

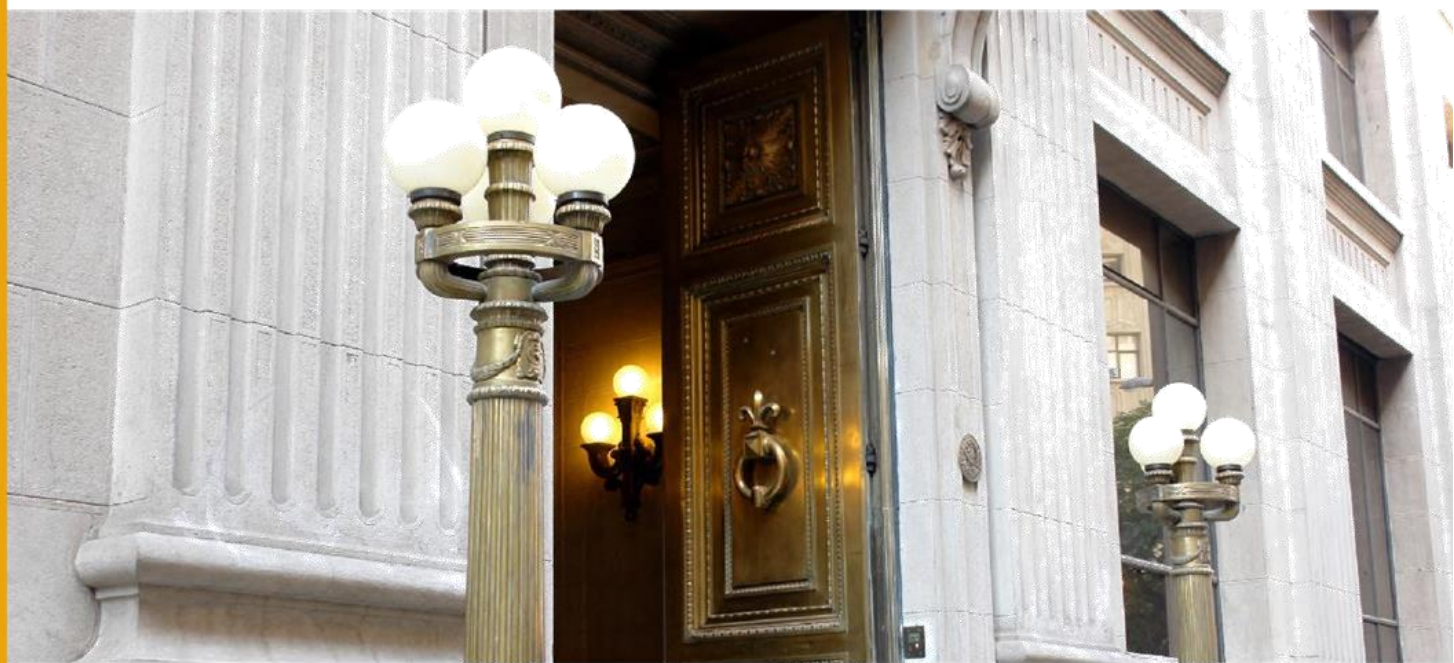
DOCUMENTOS DE TRABAJO

Un sistema de proyección de demanda por efectivo en Chile: Actualización y propuesta

Nicolás Leiva
Carlos A. Medel

N° 1077 Marzo 2026

BANCO CENTRAL DE CHILE





La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate temas relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analyses. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Un sistema de proyección de demanda por efectivo en Chile: Actualización y propuesta*

Nicolás Leiva
Banco Central de Chile

Carlos A. Medel
Banco Central de Chile
Pontificia Universidad Católica de Chile

Resumen

Este estudio presenta un sistema de proyección de la demanda por efectivo en Chile, tanto para el total en circulación como por denominación. El marco considera tres familias de modelos: especificaciones de series de tiempo, VAR cointegrados con fundamentos macroeconómicos basados en una demanda por dinero (actividad, inflación, y tasa de interés), y modelos coyunturales estacionarios basados en expectativas de dichos fundamentos. Para cada familia se evalúan el promedio, la mediana, y el mejor modelo, lo que permite comparar su capacidad predictiva e identificar metodologías más precisas, controlando la incertidumbre paramétrica y funcional mediante la combinación de pronósticos. Los resultados a uno, dos, y tres años adelante muestran que la precisión predictiva difiere entre familias y denominaciones, y que las combinaciones de pronósticos superan en varios casos a los modelos individuales. En particular, los modelos de series de tiempo exhiben un desempeño robusto y relativamente superior, especialmente en el caso de las monedas, mientras que los VAR cointegrados presentan un buen rendimiento para diversas denominaciones de billetes, aunque con una pérdida de precisión en períodos de mayor volatilidad. Los modelos coyunturales, si bien incorporan información adicional, no superan sistemáticamente a las especificaciones de series de tiempo y presentan, en promedio, un rendimiento similar. El sistema constituye un insumo operativo para el Banco Central de Chile y es potencialmente aplicable a otros bancos centrales, al apoyar la gestión de tesorería y la planificación de impresión, acuñación y logística.

* Se agradecen las sugerencias, comentarios, y provisión de datos de tesorería a Shrivalli Nanduri y Daniela Quintana, la provisión de datos tipo Bell y Hillmer (1983) para Chile a Camilo Levenier, como también las sugerencias y comentarios de Sofía Bauducco, Lucas Bertinatto, Mario Giarda, y un árbitro anónimo. Cualquier error u omisión es de exclusiva responsabilidad de los autores. Las opiniones expresadas en este trabajo corresponden a las de los autores y no representan necesariamente las opiniones del Banco Central de Chile o de sus Miembros del Consejo.

