortalecer los antecedentes objetivos mediante encuestas (Baxter, 1992), meta data de procesos (Eurostat, 2001) y consideración de los errores muestrales (B Chen, 2006).

ii) Dagum-Cholette constituye uno de los cierres posibles del debate antes mencionado. Algunos aspectos de su contribución pueden interpretarse en el contexto del paso de (5.7) a (5.8):

- **T pasa de 1 a T .** Esto es, agrega la dimensión tiempo al ejercicio de consistencia transversal. Con lo cual, las variables k no corresponden a una sola observación, sino que son series históricas.
- **ε pasa de 0 a ε .** Levanta el supuesto clásico que los agregados contables se miden sin error. Una definición más amplia de reconciliación reconoce el hecho que los agregados contables, por ejemplo, los totales fila o columna de la matriz de absorción, no son plenamente confiables. Así la reconciliación consistiría en combinar óptimamente registros agregados y desagregados para obtener un resultado más consistente y confiable³¹.
- **V_e .** La matriz de covarianzas, incorpora en principio las covarianzas cruzadas entre las diferentes variables del sistema. Lo cual es viable para una reconciliación del PIB entre diferentes enfoques (Sefton y Weale, 1995). Pero poco práctico para una reconciliación del PIB por el COU que compromete a un número significativo de variables. De allí que en la práctica se asuma que es un bloque diagonal (5.3), donde en cada elemento de la diagonal se tiene la matriz de covarianzas de cada una de las (k) series históricas (V_{ek}). En ausencia de matrices de covarianzas genuinas propone construir las de acuerdo a la estructura (5.4) que se repite a continuación:

$$V_{e_k} = \alpha_k \Xi_k^\lambda \Omega_k \Xi_k^\lambda, \quad (5.4)$$

α : coeficiente de alterabilidad de la serie el cual artificialmente aumenta o reduce la matriz de covarianzas de alguna de las series del sistema de manera que sea mas o menos afectada por la reconciliación. Si asume un valor 0, la serie no será afectada. Representa entonces una suerte de “coeficiente Stone” que refleja la robustez relativa de las series históricas.

Ω : contiene las autocorrelaciones seriales (van der Ploeg 1982) correspondientes a un proceso ARMA

³⁰ Los tres anteriores han sido integrados en la formulación de Cholette & Dagum (2006) como se muestra más abajo

³¹ En consecuencia, pueden haber restricciones redundantes. La matriz V_e es diagonal, y ε puede tener una varianza mayor a cero si las restricciones son redundantes, y una varianza igual a cero para las identidades no redundantes.

Ξ : es una matriz diagonal que tiene las desviaciones estándares (σ_{kt}) de cada una de las observaciones de la serie k . Y que sugiere construir como el producto entre un coeficiente de variación constante de la serie (cv) y el valor de cada observación ($\sigma_{kt}=cvk*s_{kt}$). Si bien en esto sigue a R Stone, es el exponente lo que lo distingue: el valor de λ determinará la manera como se distribuyen las discrepancias entre las variables: con $\lambda=1$ la reconciliación será proporcional no uniforme. En términos que las discrepancias serían absorbidas por las series que presenten registros mayores, en tanto que las series con registros menores permanecerán menos alteradas. Con $\lambda=1/2$ la reconciliación será proporcionalmente uniforme.

La reconciliación de la matriz absorción del COU y la MIP de la *CdeR2003* en términos de Dagum-Cholette (2006) requiere reparametrizar desde el modelo más general (5.1) a (5.6) más (5.8) a:

- $T=I$, se considera un COU y no una serie de ellos
- $\varepsilon = \theta$. los totales fila y columna de la matriz de absorción se miden sin error.
- En la formación de V_e . (5.4) :
 - $\alpha = 1$, todos los componentes del COU pueden ser alterados
 - $\Omega=1$, no hay auto correlación serial, los errores son i.i.d.
 - $\Xi=s$, la desviación estándar de cada observación considera un $cv = 1$
 - $\lambda=1$ y $\lambda=1/2$. Se consideran dos escenarios de reconciliación proporcional, no uniforme y uniforme, respectivamente.

Las funciones objetivos dependerán crucialmente de λ :

$$\begin{array}{ll} \text{con } \lambda = 1 & \sum (\theta_{est} - s)^2 / \sigma^2 & (6.1') \\ \text{con } \lambda = 1/2 & \sum (\theta_{est} - s)^2 / \sigma & (6.1'') \end{array}$$

Con $\lambda=1$ la función objetivo es idéntica a la de R Stone, *et al* (1942). Cada error ($\theta_{est} - s$) al cuadrado es dividido por el cuadrado del valor observado (6.1'). Con lo cual los valores más elevados de las celdas producto/actividad del COU absorben una elevada fracción de las discrepancias de agregación transversal. Y las celdas con valores pequeños permanecerán menos alteradas.

Con $\lambda=1/2$ cada error se divide por el valor observado (6.2''). Como resultado, todas las variables del COU tienden a tener una corrección proporcional uniforme, independiente del tamaño de sus registros.

iii) Finalmente, por exhaustividad, se incorporan los resultados del ejercicio bajo una tradición bayesiana. (Magnus, et al, 2000). Si los parámetros adoptan valores por omisión, tales resultados son similares a R. Stone, *et al* (1942) y a Dagum-Cholette (2006) con $\lambda=1$. Las razones de la equivalencia entre los estimadores bayesianos y mínimo cuadráticos estocásticos está establecida (Danilov, et al, 2005).

En el Cuadro 5 se evalúan los resultados comparados de la reconciliación por métodos estadísticos de minimización cuadrática estocástica (1.443). En primer lugar se concluye que estos en promedio superan marginalmente a los métodos matemáticos de minimización cuadrática (1.508). Y que de aquellos, sólo Dagum-Cholette (2006) con

$\lambda=1/2$, supera (**0.517**) al mejor de los métodos matemáticos, correspondiente a la minimización de las diferencias al cuadrado normalizadas (Friedlander, 1961) (**0.721** en base VBP o **0.972** en base CI). Finalmente, se confirma que coinciden los resultados numéricos de R. Stone (1942), bayesianos (Magnus, et al, 2000), y Dagum-Cholette (2006) con $\lambda=1$.

Cuadro 5 CHILE. Reconciliación Métodos Estadísticos Minimiz Cuadrática (*)
*Resultados comparados para la Matriz de Absorción 2003 (**)*

Métodos	Total Columna	COU		MIP			Promedio
		p/p tp	p/p ta	a/a ta	a/a tp		
Mínimos cuadrados restringidos R Stone et. al. (1942)	CI	3.318	1.434	1.390	1.388	1.231	1.752
Basado en Regresión, lambda=1 (***) Dagum y Cholette (2006)	CI	3.318	1.434	1.390	1.388	1.231	1.752
Basado en regresion, lambda= 1/2 (****) Dagum y Cholette (2006)	CI	0.737	0.483	0.459	0.395	0.511	0.517
Bayesiano Magnus, van Tongeren y de Vos (2000)	CI	3.318	1.434	1.390	1.388	1.231	1.752
Promedio		2.673	1.197	1.157	1.140	1.051	1.443

(*) Datos valores iniciales (**A**) (i.e. Matriz de Absorción 1996), y los totales fila (**u**) y columna (**v, x**) (CI o del VBP) para el año
(**) Por medio de la suma cuadrática de las diferencias entre el valor estimado por el método (**Q**) y el valor de la CdeR 2003 (**Q***)
(***) Con info de Golán et. al. (1994) tiende a entropía cruzada no ponderada y (****) a entropía cruzada ponderada (RAS)

¿Será posible mejorar la marca establecida por Dagum-Cholette (2006) con $\lambda=1/2$, (**0.517**). La respuesta, finalmente también es positiva y se encuentra en la reconciliación por métodos de entropía.

o **Minimización de la suma de la Entropía Cruzada**

Las primeras técnicas que más tarde se inscribirán en el enfoque de entropía fueron inicialmente incorporadas al análisis económico por R. Stone (1961) y R. Stone y M. Brown (1962). Tuvieron el propósito de actualizar una matriz de insumo-producto sin tener que elaborar cada una de las transacciones inter industriales y como una alternativa computacional más viable en relación a las técnicas mínimos cuadráticas.

Dada una matriz de coeficientes inicial (**A**), el total de compras (**v**) y ventas (**u**) intermedias, y la producción de cada una de las “n” actividades (**x**) de la matriz a actualizar, el método permite con $3*n$ nuevas piezas de información estimar $n*n$ coeficientes (**Q**) mediante lo que se ha venido a llamar el método RAS³² y cuyos orígenes se encuentran en las técnicas del arquitecto ruso G. V. Sheleikhovskii en la década de los 30 para mejorar el transporte de la ciudad de Petrogrado, según lo señala Bregman (1967).

³² Nomenclatura que se debe a Deming y Stephan (1940) y no a R Stone cómo podría conjeturarse. Quienes, además, en la misma fecha llevaron a cabo la primera comparación sistemática entre el método biproporcional y el mínimo cuadrático, obteniendo resultados casi idénticos de ambos en matrices de 6 x 4.