Abstract

This study presents a system for forecasting cash demand in Chile, both for total currency in circulation and by denomination. The framework considers three families of models: time-series specifications; cointegrated VAR models with macroeconomic fundamentals grounded in a money demand framework (activity, inflation, and interest rates); and stationary conjunctural models based on expectations of those fundamentals. For each family, the mean, the median, and the best-performing model are evaluated, allowing for a comparison of predictive performance and the identification of more accurate methodologies, while controlling for parametric and functional uncertainty through forecast combinations. Forecasting results at one-, two-, and three-year horizons show that predictive accuracy differs across model families and denominations, and that forecast combinations outperform individual models in several cases. In particular, time-series models exhibit a robust and relatively superior performance, especially in the case of coins, while cointegrated VAR models perform well for several banknote denominations, albeit with a loss of accuracy during periods of higher volatility. Conjunctural models, while incorporating additional information, do not systematically outperform time-series specifications and display, on average, a similar level of performance. The system constitutes an operational input for the Central Bank of Chile and is potentially applicable to other central banks, as it supports treasury management and the planning of printing, minting, and logistics.

1. Introducción

La mayor parte de la literatura macroeconómica trata al dinero como un agregado continuo—útil para transacciones y como reserva de valor—sin distinguir entre denominaciones ni considerar las fricciones logísticas de su provisión, y una oferta virtualmente infinita. Este enfoque es adecuado para estudiar el rol del dinero en modelos de equilibrio general o en funciones agregadas de demanda, pero no es suficiente para las necesidades operativas de una autoridad monetaria encargada de la provisión de efectivo a la economía sin interrupciones. Es así como, en la práctica, los bancos centrales deben planificar con antelación y abastecer, para cada denominación, los billetes y monedas que la banca comercial demanda para transacciones propias y de otros agentes de la economía, garantizando así la continuidad del sistema de pagos y resiliencia ante *shocks*.¹

El problema operativo de la provisión de billetes y monedas a una economía por parte de un banco central está determinado, por un lado, por restricciones tecnológicas, logísticas, y económicas. Las órdenes de fabricación de billetes y acuñación de monedas no se ejecutan con inmediatez ni de manera no onerosa, por lo que la oferta de piezas se asume fija en el corto plazo.² Por otro lado, existe un problema económico de mantener efectivo, que se refleja en costos logísticos (*e.g.*, inventario, transporte, custodia, entre otros), induciendo a minimizar las piezas en existencia. Además, contar con una cantidad ofrecida menor a la demandada por la banca expone al banco central a un costo reputacional, y la banca puede recurrir a la provisión interna de piezas aun con un resultado incierto.³ Así, la política óptima es aquella que balancea los costos logísticos y el riesgo de desabastecimiento bajo incertidumbre sobre la trayectoria futura de la demanda de piezas.⁴

Es en esa línea que este artículo actualiza y propone nuevas herramientas de modelación y proyección de la demanda por piezas para la economía chilena—tanto para el total como por denominación—para apoyar la programación de impresión, reposición, y distribución de efectivo por parte del BCCh. El enfoque adoptado en este artículo se basa en dos tipos de modelación: (i) adaptando una estimación econométrica tradicional de una función de demanda por dinero con variables fundamentales como actividad/ingreso, precios, y costo de oportunidad de mantener efectivo (*i.e.*, tasa de interés), y (ii) pronósticos basados en modelos de series de tiempo estacionarios con tratamiento explícito de estacionalidad, efectos calendario, y otras anomalías estadísticas.

En el primer tipo de modelos, las variables fundamentales se basan en artículos sobre mantención de inventarios aplicados a la tenencia de efectivo (*i.e.*, Baumol, 1952; Tobin, 1956; Sastry, 1970), extendidos hacia funciones de demanda por dinero con variables reales para reflejar el ingreso y actividad económica, medidas de precios, y medidas del costo alternativo del dinero (tasas de interés). La modelación de la demanda por dinero ha sido extensamente analizada en la literatura para diferentes economías, destacando los trabajos de, por ejemplo, Fair (1987) para 27 economías, incluyendo avanzadas y economías emergentes, Amromin y Chakravorti (2009) para 13 economías

¹ Notar que la Ley Orgánica Constitucional del Banco Central de Chile (BCCh) (Ley 18.840 del 10 de octubre de 1989) indica que este “*tendrá por objeto velar por la estabilidad de la moneda y el normal funcionamiento de los pagos internos y externos*” (Art. 3); además, la emisión de billetes y acuñación de monedas es potestad exclusiva del BCCh, y dichos billetes y monedas constituyen los únicos medios de pago con poder liberatorio en todo el territorio nacional (Ley Orgánica Constitucional del BCCh, Título III, Párrafo Segundo “*Del Circulante*”). Notar que esta función está presente desde el Decreto de Ley 486 del 21 de agosto de 1925 que crea al BCCh, cuyo Título VII, “*Del Circulante*”, indica: “*El Banco Central de Chile tendrá el monopolio de la emisión de billetes durante los cincuenta años de su existencia legal.*” (Art. 65).

² Para detalles sobre las operaciones de tesorería conducidas por el BCCh, ver Chumacero, Pardo, y Valdés (2008).

³ Esto no impide que los bancos comerciales, al reconocer la oferta limitada de piezas en el corto plazo, sobredemanden al banco central y opten por no reabastecerse en otras instituciones considerando las cambiantes condiciones de demanda vigentes.

⁴ A pesar de la relevancia de estas operaciones para el banco central y para la economía en su conjunto, se trata de un problema relativamente poco abordado en la literatura. Un modelo desarrollado específicamente para esta finalidad, que considera los elementos antes señalados y guía ejercicios posteriores, se presenta en Massoud (2005).

avanzadas para 1988-2003, Bagnall *et al.* (2016) para siete economías avanzadas, Bahmani y Kutun (2014) para economías de Europa del Este, y Carrera (2012) para 15 países latinoamericanos, entre otros estudios. Scadding (1977) propone una de las primeras estimaciones para EEUU para el periodo 1924-66, mientras Briglevics y Schuh (2014), analizan la demanda por dinero en un periodo caracterizado por bajas tasas de interés y la irrupción de nuevos medios de pago. Mankiw y Summers (1986) sugieren que el agregado macroeconómico adecuado sobre el cual basar estas estimaciones es el consumo privado en vez del PIB real; elemento posteriormente explotado en la literatura. De Santis (2015) propone una forma novedosa de demanda por dinero que combina información de EEUU con la Eurozona para demostrar que incluso en ambientes de baja inflación, la relación del dinero con la inflación es estadísticamente positiva y robusta. Lütkepohl, Teräsvirta, y Wolters (1999) también sugieren una relación estable entre el dinero, ingreso, tasas de interés, e inflación incluso después de la unificación de Alemania en julio de 1990.⁵