Si retomamos nuestra nomenclatura inicial, expresada en (2), entonces, el RAS tradicional, algoritmo de optimización³³ que utiliza un procedimiento iterativo, puede ser expresado en los siguientes términos:

$$u_i^1 = \sum_j a_{ij}x_j \quad \forall i \quad (7.1)$$

$$r_1 = \hat{u}(\hat{u}^1)^{-1} \quad (7.2)$$

$$Q^1 = r_1 A \Rightarrow u_i = \sum_j q_{ij}^1 x_j \quad \forall i \quad (7.3)$$

$$\text{pero: } v_j^1 = \sum_i q_{ij}^1 x_j \neq v_j \quad \forall j \quad (7.4)$$

$$s_1 = \hat{v}(\hat{v}^1)^{-1} \quad (7.5)$$

$$Q^2 = Q^1 s_1 \Rightarrow v_j = \sum_i q_{ij}^2 x_j \quad \forall j \quad (7.6)$$

$$\text{pero: } u_i^2 = \sum_j q_{ij}^2 x_j \neq u_i \quad \forall i \quad (7.7)$$

$$\dots r_{m-1} \text{ y } s_{m-1} \text{ tal que} \quad (7.8)$$

$$Q^m = Q^{m-1} s_{m-1} \Rightarrow \quad (7.9)$$

$$v_j = \sum_i q_{ij}^m x_j \quad (7.10)$$

$$u_i^m = \sum_j q_{ij}^m x_j \approx u_i \quad \forall i \quad (7.11)$$

En primer término, se estiman las ventas intermedias (u) que habrían tenido lugar si la nueva producción (x) hubiera empleado los coeficientes técnicos conocidos (a) (7.1).

Luego (7.2), las ventas que efectivamente tuvieron lugar se dividen por las ventas arriba estimadas para construir un coeficiente (r) que permite reescalar las filas, al pre multiplicar la matriz de coeficientes A y obtener de esta manera una primera estimación de la nueva matriz (Q), en (7.3). Por construcción, esta matriz de coeficientes asegura para cada fila, que la suma de cada uno de sus coeficientes (q) multiplicados por la producciones sectorial (x) corresponderán al total conocido para la fila (u). Sin embargo nada garantiza una similar consistencia aditiva para la columna (v) (7.4).

Entonces (7.5), las compras que efectivamente tuvieron lugar se dividen por las compras que se verificaron con la operación (7.4) para construir un coeficiente (s) en (7.5) que permite ahora, reescalar las columnas y obtener una segunda estimación de la nueva matriz (Q) en (7.6). Asimismo, por construcción, esta matriz de coeficientes asegura para cada columna, que la suma de cada uno de sus coeficientes (q) multiplicados por la producción sectorial (x) corresponderán al total conocido para la columna (v). Sin embargo, nuevamente, nada garantiza una similar consistencia aditiva para la columna (u) (7.7).

El proceso vuelve a (7.2) y entra en un *loop* tal, que después de reescalar sucesivamente filas y columnas, sólo sale después de “ m ” iteraciones (7.8 y 7.9), cuando las discrepancias contables para las filas (7.11) sean insignificantes, dado que las discrepancias nula para las columnas está asegurada por la relación (7.5) de la última iteración. La convergencia está garantizada porque los coeficientes de la matriz son inferiores a uno³⁴.

³³ Weise, 2008

³⁴ Si el valor total de una fila corresponde al valor total de una columna, como es el caso de la Matriz de Transacciones Económica o la SAM, entonces el algoritmo puede ajustarse para ser más eficiente empleando dicha propiedad. Por ejemplo el “Diagonal Similarity Scaling” (DSS) de Schneider and Zenios (1990).

El atractivo del RAS radica en que es simple de entender y fácil de calcular. El hecho de agitar la matriz de un lado a otro mediante el reescalamiento sucesivo de las filas y las columnas mediante los multiplicadores r y s es susceptible de anidar las más diversas hipótesis relativas a la modificación de las estructuras de ventas (filas) así como a los cambios en la función de producción (columnas). Asimismo, resulta conveniente que el procedimiento preserve el signo de los elementos de la matriz original (A).

Diversos autores han puesto una nota de cautela en relación al uso del RAS (i.e. Lecomber, 1975, L. A. Beccaria 1984, y K. Polenske 1997, entre otros). En efecto, si bien se reconocen menores errores relativos respecto de otros métodos, los errores absolutos pueden ser –bajo determinadas condiciones- muy elevados, y concluyen recomendando levantar la información de manera directa, al menos para las transacciones más importantes y/o de aquellas que experimentaron los cambios más significativos. Sin embargo, cabe añadir que la cautela debiera limitarse a los propósitos de la actualización de las matrices. Porque en lo que concierne a la compatibilización transversal, o reconciliación, la recomendación más arriba indicada, es exactamente lo que se propone.

El método RAS se ha extendido a acomodar incertidumbre en los totales fila y columna (Allen 1975, Lecomber, 1975), así como al tratamiento de números negativos (Gunluk-Senesen y Bates, 1988), por ejemplo, en el caso del excedente de explotación o la variación de inventarios.

Será la contribución de Bacharach (1965), que al inscribir al RAS en los métodos biproporcionales, lo llevaría posteriormente a ser interpretado como una distancia entre funciones de probabilidad (Kullback, 1968) y modalidad específica de las técnicas de entropía que serían extendidas y profundizadas posteriormente (Golan, et al, 1996). El no reconocimiento por parte de estos, de las relaciones entre la entropía y el RAS ha dado origen a una numerosa literatura que ha reestablecido las conexiones analíticas entre ambas (por ejemplo, McDougall, 1999).

Bacharach (1970) señala que si la matriz inicial y final guardan entre si una relación de biproporcionalidad, entonces existe un único conjunto de valores r y s que satisfacen la condición de biproporcionalidad. Bacharach planteó el problema en los términos de (8.1) y su solución según (8.2) (United Nations, 1999).³⁵

$$Q = \lim_{m \rightarrow \infty} R^m A S^m \quad (8.1)$$

$$\min z = \sum_i \sum_j q_{ij} x_j * \log(q_{ij} x_j / a_{ij} x_j) \quad (8.2)$$

$$\min z = \sum_i \sum_j q_{ij} x_j * (\log(q_{ij} x_j) - \log(a_{ij} x_j)) \quad (8.2')$$

s.a. las identidades contables:

$$\begin{aligned} \sum_i q_{ij} x_j &= v_j & \forall j \\ \sum_j q_{ij} x_j &= u_i & \forall i \\ y, a \quad q_{ij} &\geq 0 & \forall i, j \end{aligned}$$

³⁵ En las expresiones 8.2 y 8.2' el x_j que acompaña al a_{ij} difiere del que acompaña al q_{ij} . El primero corresponde al VBP de la matriz A y el segundo al VBP de la Matriz Q . Se omitió diferenciar para simplificar la nomenclatura.

Las soluciones 8 y 7 son numéricamente equivalentes. Dado que el cambio en los coeficientes mayores tiene un peso mayor en la función de optimización, entonces las discrepancias contables (fila y columna) serán absorbidas por los coeficientes menores en una mayor proporción, ahora a escala logarítmica. Así, el RAS se inscribiría en la tradición de los métodos matemáticos de minimización de diferencias logarítmicas ponderadas (8.2’).

A continuación veremos que esto lo aleja de las medidas de distancia entre matrices (enfoques de mínimos absolutos y cuadráticos) y lo inscribe en las medidas de distancia entre distribuciones de probabilidad, esto es, entropía. Pero, ¿qué es exactamente la entropía? Consideremos la distribución de probabilidades de una variable aleatoria discreta.

La entropía de Shannon (1948) de una distribución puede entenderse como el desorden existente en la misma, o la incertidumbre asociada a determinado fenómeno:

- Alcanzará su mayor valor cuando todas las probabilidades coincidan, esto es cuando la distribución sea uniforme.
- Y estará acotada inferiormente por cero, cuando sean nulas todas las probabilidades menos una, que tiene el valor unitario.

Si consideramos la distribución de probabilidad de dos variables aleatorias discretas la divergencia que existe entre ellas puede medirse por la distancia de Kullback, *et al* (1951) o entropía cruzada.

- Cuando ambas distribuciones coinciden dicha medida toma el valor de cero.
- Y alcanza su máximo cuando la diferencia entre las distribuciones es la mayor posible.

Ambos aspectos pueden ser examinados a través de un ejemplo. En el Cuadro 6 se muestran las distribuciones de probabilidades de tres variables aleatorias discretas (*m*, *n* y *o*).

Cuadro 6: Distancia entre distribuciones de Probabilidad

Un ejemplo

A	Distribución			Entropía Shannon			Distancia de Kullback	
	m	n	o	$m \cdot \log m$	$n \cdot \log n$	$o \cdot \log o$	$m \cdot \log (m/n)$	$m \cdot \log (m/o)$
1	0.33	0.98	0.40	-0.16	-0.01	-0.16	-0.16	-0.03
2	0.33	0.01	0.20	-0.16	-0.02	-0.14	0.50	0.07
3	0.34	0.01	0.40	-0.16	-0.02	-0.16	0.52	-0.02
SUMA	1.00	1.00	1.00	0.48	0.05	0.46	0.87	0.02

La primera tiene una distribución, uniforme, la segunda es degenerada, y la tercera se encuentra entre las anteriores. Por lo cual, la entropía de Shannon adquiere su mayor valor para la distribución *m* (0.48)³⁶, el menor para *n* (0.05). Y *o* (0.46) se encuentra entre ellas.

³⁶ Nótese que la medida de entropía de la distribución de probabilidad es $H = - \sum x \cdot \log (x)$

Finalmente, la distancia de Kullback, o entropía cruzada es mayor entre la distribución uniforme y la degenerada (0.87) y es menor entre la distribución uniforme y la intermedia (0.02).

Supóngase ahora que las tres distribuciones, cada una con tres eventos corresponde a los coeficientes técnicos de una matriz de absorción del COU en cuentas nacionales con dimensiones de 3 por 3, producto por actividad. Donde las distribuciones son las actividades y los eventos son los productos. Cada columna suma uno, dado que los coeficientes técnicos se miden respecto del CI. Entonces, el criterio de minimizar las sumas no ponderadas de las entropías cruzadas, incorporado en (9), busca minimizar la distancia entre los coeficientes de cada columna de la matriz de absorción Q , respecto de los coeficientes de la misma columna de la matriz de absorción A .