En el segundo tipo de modelos, la literatura—frecuentemente desarrollada en bancos centrales—utiliza especificaciones univariadas y multivariadas (*e.g.*, SARIMA, VECM, y VAR) para horizontes de corto y mediano plazo. Miller (2017) entrega un análisis sobre las limitantes tradicionales al desarrollar este ejercicio, especialmente sobre cómo lidiar con variables omitidas. Por otro lado, la tarea de modelar la demanda por efectivo se documenta desde, por ejemplo, Auerbach (1964), Bagshaw y Gavin (1993), Croushore y Stark (2003), y Gerst y Wilson (2011) para EEUU; Bartzsch, Seitz, y Setzer (2015) para Alemania; Elías y Vicens (2012) para Argentina; Cassino, Misich, y Barry (1997) y Cusbert y Rohling (2013) para Australia; Huynh, Schmidt-Dengler, y Stix (2014) para Austria; Dunbar (2019) para Canadá; Bindseil y Seitz (2001), Cabrero *et al.* (2009), y Fischer, Köhler, y Seitz (2004) para la Euro Zona; Fase (1981), Kohli (1988), y Kippers *et al.* (2003) para Holanda; Battacharya y Joshi (2001) y Nachane *et al.* (2013) para la India; Columba (2009) para Italia; Banco de la Reserva de Malawi (2004) para esa economía; Khamis y Leone (2001) y Noriega, Ramos-Francia, y Rodríguez-Pérez (2015) para México; Ikoku (2014) para Nigeria; Vale (2015) para Noruega; Koziński y Świst (2015) para Polonia; Hlaváček, Čada, y Hakl (2005) para República Checa; Kulatunge (2019) para Sri Lanka; y Akıncı (2003), Güler y Talash (2010), y Saatçioğlu y Korap (2007) para Turquía, entre otros.⁶ Debido a su naturaleza inherentemente predictiva, gran parte de esa tarea se realiza con modelos de series de tiempo, pudiendo combinarlos de manera simple para mejorar su precisión, resultando en una proyección difícil de superar en términos de precisión y eficiencia (ver Stock y Watson, 2004).

Para el caso de Chile, este trabajo se desarrolla sobre propuestas previas basadas en Chumacero, Pardo, y Valdés (2008)—que estima modelos de series de tiempo estacionarios—, Restrepo (2002) y Figueroa y Pedersen (2019), que actualiza y propone modelos multivariados no estacionarios (*i.e.*, VAR cointegrados) con fundamentales como actividad, consumo, inflación, y tasas de interés.

La contribución de este trabajo radica en los siguientes elementos: (i) actualiza la comparación entre familias de modelos existentes para el stock total de circulante en la economía y por denominación, incorporando en la muestra episodios de alta volatilidad doméstica (*i.e.*, el “*Estallido Social*” de octubre de 2019 y pandemia del COVID-19 desde marzo de 2020, cubriendo una muestra mensual desde 1985.1 hasta 2024.12; 480 observaciones), como también episodios de volatilidad idiosincrática

⁵ Goldfeld y Sichel (1990) presentan los fundamentos teóricos de la demanda por dinero junto con consideraciones metodológicas para su estimación econométrica, ejemplificando con el caso de EEUU. De manera similar, Barnett, Fisher, y Serletis (1992) presentan una revisión de indicadores y desagregaciones monetarias fundamentales para análisis posteriores, también para el caso de EEUU. Duca y VanHoose (2004) revisan elementos de la literatura que han perdurado en el tiempo, y esbozan los desafíos para el modelamiento de la demanda por dinero frente a innovaciones financieras.

⁶ Jung (2017) analiza una vía distinta, aunque relacionada, que es la de predecir la velocidad del dinero bajo la teoría cuantitativa del dinero, para EEUU y la Euro Zona.

para las operaciones de tesorería como fueron los retiros de ahorros previsionales,⁷ y (ii) se proponen nuevos modelos con variables fundamentales prospectivas, denominados *modelos coyunturales* que, similar a Figueroa y Pedersen (2019), incorporan fundamentales pero de manera prospectiva, en frecuencia mensual, y de carácter estacionario.

Este trabajo también utiliza combinaciones de proyecciones, con el fin de comparar especificaciones construidas con la misma información, aunque sujetas a distinta forma funcional e incertidumbre paramétrica. Así, este trabajo propone una comparación entre las familias de: (i) modelos de series de tiempo estacionarios (trimestrales) considerando la estacionalidad explícitamente (Chumacero, Pardo, y Valdés, 2008; Figueroa y Pedersen, 2019), (ii) modelos con fundamentales (trimestrales) basados en VAR cointegrados (Figueroa y Pedersen, 2019), y (iii) modelos coyunturales de fundamentales prospectivos utilizando microdatos mensuales obtenidos de la *Encuesta de Expectativas Económicas* (EEE) elaborada por el BCCh.

La experiencia reciente sugiere que, especialmente en episodios de inusual demanda por efectivo, los determinantes teóricos de la demanda por efectivo—*e.g.*, medidas de ingreso/actividad, inflación, y el costo de oportunidad (tasa de interés)—operan con un componente anticipado por el público y el sistema bancario. Así, la elección de modelamiento con variables prospectivas alinea la información del modelo con aquella que condiciona las decisiones logísticas (órdenes de impresión/acuñación y distribución). Esto es coherente con la naturaleza orientada hacia el futuro de la tenencia de efectivo, especialmente en denominaciones altas (más sensibles a tasas de interés y utilizadas como reserva de valor), y en contextos de cambios anticipados y, por sobre todo, disruptivos. En términos econométricos, el uso de expectativas mitiga descalces temporales entre la variable objetivo (demanda futura de piezas) y los fundamentales, también puede reducir sesgos de atenuación cuando los contemporáneos son proxis inadecuados de los determinantes relevantes, y mejora la robustez fuera de muestra cuando la trayectoria futura de actividad y tasas difiere notablemente de la reciente. Finalmente, desde un punto de vista operativo, los modelos en los que los fundamentales prospectivos reemplazan a los contemporáneos permiten una comparación más simple y directa del aporte marginal de nueva información al nivel demandado por cada denominación.

Los resultados sugieren que: (i) los modelos de series de tiempo mantienen una capacidad predictiva consistentemente superior, especialmente para monedas, y buena adaptabilidad en entornos cambiantes—que es su principal fortaleza y es aprovechada en este ejercicio—además de controlar de manera eficaz la estacionalidad cambiante; (ii) los VAR cointegrados se deterioran debido al fuerte aumento de la volatilidad en la última parte de la muestra, lo que es consistente con su dependencia de relaciones de largo plazo entre niveles y tasas de variación que se desestabilizan, a lo que se suma la ruptura de la sincronización estacional entre denominaciones y fundamentos, aunque prevalecen como mejor opción para la mayoría de billetes; (iii) los modelos coyunturales muestran un desempeño favorable al evitar las vulnerabilidades de los VAR cointegrados: no dependen de los niveles de las series y absorben la mayor volatilidad al incorporarla en los parámetros estimados, además, suelen ser superiores en algunas denominaciones; y (iv) las combinaciones de pronósticos dentro de cada familia aportan robustez frente a quiebres estructurales y eventos idiosincráticos al final de la muestra, de modo que el mejor modelo individual no domina sistemáticamente al promedio o la mediana, lo que sugiere que un estimador combinado constituye una estrategia más robusta.

⁷ Durante la pandemia del COVID-19 se autorizaron por Ley tres retiros previsionales por un lapso de 12 meses y un porcentaje máximo de retiro total de los fondos de 10% (sujeto a un monto mínimo y máximo de 35 a 150 UF): (i) el 30 de julio de 2020 (Ley 21.248), (ii) 10 de diciembre de 2020 (Ley 21.295), y (iii) 28 de abril de 2021 (Ley 21.330). En su conjunto, representaron un 20% del PIB (cerca de USD 52.000 millones; Marcel, 2021).

El resto del artículo continúa de la siguiente manera: la sección 2 describe las operaciones de billetes y monedas en Chile, revisando la literatura nacional, y presenta hechos estilizados sobre oferta y demanda de piezas. La sección 3 analiza los datos y su tratamiento econométrico. La sección 4 presenta la modelación y proyección del total de piezas, comparando familias de modelos fuera de muestra. La sección 5 presenta la modelación por denominación, discutiendo diferencias en determinantes de corto y largo plazo y el rol de fundamentales prospectivos; también documenta el aporte de las combinaciones dentro de cada familia, y los resultados predictivos. Finalmente, se concluye en la sección 6.

2. Billetes y monedas en Chile

El análisis monetario en Chile comienza con aportes pioneros sobre estabilización económica y el rol del control del dinero sobre la macroeconomía.⁸ Las primeras estimaciones de demanda por dinero para la economía chilena se presentan en Deaver (1961), García (1964), Ossa (1964), y Reichmann (1965). Estas consideran como fundamentos variables reales—como salarios, ingreso, y déficit fiscal—además de otras financieras, como la tasa de interés derivada del precio del oro. Las especificaciones dependen de la disponibilidad de datos y se basan en estudios similares para otras economías, y en la narrativa desarrollada por Grunwald (1961), Harberger (1963), Kaldor (1959), y Sunkel (1958). Hynes (1967) analiza la demanda de dinero en Chile entre 1935 y 1963, concluyendo que, pese a la alta inflación y la volatilidad monetaria, la función de demanda de dinero se mantiene estable durante el período, mostrando una relación consistente entre saldos reales, ingreso, y costo de oportunidad del dinero.

Cauas (1970) utiliza las estimaciones de demanda por dinero de Deaver (1961), Ossa (1964), y Reichmann (1965) para calibrar la expansión monetaria compatible con el programa de estabilización de 1965. Con base en esas funciones, estima que una reducción de 5% en las expectativas inflacionarias permitiría una expansión monetaria cercana al 37% con una inflación proyectada de 25%, mostrando así que una política monetaria disciplinada podría sostener la desinflación sin afectar el crecimiento.⁹ En una línea similar, Corbo (1980) sugiere que estudios previos sobreestimaban el rezago en la formación de expectativas inflacionarias en las funciones de demanda por dinero, subvalorando así la demanda monetaria. En consecuencia, en economías con inflación intermedia los agentes ajustan rápidamente sus expectativas, reforzando la eficacia de la política antiinflacionaria.

Una vez aliviados los desequilibrios macroeconómicos en Chile, la literatura enfocó su atención en los agregados macroeconómicos bajo el control de las autoridades con el fin de estimar su efectividad directamente.¹⁰ Matte y Rojas (1987) presentan un primer análisis predictivo utilizando la demanda por dinero, proponiendo un modelo capaz de explicar y anticipar la caída del dinero real durante 1984-85, inmediatamente después de la *Crisis Financiera* de 1981-83 (Berstein y Marcel, 2019, §3).

En septiembre de 1990 el BCCh adopta un esquema de metas de inflación en el cual la meta se anunciaba cada diciembre para el año siguiente (“*régimen parcial*”), hasta septiembre de 1999, cuando

⁸ Se puede argumentar que el análisis monetario *reciente* comienza con estudios realizados durante la década de 1960. Anterior a ese periodo, Fetter (1931) documenta y analiza las causas de la inflación monetaria en Chile, con un énfasis en la Misión Kemmerer que dio origen y soporte legal a la creación del BCCh en 1925.

⁹ Notar que estos estudios se desarrollan en un contexto en el cual la emisión monetaria financiaba el déficit fiscal, particularmente entre fines de los 1960s y mediados de los 1970s (Zahler y Budinich, 1976; Carrasco, 2019).