Así, Golan, *et al* (1996) para estimar los coeficientes de una nueva matriz propone encontrar un nuevo conjunto de coeficientes que minimicen la entropía cruzada o la “distancia” entre las distribuciones de probabilidades, esto es, entre cada actividad (columna) de Q y la correspondiente de A .

$$\begin{aligned} \min z &= \sum \sum q_{ij} * \ln(q_{ij}/a_{ij}) & (9) \\ \text{s.a. las identidades contables:} \\ \sum_j q_{ij} x_j &= u_i & \forall i \\ \sum_i q_{ij} &= 1 & \forall j \\ \text{notar que } x &= v \end{aligned}$$

Si se compara el criterio de entropía cruzada antes expuesto con el RAS a la Bacharach (8.2) una primera diferencia es que mientras la entropía cruzada normaliza (divide) cada columna por el total de CI (x), el RAS pondera (multiplica). Así, el costo de distanciar q de a , será:

- En entropía cruzada, mayor en las ramas de actividad (columnas) con menor consumo intermedio, por lo cual las discrepancias contables tienden a absorberse en las actividades (columnas) con mayor consumo intermedio. Ello implicaría suponer que los registros pre compatibilizados serían más confiables para las actividades más pequeñas.
- En el RAS, mayor en las ramas de actividad (columnas) con mayor consumo intermedio, por lo cual las discrepancias contables tienden a absorberse en las actividades (columnas) con menor consumo intermedio. Ello implicaría suponer que los registros pre compatibilizados serían más confiables para las actividades más grandes.

Ello es consecuencia de que el RAS opera sobre flujos de transacciones, en tanto la entropía cruzada lo hace sobre coeficientes.

Una segunda diferencia es que la función a minimizar de la entropía cruzada puede incorporar componentes estocásticos.

Los resultados se muestran en el Cuadro 7. En términos globales la suma de los errores cuadráticos es menor por métodos de entropía (**0.690**) que por los métodos estadísticos de minimización cuadrática (**1.443**). Se confirma la equivalencia numérica entre el RAS

tradicional y el RAS a la Bacharach, y que el desempeño de la entropía cruzada no ponderada de Golan, *et al* (**0.992** y **1.149**) es inferior al RAS o al de entropía cruzada de Bacharach (**0.436** y **0.437**).

Cuadro 7 CHILE. Reconciliación por Métodos de Minimización de Entropía Cruzada (*)
*Resultados comparados para la Matriz de Absorción 2003 (**)*

Métodos	Total COU Columna	MIP					Promedio
		p/p tp	p/p ta	a/a ta	a/a tp		
RAS	CI	0.587	0.424	0.381	0.337	0.453	0.436
Seleikhovskii (1930)							
Minimización de \sum Entropía cruzada ponderada	VBP	0.586	0.424	0.380	0.336	0.453	0.436
Bacharach (1965)	CI	0.587	0.425	0.380	0.338	0.454	0.437
Minimización de \sum Entropía cruzada normalizada	VBP	1.660	0.916	0.793	0.706	0.885	0.992
Golan et. al. (1996)	CI	1.475	1.160	0.793	1.046	1.272	1.149
Promedio		0.979	0.670	0.545	0.553	0.703	0.690

(*) Datos valores iniciales (**A**) (i.e. Matriz de Absorción 1996), y los totales fila (**u**) y columna (**v, x**) (CI o del VBP) para el año 2003

(**) Por medio de la suma cuadrática de las diferencias entre el valor estimado por el método (**Q**) y el valor de la CdeR 2003 (**Q***)

3. Reconciliación del cuadro oferta – utilización por minimización cuadrática estocástica

Las técnicas de compatibilización no están necesariamente circunscritas a arreglos matriciales elementales como una matriz de absorción, sea ella del COU o de la MIP. Pueden ser aplicadas al mismo COU, esto es considerar tanto la oferta y utilización de los productos, así como la producción y los costos de las actividades. Es decir puede comprometer a la matriz de producción, a la matriz de absorción intermedia, a la matriz de absorción final y a las cuenta de producción. La formulación analítica no se modifica sustantivamente. Los principales cambios recaen en las restricciones contables o matriz G .

A continuación reconciliaremos un COU, tal como en (1). La situación inicial se presenta en el Cuadro 8. Las discrepancias contables oferta-utilización de productos se encuentran en la última columna, y las discrepancias de la cuenta de producción están en la última fila³⁷. El problema analítico se encuentra en términos generales representado por (2). Donde cabe especificar con arreglo a qué método (f) se efectuará la reconciliación.

La técnica empleada será la de minimización cuadrática estocástica a la R. Stone. Para la matriz de covarianza, V_e (5.4) supondremos que:

- α = adquiere diferentes valores según confiabilidad
- $\Omega=1$, los errores son i.i.d.
- $\Xi=s$, la desviación estándar de cada observación considera un $cv = 1$
- $\lambda=1$ escenario de reconciliación proporcional no uniforme

Entonces, las relaciones comprometidas en la reconciliación son las siguientes:

Cuadro 8: CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN: INICIAL/ POR RECONCILIAR (s)

	OFERTA Matriz Producción Imp y Valuación									UTILIZACIÓN								Equilibrio Of- Uso
	Pr Básicos			Pr de Usuario			Imp al VA no deduc			Transac Intermedia Pr de Usuario			Transacciones Finales Totales Pr de Usuario					
Actividades	Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/bs y serv.	Imp al VA no deduc		Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones		
Bienes	29.8	0.1	0.0	8.6	0.7	5.6	0.5	1.9		14.6	0.9	3.9	12.0	8.5	0.3	8.0	-1.02	
Comercio	0.5	6.5	0.1	0.2	0.0	-5.6	0.0	0.0		0.2	0.2	0.3	0.3	0.0	0.0	0.2	0.45	
Servicios	0.2	0.3	23.2	0.8	0.0	0.0	0.0	0.6		3.3	2.1	5.5	13.0	0.0	0.0	1.3	0.00	
Remuneraciones										4.9	1.4	6.9						
Excedente de Operación										6.8	1.4	4.2						
Asig CCF										1.7	0.2	2.5						
Otros Imp Dir/act Netos										0.1	0.1	0.3						
Equilibrio Prod - (C Intermedio + Valor Agregado)										-1.02	0.45	-0.29						

³⁷ La igualdad de dos discrepancias en la fila y en la columna es una coincidencia derivada de la escala del ejercicio.

Cuadro 9:

**CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN:
LAS VARIABLES (s)**

	OFERTA								UTILIZACIÓN							Equilibrio Of - Uso
	Matriz Producción Imp y Valuación								Transac Intermedia Transacciones Finales Totales							
	Pr Básicos				Pr de Usuario				Pr de Usuario			Pr de Usuario				
	Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/bs y serv.	Impto al VA no deduc	Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones	
Actividades									Actividades							
Bienes	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	0.00
Comercio	s16	s17	s18	s19	0.0	-s6	0.0	s20	s21	s22	s23	s24	0.0	0.0	s25	0.00
Servicios	s26	s27	s28	s29	0.0	0.0	0.0	s30	s31	s32	s33	s34	0.0	0.0	s35	0.00
Remuneraciones									s36	s37	s38					
Excedente de Operación									s39	s40	s41					
Asig CCF									s42	s43	s44					
Otros Imp Dir/act Netos									s45	s46	s47					
Equilibrio Prod - (C Intermedio + Valor Agregado)									0.00			0.00				0.00

$$\min z = \sum (\theta_{est} - s)^2 / (\alpha s^2) \quad (6.1'')$$

$$\text{s.a. } g = G\theta_{est} \quad (6.2)$$

$$\theta_{est} = s + (\widehat{\alpha s^2}) G' (G(\widehat{\alpha s^2}) G')^{-1} (g - Gs) \quad (5.5'')$$

donde $V_e = (\widehat{\alpha s^2})$, tal que $\widehat{\quad}$ indica matriz diagonal

Los valores reconciliados resultarán de minimizar la suma al cuadrado de las diferencias entre los valores reconciliados (θ_{est}) y pre compatibilizados (s) del Cuadro 8, normalizados por su varianza (αs al cuadrado) (6.1'').

Mientras menor sea la varianza de un registro (recordar que incorpora un elevado nivel de confianza α) mayor será para z la pérdida de distanciar el valor reconciliado del pre compatibilizado. En consecuencia no serán estos registros los que absorberán la discrepancia contable ($g - Gs$) sino aquellos registros que tengan una varianza elevada, puesto que para ellos el costo de la pérdida de la función a minimizar será menor.