¹⁰ La historia económica chilena hasta antes del siglo XX transitó por un sinnúmero de intentos y amplios arreglos monetarios con relativamente bajo éxito en el control de la inflación debido a una serie de factores incluyendo la baja autonomía del BCCh, regulación financiera inadecuada, y alta exposición a *shocks* externos (Berstein y Marcel, 2019). Una historia monetaria (y fiscal) *reciente* de Chile se encuentra en Caputo y Saravia (2019), mientras que, específicamente sobre el control de la inflación, BCCh (2020a) y Morandé y Noton (2004) exponen los factores detrás de ese logro.

la meta se fijó permanentemente en 3% anual, junto con un régimen de tipo de cambio flotante (BCCh, 2020b). Dado que desde agosto de 2001 el instrumento de política monetaria deja de ser la emisión y pasa a ser la tasa de interés nominal,¹¹ se intensifica el debate sobre la utilidad informativa de los agregados monetarios frente a la nueva forma de conducción de la política monetaria. Así es como la agenda de investigación se centra en analizar el vínculo del dinero con precios y actividad económica (Herrera y Vergara, 1992), configurando la especificación de demanda por dinero aceptada en la actualidad. En ese sentido, Mies y Soto (2000) y Johnson y Morandé (2002) analizan la estabilidad de las estimaciones econométricas de la demanda por dinero en Chile y su poder predictivo sobre tasas de interés, reevaluando el rol operativo de los agregados monetarios.

Asimismo, la lectura predominante bajo el esquema de metas de inflación enfatiza que los agregados pueden servir como indicadores complementarios, mas no como objetivos dada la inestabilidad y los cambios en las preferencias por liquidez (De Gregorio, 2003a, 2003b). García y Valdés (2003a)—y las discusiones en García y Valdés (2003b, 2003c)—comparan el contenido informativo de distintos agregados, mientras que en Vergara (2003) se reevalúan episodios de fuerte dinamismo del dinero desalineado del ingreso, destacando la necesidad de una evaluación empírica fuera de muestra. Broer (2005) complementa estos análisis con sensibilidad a tasas y especificaciones, encontrando que el dinero deja de cumplir el rol jugado históricamente como indicador útil de inflación o actividad en Chile. Un resultado importante es que no existe causalidad de Granger desde el crecimiento del dinero hacia la inflación. Otras estimaciones, como aquellas presentadas en Cerda y Lema (2005) y Chumacero y Hermann (2007), enfatizan las especificaciones de cointegración para estimar empíricamente la demanda por dinero, encontrando una relación estable y robusta en el largo plazo, y la influencia de las expectativas en la dinámica de corto plazo.

Por su parte, Ferrada y Tagle (2014) documentan un quiebre estructural posterior a la *Crisis Financiera Global* de 2008-09 en las estimaciones de demanda por dinero para Chile, reforzando la evidencia de estabilidad paramétrica en dichas funciones, aunque condicionales a *shocks* externos y la incertidumbre debida a estimaciones econométricas con muestras finitas. Por otra parte, Calani, Fuentes, y Schmidt-Hebbel (2013) proponen un enfoque microfundado para modelar un sistema de demandas por activos líquidos basado en la teoría del consumidor y agregados monetarios ponderados por liquidez (*i.e.*, índice Divisia), encontrando estabilidad en las elasticidades de tasa de interés y consistencia con las restricciones teóricas, en contraste con cierta inestabilidad sugerida por estudios previos.

Chumacero, Pardo, y Valdés (2008) centran el foco en el plano operativo de billetes y monedas por parte del BCCh, proponiendo esquemas de pronóstico y mantención de inventarios con funciones de pérdida asimétricas. Los autores concluyen que el uso de funciones de pérdida convexas favorece una evaluación más favorable de las proyecciones y reducen los costos esperados de escasez o exceso de circulante, destacando la importancia de incorporar la asimetría de costos en la gestión del efectivo. Previamente, Restrepo (2002) propone el uso de VAR cointegrados para analizar la evolución del M1 en Chile, encontrando que la demanda de dinero es cointegrada con el ingreso y la tasa de interés, lo que es utilizado en estudios posteriores. Figueroa y Pedersen (2019) actualiza el ejercicio anterior y estima VAR cointegrados inspirados en la demanda por dinero, encontrando que los promedios combinados de pronósticos entregan resultados robustos y precisos para el total de circulante, mientras que los modelos individuales o subcombinaciones resultan más adecuados para predecir denominaciones específicas. Además, muestran que proyecciones precisas de variables fundamentales (actividad, inflación, y tasas de interés) mejoran las proyecciones a horizontes largos; elementos que son considerados en este trabajo.

¹¹ Notar, sin embargo, que antes de la tasa de interés nominal, el instrumento de política era la tasa de interés real de pagarés reajustables del BCCh a 90 días (Carrasco, 2019).

La evolución desde la lectura macro de agregados monetarios con fundamentales no estructurales hacia el manejo operativo por denominación sienta las bases para el objetivo de este artículo: modelar y proyectar el número de piezas totales y por denominación, incorporando estacionalidad con fundamentales contemporáneos y prospectivos.

El BCCh es emisor exclusivo de billetes y monedas en Chile, y debe garantizar una composición por denominación adecuada para el normal funcionamiento del sistema de pagos. Por razones de escala, Chile realiza licitaciones plurianuales para la adquisición de circulante, definiendo volúmenes y calendarios de entrega con antelación. Por ello, la oferta de efectivo es cuasifija en el corto plazo, lo que hace crucial una planificación precisa. En este contexto, los costos de impresión o acuñación, transporte, custodia, y recirculación son significativos, lo que justifica mantener inventarios de seguridad y aplicar reglas explícitas de asignación por denominación (Chumacero, Pardo, y Valdés, 2008). Un elemento operativo relevante es que las solicitudes de los bancos comerciales pueden superar las entregas efectivas, especialmente en billetes, lo que obliga a gestionar asimetrías de costo entre sobrestock y faltantes, así como posibles incentivos de sobrepedido, mediante criterios de reposición previsibles y consistentes.

Desde 2006, los billetes de \$1.000, \$2.000, y \$5.000 se imprimen en sustrato de polímero, mientras que los de \$10.000 y \$20.000 continúan siendo de algodón con elementos de seguridad avanzados. La adopción del polímero ha permitido reducir los costos de reposición y aumentar la vida útil promedio, especialmente en denominaciones de alta rotación, mejorando la eficiencia del ciclo de efectivo. Por su parte, las monedas—producidas por la *Casa de Moneda de Chile*—presentan una vida media considerablemente mayor, aunque su demanda depende más de la actividad transaccional de baja denominación y del uso sustitutivo del dinero electrónico. Las monedas actualmente en circulación corresponden a las denominaciones de \$10, \$50, \$100, y \$500. Dentro de la familia vigente, la moneda de \$500 fue la última en incorporarse al circulante, en julio de 2000 (previamente circulaba como billete), mientras que en noviembre de 2017 se inició el retiro gradual de las monedas de \$1 y \$5 (Ley 20.956 del 26 de octubre de 2016).

El BCCh destina cada año un presupuesto específico al *Programa de Emisión y Mantenimiento del Circulante*, que financia tres grandes componentes: (i) fabricación y adquisición de billetes y monedas, mediante licitaciones internacionales o producción local, (ii) procesamiento y destrucción de piezas no aptas, a través del sistema de recirculación administrado por el BCCh, (iii) transporte, seguros e infraestructura de custodia, necesarios para la distribución física del efectivo a nivel nacional.

La proyección de la demanda de efectivo a uno, dos, y tres años responde directamente a estos horizontes presupuestarios y logísticos. Un año permite planificar la operación corriente, mientras que dos y tres años permite coordinar licitaciones y contratos de impresión o acuñación, y prever sustituciones de diseño o cambios en las familias de billetes y monedas. Además, estos horizontes permiten hacer comparables las proyecciones trimestrales con las propuestas en frecuencia mensual. De este modo, la planificación por denominación y horizonte logístico no solo garantiza la disponibilidad de circulante, sino también la eficiencia del gasto asociado al manejo del efectivo.

a. Algunos hechos estilizados

El valor total de los billetes y monedas en circulación—incluido el efectivo en poder de las instituciones financieras—equivale, en promedio, al 85% de la base monetaria de Chile durante el período 1996–2024 (ver Figura 1).

Esta proporción se sitúa inicialmente en torno al 90% en 1996 y se mantiene relativamente estable—con una reducción transitoria en 2001—hasta la disrupción provocada por la *Crisis Financiera Global*

de 2008–09. Posteriormente, el indicador presenta una mayor volatilidad: en 2016 alcanza su máximo de 92%, para luego descender hasta niveles de 80% en 2019, y luego caer fuertemente en 2020 a su mínimo histórico de 57%. Esta abrupta caída refleja el impacto de los retiros extraordinarios de fondos previsionales autorizados durante la pandemia—en julio y diciembre de 2020, y en abril de 2021—, los cuales totalizaron casi un 20% del PIB (Marcel, 2021). En cuanto a su composición, actualmente alrededor del 79% del efectivo circula efectivamente en la economía, mientras que el restante 21% se mantiene en poder de los bancos comerciales y otras instituciones financieras.

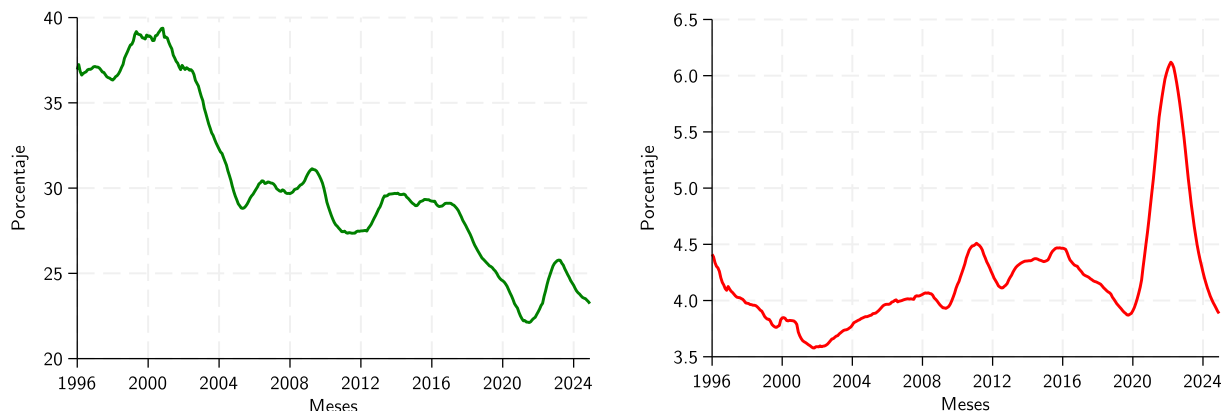
Figura 1. Billetes y monedas en circulación como proporción de la base monetaria (*)
(porcentaje; promedio móvil anual de billetes y monedas)



(*) Muestra: 1996.1-2024.12 (frecuencia mensual; 348 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

Considerando el agregado monetario M1—esto es, billetes y monedas en circulación más depósitos a la vista—, el peso relativo del circulante dentro de dicho agregado muestra una tendencia descendente, pasando de un máximo de 39% en 1999 a 23% en 2024 (ver Figura 2A).

Figura 2. Billetes y monedas en circulación como proporción de la oferta monetaria (*)
(porcentaje; promedio móvil anual de billetes y monedas)



(*) Muestra: 1996.1-2024.12 (frecuencia mensual; 348 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