**Cuadro 10: CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN:
IDENTIDADES (G y g)**

Operación Variable	O-U:		O-U:	VBP-(CI+VA)		VBP-(CI+VA)
	bienes	comercio	servicios	bienes	comercio	servicios
	1	2	3	4	5	6
s1	1	0	0	1	0	0
s2	1	0	0	0	1	0
s3	1	0	0	0	0	1
s4	1	0	0	0	0	0
s5	1	0	0	0	0	0
s6	1	-1	0	0	0	0
s7	1	0	0	0	0	0
s8	1	0	0	0	0	0
s9	-1	0	0	-1	0	0
s10	-1	0	0	0	-1	0
s11	-1	0	0	0	0	-1
s12	-1	0	0	0	0	0
s13	-1	0	0	0	0	0
s14	-1	0	0	0	0	0
s15	-1	0	0	0	0	0
s16	0	1	0	1	0	0
s17	0	1	0	0	1	0
s18	0	1	0	0	0	1
s19	0	1	0	0	0	0
s20	0	1	0	0	0	0
s21	0	-1	0	-1	0	0
s22	0	-1	0	0	-1	0
s23	0	-1	0	0	0	-1
s24	0	-1	0	0	0	0
s25	0	-1	0	0	0	0
s26	0	0	1	1	0	0
s27	0	0	1	0	1	0
s28	0	0	1	0	0	1
s29	0	0	1	0	0	0
s30	0	0	1	0	0	0
s31	0	0	-1	-1	0	0
s32	0	0	-1	0	-1	0
s33	0	0	-1	0	0	-1
s34	0	0	-1	0	0	0
s35	0	0	-1	0	0	0
s36	0	0	0	-1	0	0
s37	0	0	0	0	-1	0
s38	0	0	0	0	0	-1
s39	0	0	0	-1	0	0
s40	0	0	0	0	-1	0
s41	0	0	0	0	0	-1
s42	0	0	0	-1	0	0
s43	0	0	0	0	-1	0
s44	0	0	0	0	0	-1
s45	0	0	0	-1	0	0
s46	0	0	0	0	-1	0
s47	0	0	0	0	0	-1
g'	0	0	0	0	0	0

Cuadro 11: CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN: GRADO de CONFIANZA RELATIVA de las VARIABLES (α)

Actividades	OFERTA									UTILIZACIÓN								
	Matriz Producción Imp y Valuación									Transac Intermedia				Transacciones Finales				Totales
	Pr Básicos			Pr de Usuario						Pr de Usuario		Pr de Usuario		Pr de Usuario				
	Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/bs y serv.	Imppto al VA no deduc			Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones	
Bienes	0.1	0.2	0.4	0.1	0.1	0.2	0.1	0.1		0.2	0.2	0.4	0.4	0.2	0.4	0.1		
Comercio	0.2	0.2	0.4	0.1	0.0	0.2	0.0	0.1		0.2	0.2	0.4	0.4	0.0	0.0	0.1		
Servicios	0.4	0.4	0.4	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1		0.4	0.4	0.4	0.4	0.0	0.0	0.1		
Remuneraciones										0.2	0.2	0.4						
Excedente de Operación										0.4	0.4	0.4						
Asig CCF										0.2	0.2	0.2						
Otros Imp Dir/act Netos										0.1	0.1	0.1						
	0.1 Grado Alto Nivel de Confianza									0.4 Grado Bajo Nivel de Confianza								
	0.2 Grado Nivel de Confianza Intermedio									0.0 Valores nulos analíticamente								

Cuadro 12: CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN: FINAL/ RECONCILIADO (θ_{est})

Actividades	OFERTA									UTILIZACIÓN								Equilibrio Of - Uso	
	Matriz Producción Imp y Valuación									Transac Intermedia				Transacciones Finales					Totales
	Pr Básicos			Pr de Usuario						Pr de Usuario		Pr de Usuario		Pr de Usuario					
	Bienes	Comercio	Servicios	Importaciones cif	Der Importación	Marg. Comercio	Imp Ind s/bs y serv.	Imppto al VA no deduc			Bienes	Comercio	Servicios	Consumo	Form Bruta CF	Var. de Existencias	Exportaciones		
Bienes	30.2	0.1	0.0	8.6	0.7	5.7	0.5	1.9		14.2	0.9	3.8	11.9	8.5	0.3	8.0		0.00	
Comercio	0.5	6.2	0.1	0.2	0.0	-5.7	0.0	0.0		0.2	0.2	0.3	0.3	0.0	0.0	0.2		0.00	
Servicios	0.2	0.3	23.4	0.8	0.0	0.0	0.0	0.6		3.2	2.2	5.5	13.1	0.0	0.0	1.3		0.00	
Remuneraciones										4.9	1.4	6.8							
Excedente de Operación										6.6	1.5	4.1							
Asig CCF										1.7	0.2	2.5							
Otros Imp Dir/act Netos										0.1	0.1	0.3							
	Equilibrio Prod - (C Intermedio + Valor Agregado)									0.00 0.00 0.00									

Analíticamente las variables (s) están señaladas en el Cuadro 9, las identidades contables (G) en el Cuadro 10 y el nivel de confianza asociado a cada variable (α) se encuentra en el Cuadro 11. La valoración relativa de las confianzas refleja apropiadamente la situación de cualquier país de desarrollo estadístico intermedio: los registros administrativos del comercio exterior, tributarios y las estadísticas de producción de bienes en las actividades productoras de bienes tienen un alto grado de confiabilidad (0.1). En tanto que son poco robustas las estadísticas de producción y consumo intermedio de servicios, así como la medición del consumo, la variación de existencias y el superávit bruto de explotación (0.3). El resto de los registros tienen un nivel de calidad intermedia (0.2).

Finalmente, el Cuadro 12 refleja el sistema reconciliado (θ_{est}) correspondiente a (5.5'').

Cuadro 13: CUADRO OFERTA-UTILIZACIÓN: diferentes escalas DIMENSIONES DE ALGUNAS VARIABLES

Bienes	Comercio	Servicios	Productos / Actividades	s y theta est	Identidades Contables	G	Ve
a	b	c	d =a + b + c	e =2*d*(d+2)+d*4+a*5	f =d*2	g (f,e)	h (e,e)
1	1	1	3	47	6	(6, 47)	(47, 47)
15	1	14	30	2115	60	(60, 2115)	(2115, 2115)
35	1	34	70	10535	140	(140, 10535)	(10535, 10535)
70	1	69	140	40670	280	(280, 40670)	(40670, 40670)
105	1	104	210	90405	420	(420, 90405)	(90405, 90405)

El ejercicio, véase la primera línea del Cuadro 13, ha considerado tres productos y tres actividades, cinco capas de valorización, cuatro destinos finales y cuatro componentes del valor agregado (Cuadro 8). Ello significa 47 variables (Cuadro 9), 6 identidades contables, esto es una matriz G con dimensiones (6, 47) (Cuadro 10). Finalmente, la matriz de covarianzas Ve tiene dimensiones (47, 47), que por los supuestos adoptados es diagonal y en consecuencia puede beneficiarse de las formulaciones analíticas para matrices *sparse*.

Si dado lo demás constante, se aumenta el número de productos y actividades del COU (columna d), en la composición indicada por las columnas a, b y c del Cuadro 13, entonces se tendría, por ejemplo, que para un número modesto de 70 productos/actividades³⁸, habrían 10535 variables³⁹ y 140 identidades contables. Las matrices de identidades (140, 10535) y de covarianzas (10535, 10535) serían de tamaño significativo.

Al acomodar todos estos vectores y matrices en (5.5'') se convendrá que las restricciones computacionales, tiempos de solución y grados de precisión no son triviales.

Si la escala de productos⁴⁰ y actividades se pone al nivel de los países estadísticamente más desarrollados, vale decir entre 140 a 210, entonces las dimensiones de los arreglos G (420, 90405) y Ve (90405, 90405) en (5.5'') son desafiantes. Además, si, como es el caso de las cuentas trimestrales, o la consistencia entre dos ciclos de compilación, se añade una tercera

³⁸ que corresponde aproximadamente a las Compilaciones de Seguimiento de las cuentas nacionales de Chile.

³⁹ Una importante proporción de ellas con valor nulo.

⁴⁰ En realidad, grupos de productos.

dimensión, la temporal a los productos y actividades, se podrá comprender que la compatibilización transversal (*reconciliation*) y temporal (*benchmarking*) se encuentra en la frontera de las posibilidades de implementación práctica.

Para aliviar tales problemas de implementación práctica, contribuye:

- la formulación de soluciones *analíticas* que explotan la diagonalización, partición y naturaleza *sparse* de las matrices comprometidas por sobre las soluciones matriciales *generales*. Al operar sobre la información de cada serie y al minimizar la información colectiva, alcanza una elevada eficiencia en el uso de memoria, con costos menores en términos de tiempo de procesamiento. Un ejemplo es la propuesta de Dagum - Cholette (2006).
- el logro de elevada precisión en procesos que naturalmente irradian errores (como es el caso de la inversión de matrices), por medio de la ejecución de inversas en espacios particionados y gracias a la utilización de rutinas sólidas, en aquellos casos en que existe agregados contables o valores de referencia que se miden con error. Tal es el caso de la inversa generalizada de Moore – Penrose.
- una plataforma informática robusta que incorpora funcionalidades apropiadas de gestión de matrices, tal como SAS o MatLab. Especialmente si la codificación puede beneficiarse de la computación paralela en equipos con doble núcleo.

CONCLUSIONES

¿Cuál es el mejor método de optimización para actualizar la matriz de absorción?

Si se seleccionan las mejores técnicas por tipo de método para la actualización del consumo intermedio de la matriz de insumo-producto 2003⁴¹, tomando como registros iniciales los del año 1996, los resultados serían los del Cuadro 14. Allí se constata que los mínimos absolutos o cuadrados *normalizados* se comportan mejor que las variantes sin normalizar y ponderadas, razón por la cual han sido excluidas de éste cuadro. Estos resultados, son en extremo dependientes de la relación entre los supuestos de cada método y los números iniciales comprometidos en el ejercicio y no pueden generalizarse a otras situaciones.

Cuadro 14 Reconciliación Consumo Intermedio por Optimización
Resultados comparados para la Matriz Insumo-Producto 2003

Método	Suma de errores al cuadrado
Mínimos Absolutos Normalizados Matuszewski (1964)	3.798
Mínimos Cuadrados Determinísticos Normalizados Friendlander (1961)	0.913
Mínimos Cuadrados Estocásticos Normalizados por sigma cuadrado Stone (1942), Magnus, van Tongeren, y de Vos (2000), Dagum_Cholette (2006)	1.361
Mínimos Cuadrados Estocásticos Normalizados por sigma Dagum Cholette (2006)	0.462
Mínima Entropía Cruzada Normalizada (y no ponderada) Golan et. al. (1996)	1.068
Mínima Entropía cruzada ponderada RAS, Bacharach (1965)	0.399

Fuente: Cuadros 3, 4, 5 y 7

En efecto, las matrices de consumo intermedio agregadas a bienes, comercio y servicios comprenden nueve registros, cinco de ellos pequeños (los correspondientes a la fila y columna de comercio), y cuatro grandes (las transacciones entre bienes y servicios). Entonces el supuesto que las discrepancias contables fila y columna, que corresponden a las diferencias entre el año 2003 y 1996, se concentran en los registros grandes y no en los pequeños es muy apropiado. De allí que para las distancias absolutas o cuadráticas, los mínimos normalizados sean más apropiados que los ponderados, en los cuales los cambios se centrarían en los registros menores, para el caso comercio, lo que no tendría sentido.

Sin embargo lo anterior debe ser calificado. En el caso de los estocásticos normalizados por sigma cuadrado, los registros grandes absorberían virtualmente toda la discrepancia estadística. En tanto que en los estocásticos normalizados por sigma, alguna contribución les cabe a los registros pequeños en la absorción de la discrepancia aditiva. Que el error mínimo cuadrático de éstos (**0.462**) sea menor que el de los anteriores (**1.361**) es

⁴¹ Para simplificar, se considera el promedio de la suma de errores al cuadrado de los cuatro tipos de la transformación la matriz de consumo intermedio del COU en MIP.

compatible con las mayores transacciones que comercio efectúa con servicios, esto es, la creciente terciarización del sector comercio en el período 1996-2003.

En síntesis, los datos de Chile relativos a la matriz de absorción intermedia de la MIP, en un promedio de sus cuatro variantes, correspondiente a la *CdeR2003*, son más apropiadamente actualizados, *si se supone como iniciales, los del año 1996*, mediante técnicas de optimización:

- de minimización absoluta o cuadrática matemática que normalice (es decir no pondere) por los registros individuales de cada producto/actividad como es el caso de Matuszewski (1964) o Friendlander (1961).
- de minimización cuadrática estocástica, como por ejemplo Dagum-Cholette (2006) con $\lambda=1/2$ cuya suma de errores al cuadrado entre el valor estimado y el verdadero sería de **0.432**⁴². O, a través de la minimización de la suma de entropías cruzadas, como el RAS, esto es **0.399**, según el Cuadro 14.

¿Cuál es el mejor método de optimización para reconciliar las cuentas nacionales?

Para responder a esta interrogante se pueden situar en el contexto de la reconciliación, las conclusiones relativas a la actualización de la matriz de absorción de la MIP:

i) son los supuestos relativos al comportamiento de los registros individuales, o a la actividad económica, los que determinarán la selección de la mejor técnica, en cada caso...

Tanto entre diferencias absolutas, cuadráticas o logarítmicas, como entre las variantes normales, normalizadas o ponderadas en cada una de ellas.

Cuadro 15 SUPUESTOS DE RECONCILIACIÓN POR ENFOQUES Y TÉCNICAS

Enfoque	Técnica	Absorción de la Discrepancia Contable por los registros :		
		Grandes y Pequeños	Grandes (normalizado)	Pequeños (ponderado)
	Supuesto	Se confía en reg grandes y peq.	Se confía + en registros pequeños	Se confía + en registros grandes
Arbitraje entre discrepancias				
Minimizar Diferencias:				
Optimización	Absolutas	Boscovitch (1757)	Matuszewski (1964)	
	Cuadráticas (matem)	Almon (1968)	Friendlander (1961)	
	Cuadráticas (estad)	Dag-Chol $\lambda = 1/2$ (2006)	Stone / Bayes / Dag-Chol $\lambda = 1$	
	Logarítmicas	RAS (1930) /Bacharach (1965)	Golan (1996) (*)	

(*) el concepto de registros se sustituye por actividad (ya sea consumo intermedio o valor bruto de la producción)

El Cuadro 15 establece la relación específica entre enfoques y técnicas, en relación con los supuestos. El sombreado claro denota un supuesto habitual del arbitraje entre discrepancias. Toda el área sombreada en optimización corresponde a reconciliaciones posibles. Con excepción de la minimización de diferencias ponderadas (última columna) todas las demás técnicas pueden ser asociadas a autores determinados. El área más oscura fue la mejor

⁴² Se trata de una normalización suave ($\lambda=1/2$), que la distinguimos de la normalización propiamente ($\lambda=1$).

comportada para los propósitos de actualizar la matriz de absorción de la MIP, según se consignara en la sección anterior.

ii)...dados unos valores iniciales pre compatibilizados.

En efecto, entre los valores iniciales se distinguen:

- registros individuales firmes, sobre los cuales su robustez es plena. Estos no serán modificados por el proceso de reconciliación. Así por ejemplo, en el caso del RAS, toda información directa que se disponga para la matriz actualizada debe sustraerse del proceso de actualización/compatibilización imponiendo un valor nulo en la celda correspondiente de la matriz A , y ajustando los registros u , v y x conocidos. Una vez concluido el proceso se añaden los registros conocidos. En Dagum-Cholette (2006), la variable α cumple este cometido en sus registros 0 y 1. En los demás casos, los antecedentes directos se incorporan como una restricción adicional a las existentes
- registros individuales no tan firmes, sobre los cuales su robustez no es tan plena, pero relativamente conocida en base a antecedentes objetivos los cuales serán modificados con arreglo a su misma confiabilidad relativa. En este caso, las técnicas de minimización cuadrática estocásticas parecen apropiadas (desde Stone hasta Dagum-Cholette), nuevamente a través de α se cumple este propósito en sus registros *entre* 0 y 1, y por medio de Ω se puede incorporar toda información relativa sobre la auto correlación de los errores. Esta funcionalidades también están disponibles en versiones más elaboradas de la minimización de la suma de entropías cruzadas no ponderadas (Golan, et al).

En reversa, dados unos valores iniciales precompatibilizados, la selección de la mejor técnica de optimización queda dependiendo de sus supuestos:

- La mejor práctica será aquella que minimice el ámbito de los supuestos de las técnicas de optimización, o “modo por omisión” (punto i) anterior) y maximice la robustez de los valores iniciales precompatibilizados (punto ii) arriba señalado) o “modo parametrizado”.
- En tanto que la peor práctica sería aquella que hiciera descansar sólo sobre los supuestos de las técnicas, toda la responsabilidad de la reconciliación, sin tomar las acciones para mejorar la calidad de los datos iniciales pre compatibilizados.

Una mayor generalidad en las conclusiones, esto es independiente de la relación entre supuestos y datos, comprometería a enfoques formales de otra naturaleza (De Mesnard, 2006) o llevar a cabo ejercicios de simulación que ilustren las propiedades de estimadores alternativos⁴³ en pequeñas muestras para un problema dado (i.e. estudios de Montecarlo) como por ejemplo Cabrer, *et al* (2007). Ambos procedimientos terminan por favorecer relativamente a la minimización cuadrática normalizada y a la entropía cruzada ponderada, es decir tiende a coincidir con las conclusiones obtenidas para el caso chileno arriba mencionado.

⁴³ Incorporando otros indicadores sobre la calidad de la estimación y no sólo sumas cuadráticas como se ha efectuado en este documento.

¿Cuál es la mejor práctica para reconciliar las cuentas nacionales?

Las técnicas de optimización han llegado recientemente a un punto madurez, tal que les permite **interactuar cooperativamente** con los enfoques más tradicionales de *arbitraje entre discrepancias* y de *si-entonces-sino*.

La naturaleza de la mezcla de las técnicas, en la práctica dependerá de la escala de productos y actividades a reconciliar, de la frecuencia de las compilaciones, y del número de dimensiones a compatibilizar:

- los enfoques tradicionales tienen una mayor importancia cuando se trata de compatibilizar un número menor de productos, por ejemplo, bajo 1000, y mientras menor sea la frecuencia de la compilación, como por ejemplo la compilación de referencia. Y cuando menos sean las dimensiones a compatibilizar, por ejemplo sólo entre enfoques del PIB.
- las técnicas de optimización adquieren un mayor protagonismo en los procesos de reconciliación cuando mayor es el número de productos y actividades a reconciliar, digamos sobre 1000, mientras mayor sea la frecuencia de la compilación, como por ejemplo las cuentas trimestrales⁴⁴, y mientras mayor sea el número de dimensiones a compatibilizar, por ejemplo, si se añade la dimensión espacial a la temporal (PIB regional).

Las tendencias históricas de las cuentas nacionales en el mundo han ido de la consideración de menos a más dimensiones, de menos a más frecuencias y de menos a más productos/actividades. Todo esto asegura en el futuro un mayor protagonismo de las técnicas de optimización en el proceso de reconciliación.

Dados los criterios antes mencionados, en Chile todo indica que se está cruzando la zona donde las técnicas de optimización podrían contribuir a la compatibilización transversal: se ha reducido la compilación de referencia de 10 a 5 años, se están tomando las acciones para aumentar el número de productos y actividades a compatibilizar anualmente, se consolidan las posibilidades de una más genuina reconciliación de las cuentas trimestrales y se gana en oportunidad para la determinación del PIB regional.

En el pasado, mejoras en la calidad de las cuentas estuvieron normalmente asociadas en un retraso de su publicación en relación al año que calculaban. La incorporación de las técnicas de optimización podría, al reducir significativamente los tiempos comprometidos en la compatibilización, romper el *trade off* entre calidad y oportunidad, y mejorar la calidad y la oportunidad de las cuentas nacionales, es decir desplazar la frontera de la función de producción de las mismas cuentas.