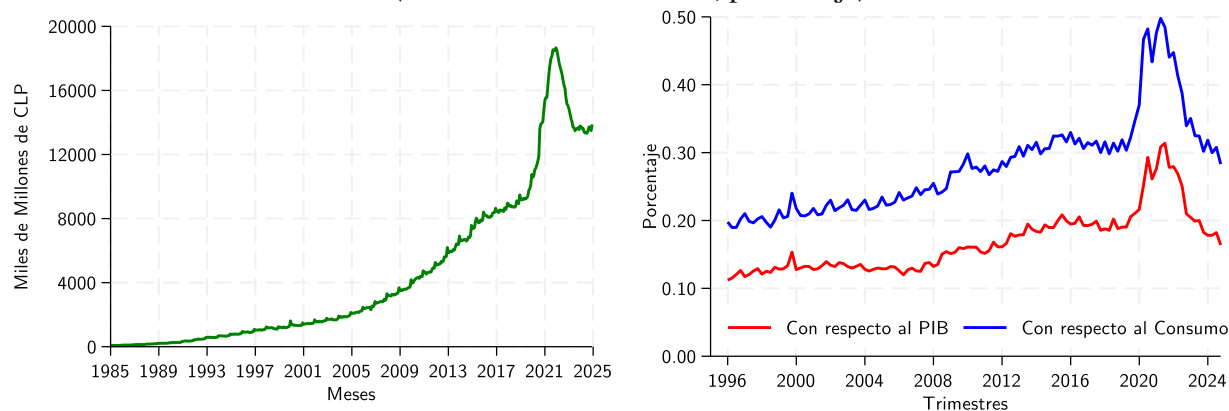
Por su parte, en relación con el agregado M3—que comprende M1 más los depósitos de ahorro y en moneda extranjera de residentes, junto con los pagarés o bonos emitidos por bancos—, la

proporción del circulante se ha mantenido en torno a su promedio de 4,2% durante 1996–2024, alcanzando un máximo de 6,1% en 2022 (Figura 2B).

En conjunto, estos antecedentes sugieren que, si bien reflejan una mayor penetración de nuevos medios de pago en las transacciones cotidianas (ver BCCh, 2024, para más detalles), no evidencian un cambio sustantivo en la función del dinero como reserva de valor. Cabe señalar, además, que la sustitución del efectivo ha ocurrido principalmente a través de los depósitos a la vista y pagos con tarjetas de débito, los cuales presentan, en general, una dinámica suave y estable, de modo que su contenido informativo con fines predictivos respecto de la demanda por billetes y monedas resulta limitado.

Tal como postula la teoría de la demanda por dinero, la evolución del circulante se relaciona positivamente con el ingreso (Baumol, 1952; Tobin, 1956) y el consumo (Mankiw y Summers, 1986). Si bien el stock de circulante ha crecido tendencialmente en el tiempo, con un ciclo explosivo entre 2019.IV y 2023.II, alcanzando un máximo de \$18.666 miles de millones de CLP en 2021.IV (Figura 3A), la proporción del circulante respecto al PIB creció suavemente entre 1996.I, exceptuando la fase de retiros de ahorros previsionales. De hecho, tal como se muestra en la Figura 3B, las diferencias entre ambas tasas de crecimiento suelen ser transitorias. Hasta 2019.IV, la proporción del circulante con respecto al PIB alcanzó a un 15% promedio y con respecto al consumo privado total a un 26% promedio. Luego, estas cifras alcanzaron a un 32% con respecto al PIB (2021.III) y a un 50% con respecto al consumo (2021.II). Posteriormente, los últimos datos se ubican en 16% con respecto al PIB y 28% con respecto al consumo. Esto confirma que la demanda por efectivo tiende a ajustarse a la dinámica de la actividad económica, sugiriendo además una relación de cointegración.

Figura 3. Existencias de billetes y monedas en circulación y como proporción del PIB y consumo privado total (*)
(miles de millones de CLP; porcentaje)



(*) Muestra: A = 1985.I-2024.II (frecuencia mensual; 480 observaciones); B = 1996.I-2024.IV (frecuencia trimestral; 116 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

b. Oferta y demanda de piezas

El BCCh recibe mensualmente las solicitudes de provisión de billetes y monedas por parte de los bancos comerciales, las cuales comprenden tanto nuevas emisiones como piezas de reemplazo. Los montos correspondientes se cargan a las cuentas corrientes que las entidades mantienen en el BCCh. Habitualmente, el BCCh atiende la cantidad solicitada por denominación, o bien entrega un monto inferior, considerando los niveles de inventario disponibles y las proyecciones de demanda futura. Mientras que las monedas suelen ser provistas en su totalidad conforme a los requerimientos, no es infrecuente que la oferta de billetes resulte inferior a la demanda, especialmente en episodios de tensión en la disponibilidad de piezas (ver Figura 4A). Este comportamiento puede ser internalizado

por los bancos comerciales, de modo que no puede descartarse que las solicitudes efectivas excedan ocasionalmente las necesidades reales de efectivo.

Como se observa en la Figura 4A, la demanda alcanzó un nivel excepcionalmente alto en 2020.III, totalizando \$2.158,15 mil millones de CLP, es decir, casi tres veces el máximo registrado entre 2005 y 2019 (equivalente a \$743.28 mil millones de CLP en 2010.I).

La brecha entre la demanda y la oferta de billetes por denominación es, sin embargo, heterogénea y variable en el tiempo. En el caso del billete de \$1.000 (Figura 4B), se observa una oferta alineada con la demanda, con una brecha puntual durante 2020, resultado esperable dada la excepcionalidad del período. Distinto es el comportamiento de los billetes de \$2.000 y \$5.000 (Figuras 4C y 4D), cuyas diferencias entre oferta y demanda se manifiestan en los períodos 2005–07 y 2011–13, así como nuevamente en 2020.

De forma interesante, la demanda por billetes de \$2.000 muestra una rápida convergencia hacia la oferta tras los episodios de turbulencia, mientras que la del billete de \$5.000 presenta dos expansiones consecutivas, antes de descender y equipararse a la oferta recién en 2021.IV. Cabe notar que, a partir de 2013, la demanda por billetes de \$2.000 y \$5.000 se redujo de manera sostenida, fenómeno explicado en parte por la eliminación de las denominaciones bajas (\$1.000, \$2.000, y \$5.000) de los cajeros automáticos.