Sin embargo, esta verdadera transformación en la manera de hacer cuentas, sólo podrá materializarse si se mantiene a las técnicas de optimización en su ámbito propio. Y no sustituya a la necesidad permanente de mejorar la calidad de los registros individuales y

⁴⁴ O, cuando se aumenta la frecuencia de las compilaciones de baja frecuencia, por ejemplo, cuando se reduce la *CdeR* de 10 a 5 años.

establecer indicadores objetivos relativos a su robustez comparada. En términos de lo mencionado en el punto anterior, que los supuestos relativos al comportamiento de los registros individuales, o a la actividad económica (i) no reemplace la necesidad de mejorar la calidad de los valores iniciales pre compatibilizados (ii)

Y para ello existen diferentes enfoques, ya sea de *brechas* entre la situación actual y las mejores prácticas, relativos a los **datos básicos** como es el caso del FMI (Carson, 2000), ya sea poner una mayor atención a los *procesos* de **compilación** (Eurostat, 2001), o atender a las propiedades de las diferentes *revisiones* de los **resultados** (BEA 2002, Fixler D. 2004). Posteriormente, el FMI ha extendido el enfoque de brechas a la compilación misma y sus resultados. Asimismo, el BEA ha hecho un considerable esfuerzo por establecer indicadores objetivos de la calidad de los datos básicos (Howells, et al, 2007).

El éxito de estas iniciativas de mejoramiento de la calidad permitirá, en última instancia, fortalecer el protagonismo de los métodos de optimización en las prácticas de compatibilización transversal de las cuentas nacionales.

ANEXO:
Estrategias de incorporación de las técnicas de optimización en la reconciliación transversal de las cuentas nacionales.

El propósito de esta sección es establecer algunos criterios relativos a las estrategias de incorporación de las técnicas de optimización en el proceso de reconciliación, considerando las prácticas informadas por parte de algunos países seleccionados⁴⁵ hasta agosto del año 2008. Dado que la información es asimétrica, amplia para algunos países y muy escasa y fragmentaria para otros, toda reflexión analítica respecto de las estrategias no representa en su conjunto más que una hipótesis.

Con antelación al año 1998, las principales experiencias de reconciliación por optimización fueron la compilación de las cuentas nacionales de Italia (ISTAT) y algunos ejercicios de retrocompilación de naturaleza académica en Inglaterra (ONS). El retraso de la implementación de los procedimientos de optimización por parte de las oficinas encargadas de su compilación, en relación a la disponibilidad de técnicas para la reconciliación de las cuentas nacionales podría tener diferentes fundamentos:

- El crecimiento exponencial de los requerimientos de memoria conforme el número de actividades y productos escala a niveles más reales.
- Las dificultades para construir una matriz de covarianzas con bases más objetivas para el caso de la minimización cuadrática estocástica.
- Finalmente, existe una inhibición más sustantiva. Se trata del convencimiento que la reconciliación no consiste sólo en modificar las variables “tan poco como sea posible” para alcanzar la consistencia (Eurostat, 2001). El cual es un supuesto básico de la métrica que sustenta el ejercicio.

El mayor escepticismo en relación a tales las prácticas se alcanzó hacia el año 2001 cuando Eurostat concluyó un sombrío balance de las posibilidades de reconciliar mediante optimización (Eurostat, 2001), congelando el entusiasmo italiano (Calzaroni, et al, 1998) y británico (Wroe, et al, 1998) que lideraban la exploración de los métodos de optimización para efectuar la reconciliación de las cuentas nacionales.

Sin embargo, posteriormente la situación ha cambiado hacia una disposición favorable a la incorporación de tales técnicas. Los casos de Estados Unidos y Holanda son paradigmáticos de cómo está operando la transición de una situación a otra.

Actualmente, se pueden aventurar diferentes **estrategias de incorporación** de las técnicas de optimización, a partir de las prácticas de un conjunto seleccionado de países que reportan la manera como reconcilian sus cuentas nacionales:

- Incorporar técnicas de optimización en la compilación de referencia (Estados Unidos)

⁴⁵ La principal referencia utilizada ha sido el *GNI Inventory ESA95*, efectuado por los países europeos bajo los lineamientos de Eurostat. Además, en los informes sobre estándares y códigos inscritos en los marcos de evaluación de la calidad de los datos (MECAD) del FMI, se dispone para un número más amplio de países, la situación por cada tipo de inconsistencia: externa, interna + inter frecuencia, y temporal.

- Incorporar técnicas de optimización en las compilaciones de seguimiento:
 - Efectuar la reconciliación mediante arbitraje entre discrepancias y cerrar el proceso mediante técnicas de compatibilización, ya sea el RAS (Inglaterra, Noruega), minimización cuadrática estocástica (Italia) u de otro tipo (Holanda).
 - Elaborar una versión inicial compatibilizada. En la cual colaboran técnicas de optimización. El proceso se cierra mediante arbitraje entre discrepancias (Dinamarca, Colombia).
- Profundizar la incorporación de técnicas de optimización añadiendo el tema en sus agendas de modernización (Inglaterra, Holanda)
- Estar atento a las posibilidades de la incorporación de técnicas de optimización apoyando iniciativas experimentales (Canadá, Chile)
- No se encuentran en las categorías anteriores (entre otros, por ejemplo, España, Suecia).

Fácil es entonces advertir que la comunidad internacional esté lejos de alcanzar un consenso. En efecto, la última revisión del sistema de cuentas nacionales (ISWGNA, 2008), remite en estas materias al Manual de Naciones Unidas sobre insumo-producto (United Nations, 1999) y al Manual de Oferta –Utilización e Insumo - Producto de la Comunidad Europea (Eurostat, 2008). Mientras en el primer caso se recomienda iniciar el ejercicio mediante arbitraje entre discrepancias y concluir distribuyendo mecánicamente las diferencias pequeñas. En el segundo, se parece sugerir una visión opuesta, esto es iniciar la reconciliación mediante algunas técnicas de bипroporcionalidad y terminarlo mediante el ajuste entre discrepancias.

A continuación, se examina la situación de las cuentas anuales de cada uno de los países antes señalados, a la fecha de la referencia citada:

Estados Unidos. (Bureau of Economic Analysis, BEA) Presenta dos medidas del PIB por gasto y por ingreso. Las diferencias son del 0.3% al 0.9%. No compatibiliza por COU (Ehemann, et al, 2001). El BEA exploró la aplicación de técnicas de minimización cuadrática con GAMS para la *CdeR1997* (B. Chen, 2006), luego de confirmar la eficiencia computacional del proceso, la *CdeR2002* fue compatibilizada con tales métodos (Howells, et al, 2007). Se esfuerza en establecer una robustez relativa lo más objetiva posible, utilizando antecedentes de errores muestrales y no muestrales. Actualmente el BEA se encuentra afinando el modelo de compatibilización con el propósito de expandir su uso a las compilaciones de seguimiento (B. Moulton, 2007).

Inglaterra (Office for National Statistics, ONS) A partir del año 1989 se empieza a compatibilizar las cuentas nacionales empleando el cuadro de oferta y utilización con un nivel de desagregación de 123 actividades. El método ha sido durante muchos años el de arbitraje entre discrepancias (*scrutiny process*) (ONS, 2005). En el cual los residuos son asignados a los componentes que se consideran menos confiables y donde, “el mecanismo del proceso de ajuste permanece oscuro” (Sefton y Weale, 1995). En la fase final del proceso de compatibilización se utiliza el RAS, especialmente para la matriz de absorción intermedia del cuadro de oferta – utilización (ONS, 1998)⁴⁶

⁴⁶ Los primeros ejercicios oficiales que con carácter experimental incorporan la minimización cuadrática estocástica fueron realizados sobre los años 1985-1987 (Kenny, 1991), y luego en relación a los años 1988-

España (Instituto Nacional de Estadísticas, INE) Compatibiliza el COU por arbitraje (INE, 2002). Sin embargo, ha sido muy activo en la exploración de procedimientos de optimización aplicables a las cuentas trimestrales. Un ejemplo se encuentra en (Quilis, 2005).

Noruega (Statistics Norway, SSB) Compatibiliza el COU por arbitraje. Utiliza un programa dedicado, SNA_REA, que permite acceder con facilidad al microdato comprometido en el equilibrio. Además, en los años recientes, se ha ensayado la técnica RAS para concluir el ejercicio (SSB, 2008)

Italia. (National Institute of Statistics, ISTAT) El método de Stone ha sido aplicado desde el año 1987 para las series 1980-1986 y en 1988 para los años 1970-79 (Calzaroni y Puggioni, 1998) y anualmente de allí en adelante. El COU es de 101 productos y actividades, los cuales compatibiliza por arbitraje, dejando las discrepancias menores, entre el 1% y 5% a cargo de procedimientos de minimización cuadrática estocástica basado en confiabilidades subjetivas (FMI, 2007a)

Colombia (Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas, DANE). Se compatibiliza transversalmente el COU. Una primera versión se obtiene mediante técnicas de optimización (RAS, eventualmente). Luego el ejercicio concluye mediante el arbitraje entre discrepancias (FMI, 2006)

Dinamarca (Danmarks Statistik, DST). Compatibiliza el COU (2350 productos) (DST, 2006). Se prepara una versión inicial con la colaboración de diversas herramientas: existe un empleo parcial del tipo *si-entonces-sino* y de técnicas de ajuste proporcional fila/columna (tipo RAS). Posteriormente se cierra el proceso con una compatibilización por arbitraje de discrepancias (DST, 2008).

Suecia (Statistics Sweden, SCB) Compatibiliza el COU por arbitraje. Las discrepancias finales, especialmente de la matriz de absorción intermedia, son distribuidas en términos proporcionales (*pro-rata method*) (SCB, 2008). Las cuentas institucionales se compatibilizan posteriormente y no influyen sobre el COU (CBS, 2007).

1992 (M. A. Baxter, 1992 y 1993). En 1999 efectuó un balance de estas experiencias en el contexto de la confiabilidad y calidad de los indicadores para los agregados de cuentas nacionales (Wroe, et al, 1998) La actual agenda de modernización institucional (2004-2007) ha explorado diversas formas para enfrentar las limitaciones computacionales de minimización cuadrática estocástica en relación a los registros de memoria (Nicolardi, 2000). Las dificultades para resolver tales problemas han conducido a la aplicación de técnicas de biproportionalidad. Aún así, las dificultades para procesar una matriz *sparse* de tamaño significativo los ha llevado a explorar versiones más simples de RAS (CBS, 2007).

A nivel no oficial, la minimización cuadrática estocástica ha sido utilizada de manera muy agregada, donde se distinguen a lo más 12 actividades: series históricas largas han sido estimadas por Stone, 1984, Weale, 1988, Solomou y Weale 1991 y 1993, y Sefton y Weale en 1995. Ejercicios anuales han sido efectuados por Barker, der Ploeg y Weale (1982 y 1984) y Stone (1987).

Canadá. (Statistics Canada, STATCAN) Compatibiliza mediante un elaborado proceso de arbitraje de discrepancias. Y por enfoques del PIB de manera independiente. Promedia PIB por gastos y por ingresos que difieren en 0.2% del PIB por origen⁴⁷.

Chile. (Banco Central de Chile, BCCh) La compilación de seguimiento anual es compatibilizada transversalmente mediante el COU de 70 productos/actividades a través del arbitraje entre discrepancias. Una completa descripción de la práctica chilena se encuentra en “Cuentas Nacionales de Chile. Compilación de Referencia 2003”. La unidad de cuentas nacionales experimenta con procedimientos de optimización y está atenta a los avances en este ámbito (FMI, 2007b).

Holanda. (Statistics Netherlands, CBS) Durante la década de los noventas, los procedimientos de ajuste automáticos fueron considerados con mucha cautela (Boer, et al, 1999, y CBS 2001 y 2004)). Procedimientos lagrangianos de optimización son utilizados más ampliamente para la compilación de las tablas de insumo-producto (CBS 2004). La compatibilización del COU⁴⁸ se inicia por métodos de arbitraje entre discrepancias a nivel de grupos de productos, a precios corrientes y a precios constantes del año anterior simultáneamente. Y concluye a través de técnicas de reconciliación automáticas, principalmente para eliminar las discrepancias menores al interior de los grupos de productos (CBS, 2006). Actualmente existe un proyecto de rediseño de las cuentas nacionales que incluye una racionalización del proceso de compilación, separando la detección de errores de la reconciliación e “...introduciendo técnicas de reconciliación automática donde sea posible...” (FMI, 2008)⁴⁹

⁴⁷ Sin embargo, a nivel experimental ha contribuido significativamente en toda la gama de procedimientos de optimización: en biproporcionalidad ha desarrollado TSKRATING, un procedimiento codificado en SAS (Quenneville, 2008). En minimización cuadrática, técnicas de reconciliación (Dagum Cholette, 2006), así como diversas iniciativas más acotadas en términos de soluciones bayesianas.

⁴⁸ Los estimados preliminares comprenden 100 grupos de productos. Las últimas estimaciones están basadas en la desagregación a 800 productos y 200 actividades.

⁴⁹ En este contexto, desde el año 2001 explora diversas alternativas metodológicas. Como por ejemplo, técnicas bayesianas (Danilov y Magnus, 2007).

Bibliografía

Allen, R. I. G. (1975) “A critique of Methods and Adjusting, Updating and Projecting Matrices” In R.I.G Allen y W. F. Gosling (eds.) *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients* (London: Input-Output Publishing Company)

Almon C. (1968) “Recent methodological advances in input-output in the United States and Canada” Fourth International Conference on Input-Output Techniques

Bacharach M (1965) “Estimating Nonnegative Matrices from marginal data” *International Economic Review*, **6**, 3 pp. 294-310.

Bacharach, M. (1970) *Biproportional Matrices and Input-Output Change*. Cambridge University Press,

Bakker, G. and Robert van Rooijen (1999) “Backward calculations of Dutch national accounting data. Lessons from the past: Towards a new approach” Statistics Netherlands.

Barker, T. S., Ploeg, F. van der, and Weale, M. R. (1982) “Towards a balanced system of national accounts: UK 1975”, CGP Discussion Paper No. 518 Cambridge University.

Barker, T. S., Ploeg, F. van der, and Weale, M. R. (1984) “A balanced system of national accounts for the United Kingdom”, *Review of Income and Wealth* **30**, 461–485.

Baxter M.A. (1992), “The production of fully reconciled UK national and sector accounts for 1988-1991” *Economic Trends*, N°. **469**, pp. 80-98

Baxter M. A. (1993) "Fully Reconciled UK National and Sector Accounts for 1989-92", *Economic Trends* no. **481**, pp. 90-106

BCCh (2006). “Cuentas Nacionales de Chile. Compilación de Referencia 2003”

BCCh (2007). “Producto Interno Bruto Regional 2003-2005, base 2003”

BEA (2002) [Information Quality Guidelines](#) .

Beccaria, Luis, Alberto Minujin.A. (1977) “La información dinámica en las estadísticas sociales. Comentarios que sugiere la experiencia en la Argentina” *Desarrollo Económico*. Vol. 17, N° 67, pp. 475-495

Beccaria, Luís. (1984). “Actualización de Cuadros de Insumo-Producto. INDEC” Documento de Trabajo N°1

Bloem M. A. , Robert J. Dippelsman, and Nils O. Maehle (2001) Quarterly National Accounts Manual—Concepts, Data Sources, and Compilation.

Boer. S, Win van Nunspeet, and Taeke Takema. “Supply and use tables ins current and constant price for the Netherlands: an experience of fifteen years”. CBS 1999

Bregman, L. M. (1967) “Proof of the Convergence of Sheleikhovskii’s Method for a Problem with Transportation Constrains”. USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1(1), pp 191-204.

Byron, R. P. (1978) The estimation of large social account matrices, *J. R. Statist. Soc A* **141**, 359–367.

Calzaroni M y A. Puggioni (1998) “Evaluation and Analysis of the Quality of the National Accounts Aggregates” Final Report ISTAT

Cabrer B., J Olmos, J. M. Pavia, R. Sala (2007) “Actualización de las matrices de origen-destino. Un análisis de alternativas a través de Montecarlo” Rect@, Volume Actas_15, Issue 1

Carson C. (2000) “What is data quality? A distillation of experience” Statistics Department, IMF 9th Meeting of the Heads of National Statistical Offices of East Asian Countries.

CBS (2001) Gross National Income Inventory

CBS (2004) Gross National Income Inventory

CBS (2006) Gross National Income Inventory

CBS (2007) International Benchmark National Accounts

Chen, Baoline. 2006. “A Balanced System of Industry Accounts for the United States and Structural Distribution of Statistical Discrepancy” BEA Working paper WP2006-8.

Chen, Baoline, Stephen H. Andrews. 2008 “An Empirical Review of Methods for Temporal Distribution and Interpolation in the National Accounts” *Survey of Current Business*, BEA

Chow G., A.L. Lin (1971) Best Linear unbiased interpolation, distribution and extrapolation of time series by related series. *The Review of Economics and Statistics*, 53: 372-375.

Dagum, Estela Bee, Cholette, Pierre A (2006) “Benchmarking, Temporal Distribution, and Reconciliation Methods for Time Series” Springer Ed.

Danilov D, Magnus Jan R. (2005) “Least-squares estimation in large sparse systems” 3rd IASC World Conference of Computational Statistics & Data Analysis, Cyprus Revised August 2006.

Danilov D. & Jan R. Magnus, 2007 "[On the estimation of a large sparse Bayesian system: the Snaer program](#)," [CIRJE F-Series](#) CIRJE-F-478, CIRJE, Faculty of Economics, University of Tokyo, revised

Deming, W. E. y Stephen F.F. (1940) “On a least-squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal total are known” Annals of Mathematics Statistics **11**: 427-444

Denton F.T. (1971), Adjustment of monthly or quarterly series to annual total: An approach based on quadratic minimization. *Journal of the American Statistical Association*, 66: 99-102

Di Fonzo T (2003). “Constrained retropolation of high-frequency data using related series: a simple dynamic model approach” Eurostat Working Papers & Studies

Di Fonzo T y Marco Marini (2005) “Benchmarking a system of time series: Denton’s movement preservation principle vs. data based procedure” paper presented at Workshop on Frontiers in Benchmarking Techniques and their Application to Official Statistics

Di Fonzo T (2008). “Reconciliation of Systems of Time Series: Methods and Applications to Economic Statistics” Seminario Cepal - BCCh

DST (2006) “The balancing or integration procedure and validating the estimates”

DST (2008) “Gross National Income Inventory (ESA95)

Ehemann C, and Brent Moulton (2001). “Balancing de GDP Account” BEA

Eurostat (2001) “Task Force on Accuracy Assessment of National Accounts Statistics: Final Report”

Eurostat (2008) “Manual of Supply, Use and Input-Output Tables”

Fixler, Dennis (2004) “Revisions to GDP Estimates in the US” BEA

FMI (2000) “Data Quality Assessment Framework” (DQAF)

FMI (2001) “Chile: Report on the observance of standards and codes”. Country Report 01/119

FMI (2006) “Colombia: Report on the observance of standards and codes”. Country Report 06/356

FMI (2007a) “Italy: Report on the observance of standards and codes”. Country Report 07/87

FMI (2007b) “Chile: Report on the observance of standards and codes”. Country Report 07/318

FMI (2008) "Netherlands: Report on the observance of standards and codes". Country Report 08/6

Friedlander D. (1961) "A Technique for Estimating a Contingency Table, Given the Marginal Totals and Some Supplementary Data" *Journal of Royal Statistical Society* **124**.

Golan A., George Judge and Douglas Millar (1996) "*Maximum Entropy Econometrics, Robust Estimation with Limited Data*" John Wiley & Sons.

Gunluk-Senesen G , J. M. Bates. (1988) Some Experiments with Methods of Adjusting Unbalanced Data Matrices *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society)*, Vol. 151, No. 3, pp. 473-490

Howells T: F., E. T: Morgan, D. Rassier y C Roesch (2007). "Implementing a Reconciliation and Balancing Model in the U.S. Industry Accounts" BEA

INE (2001) "Gross National Income Inventory (ESA95)" (version preliminar)

ISWGNA (2008) *System of National Accounts 2008* Versión pre-editada, Volumen I

Jackson W. R. y A. T: Murray (2003) "Alternate Input-Output Matrix Updating Formulations" Research Paper 2003-6. Regional Research Institute, West Virginia Institute

Kenny P.B (1991) "Work On Balanced Accounts in the CSO: History and Prospects" *National Institute Economic Review*, Vol. 135, No. 1, 79-85

Kullback, S. and R. A. Leibler (1951)" On Information and Sufficiency" *Ann. Math. Stat.* 4, 99-111

Kullback (1968) *Information Theory and Statistics* 2nd Ed, NY Dover

Laplace, P.S., 1793, Sur quelques points du systems du monde. *Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Paris Annee, 1-87*

Lecomber J. a C. R. (1975). "A critique of Methods and Adjusting, Updating an Projecting Matrices" In R.I.G Allen y W. F. Gossling (eds.) *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients* (London: Input-Output Publishing Company)

Legendre, A. M. (1805) *Nouvelles Méthodes pour la Determination des Orbites des Cometes*. Courcier Paris

LeSage J.P (1999)" The Theory and Practice of Spatial Econometrics". E-book en: www.spatial-econometrics.com

Magnus, J.R., J.W. van Tongeren and A. F. De Vos (2000) "National Accounts Estimation Using Indicator Ratios" *Review of Income and Wealth*, Series 46, Number 3, pp.329-350

Matuszewski, T. I., Paul .R. Pitts and John .A. Sawyer(1964). “Linear Programming Estimates of changes in Input-Output Coefficients” *Canadian Journal of Economics and Political Science* **30** (2)

McDougall, Robert, (1999) *Entropy Theory and RAS are Friends* (<http://sjfi.dk/gtap/papers/McDougall.pdf>)

Mesnard L de (2006) “Comparing matrix adjustments methods: a formal approach” REAL Discussion Papers

Moulton B, (2007) “Statistical Approaches to balancing national accounts” OECD, Working Party on National Accounts

Nicolardi V. (2000), “Balancing Large Accounting Systems: An Application to the 1992 Italian I-O Table”, 13th International Conference on Input – Output Techniques. Macerata, Italy

ONS (1998) “National Accounts, Concepts, Sources and Methods”

ONS (2005) “UK Gross National Income (ESA95) Inventory”

Ploeg, F. van der (1982) “Reliability and the adjustment of sequences of large economic accounting matrices” *J. R. Statistic. Soc. A* **145**, 169–194.

Ploeg, F. van der (1988) “Balancing Large Systems of National Accounts” *Computer Science in Economic and Management* **1** (1988) 31-39.

Polenske, Karen R. (1997) “Current Uses of the RAS Technique_ A Critical Review”. En *Prices, Growth, and Cycles* Edited by András Siminovits and Elbert E. Steenge. London: The MacMillan Press Ld., pp. 58-88

Quenneville, B (2008) “Time Series Methods for Official Statistics” Seminario Cepal – BCCh.

Quilis, E. M (2001). “Notas sobre desagregación temporal de series económicas” Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales N°1/01. Madrid

Quilis, E. M. (2005). “Benchmarking techniques in the Spanish Quarterly National Accounts” Eurostat

SCB (2008) “ESA95 GNI Inventory”

Schneider, M.H., y Zenios S.A. (1990). “A Comparative study of algorithms for matrix balancing” *Operations Research* **38**, 439-55

Sefton, James, Martin Weale 1995. “*Reconciliation of National Income and Expenditure: Balanced estimates of national income for the United Kingdom, 1920_ 1990*” Cambridge University Press,

Shannon, C. E. (1948) A mathematical theory of communication, *Bell System Technical Journal* 27, 379-423

Solomou S, Martin Weale (1991). Balanced Estimates of UK GDP, 1870-1913 *Explorations in Economic History*, 18, pp 54-63

Solomou S, Martin Weale (1993) Balanced Estimates of National Accounts when Measurement Errors are Autocorrelated: The UK, 1920-38 *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society)*, Vol. 156, No. 1, pp. 89-105

SSB (2008) GNI Inventory for ESA95

Stanger, M (2007). Empalme del PIB y de los componentes del gasto. Series Anuales y Trimestrales 1986-2002, Base 2003. Estudios Económicos Estadísticos N° 55

Stone, R, Champernowne, D. G., and Meade, J. E. (1942) The precision of national income estimates, *Rev. Econ. Studies* 9, 111

Stone, R. (1961) Input-Output Accounts and National Accounts. Paris. Organization for European Economic Cooperation.

Stone, R. and A. Brown (1962) A Computable Model of Economic Growth. A Programme for Growth. London, Chapman and Hall

Stone, R. (1976). "The Development of Economic Data System" in *Social Accounting Methods for Development Planning: A Case Study of Sri Lanka* Edited by G. Pyatt and A. R. Roe. Cambridge University Press: Cambridge.

Stone, R. (1984) "Balancing the National Accounts: The Adjustment of Initial Estimates: A Neglected Stage in Measurement". In *Demand, Equilibrium and Trade (Essays in honor of Ivor F. Pearce)*, edited by Ingham A. e Ulph .M pp. 191-212. New Cork: St Martin's Press.

Stone, R. (1987), "How accurate are the British national accounts?" in *Specification Analysis in Linear Model*, Routledge and Kegan Paul, London.

Tongeren J, (1986) "Development of an algorithm for the compilation of national accounts and related systems of statistics" *Review of Income and Wealth* Vol. 32.

United Nations (1993) *System of National Accounts 1993*.

United Nations (1997a) "SNA News and Notes" N°5

United Nations (1997b) "SNA News and Notes" N°6

United Nations, (1998) "A System Approach to National Account Compilation" Statistics Division, *Studies in Methods*, Series F, N° 77, New York.

United Nations, (1999) “Handbook of Input-Output Table, Compilation and Analysis”
Statistics Division, *Studies in Methods*, Series F, N° 74, New York.

Weale, M. (1988) “The Reconciliation of Values, Volume and Prices in the National
Accounts”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 151, pp. 211-221

Weise Thomas, 2008. [Global Optimization Algorithms - Theory and Application](#) e-book

Wroe, D., P. Kenny, U. Rizki and I. Weerakkody (1998) “Reliability and Quality Indicators
for National Accounts Aggregates” ONS

Estudios Económicos Estadísticos
Banco Central de Chile

Studies in Economic Statistics
Central Bank of Chile

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

Los Estudios Económicos Estadísticos en versión PDF pueden consultarse en la página en Internet del Banco Central www.bcentral.cl. El precio de la copia impresa es de \$500 dentro de Chile y US\$12 al extranjero. Las solicitudes se pueden hacer por fax al: (56-2) 6702231 o por correo electrónico a: bcch@bcentral.cl

Studies in Economic Statistics in PDF format can be downloaded free of charge from the website www.bcentral.cl. Separate printed versions can be ordered at a price of Ch\$500, or US\$12 from overseas. Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or email: bcch@bcentral.cl

SEE-65 Junio 2008

**Inversión por Actividad Económica en Chile.
Período 2004-2005**
Claudia Henriquez G.

SEE-64 Junio 2008

Índice de Avisos de Empleo
Marcus Cobb C. y Andrea Sánchez Y.

SEE-63 Abril 2008

**Stock de Capital en Chile (1985-2005):
Metodología y Resultados**
Claudia Henriquez G.

SEE-62 Diciembre 2007

**Flujos de inversión de cartera hacia economías emergentes:
Caracterización de eventos de turbulencia**
Karol Fernández Delgado

SEE-61 Diciembre 2007

**Efecto de la Sustitución de Combustibles
en el Valor Agregado de la Generación Eléctrica**
Carmen Gloria Escobar y Marcelo Méndez

- SEE-60 Julio 2007
**Efectos de Valoración en la Posición
de Inversión Internacional de España**
Arturo Macías y Álvaro Nash
- SEE-59 Julio 2007
**Metodología de Cálculo de Índices de Valor Unitario
de Exportaciones e Importaciones de Bienes**
María Isabel Méndez
- SEE-58 Julio 2007
**Contenido de Importaciones en las Exportaciones
Chilenas 1986-2005; Análisis de Insumo Producto**
Claudia Henríquez G. y José Venegas M.
- SEE-57 Abril 2007
**Metodología de la Encuesta sobre Condiciones Generales
y Estándares en el Mercado de Crédito Bancario**
Alejandro Jara y Carmen Gloria Silva
- SEE-56 Abril 2007
**Mercados de Derivados: Swap de Tasas Promedio
Cámara y Seguro Inflación**
Felipe R. Varela Gana
- SEE-55 Marzo 2007
**Empalme del PIB y de los Componentes del Gasto:
Series Anuales y Trimestrales 1986-2002, Base 2003**
Michael Stanger V.