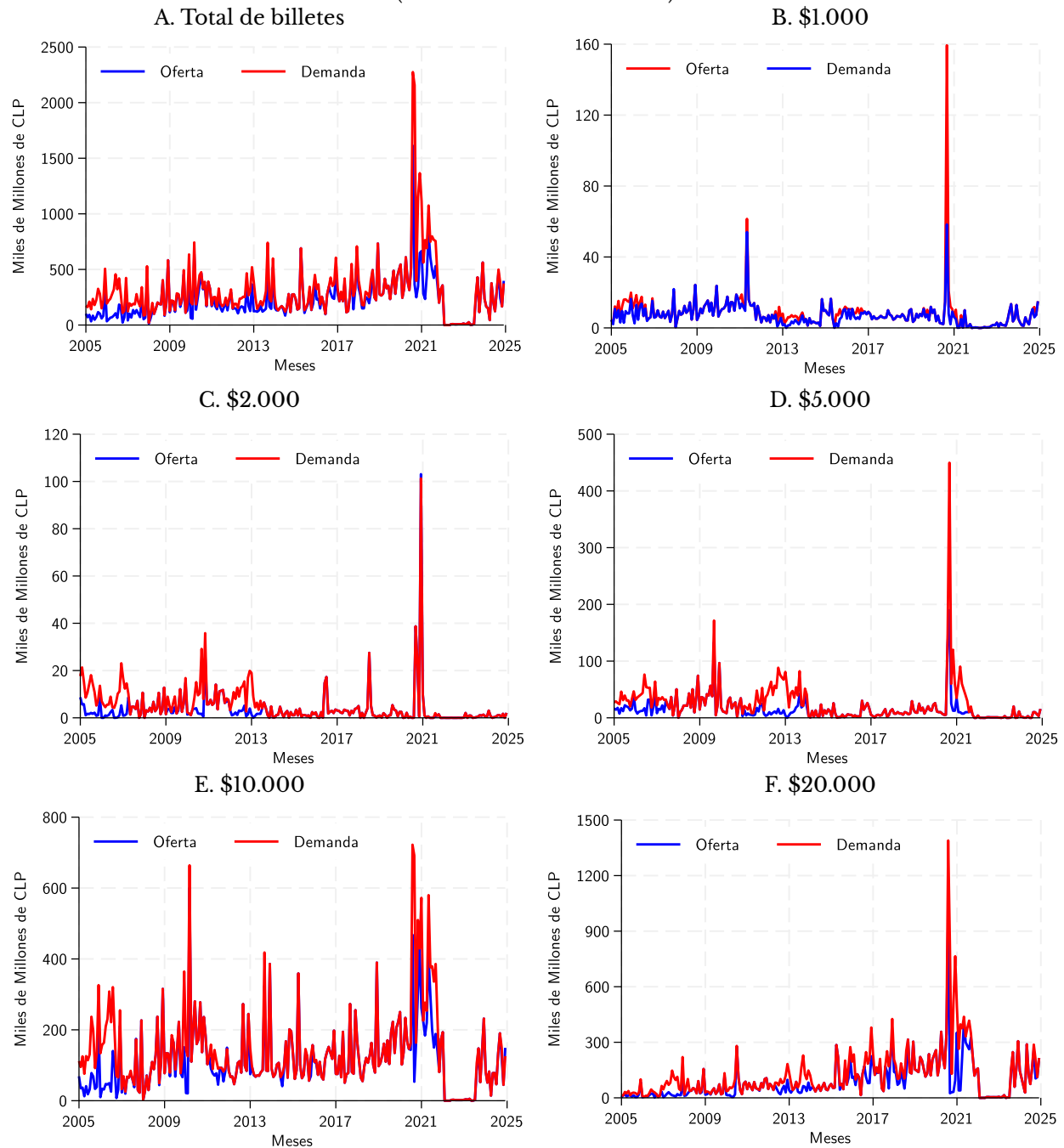
Este cambio respondió a que los cajeros operados exclusivamente con billetes de alta denominación implican menores costos operativos para la banca, al requerir recargas menos frecuentes. Sin embargo, el 6 de enero de 2020, mediante la Carta Circular No. 632, el BCCCh solicitó a las entidades financieras aumentar la disponibilidad de billetes de baja denominación en cajeros automáticos, estimando que, en ese momento, solo un 25% de los cajeros contenía billetes de baja denominación. Asimismo, del total de gavetas, apenas el 21% correspondía a billetes de baja denominación, distribuidos en 15% de \$5.000, 0% de \$2.000, y 6% de \$1.000. De este modo, aunque la demanda por billetes de alta denominación continuaba siendo elevada, las presiones de demanda pudieron redistribuirse hacia otras denominaciones en un contexto de alta incertidumbre.

En cuanto a la demanda por billetes de \$10.000 (Figura 4E), esta se ha mantenido relativamente estable y, en general, ha sido atendida de manera adecuada. Se identifican tres episodios de menor oferta relativa: 2005–07, 2009–11, y 2019–21. Los dos últimos presentan una dinámica similar, caracterizada por aumentos abruptos de la demanda (en 2010.I: \$664 mil millones de CLP y 2020.III: \$692 mil millones de CLP) acompañados de una reducción inicial de la oferta, seguida de un ajuste significativo al alza que permitió restablecer el equilibrio.

Un patrón comparable se observa en el billete de \$20.000 (Figura 4F), cuya mayor utilización en cajeros automáticos desde 2013 generó un aumento sostenido de la demanda, que solo pudo satisfacerse plenamente hacia 2018. Posteriormente, se registra un nuevo episodio de tensión, con un máximo de \$819 mil millones de CLP en 2020.III, seguido de \$765 mil millones de CLP en 2020.IV, para luego retornar a niveles inferiores a \$200 mil millones de CLP en 2021.IV.

En términos generales, el período de alta volatilidad y máximos históricos observado en 2020–21 representa un desafío significativo para la modelación y proyección de la demanda de efectivo. Además, se observa que todas las denominaciones de billetes—excepto la de \$10.000—enfrentaron episodios de demanda nula inmediatamente después de las turbulencias, posiblemente debido al sobrestock acumulado en el período previo. En particular, los episodios sin demanda se registran en: \$1.000 (2022.I); \$2.000 (2021.I–II y 2021.IV–22.II); \$5.000 (2021.IV, 2022.II, y 2024.II); y \$20.000 (2022.I).

Figura 4. Demanda y oferta de billetes (*)
(miles de millones de CLP)



(*) Muestra: 2005.I-2024.IV (frecuencia trimestral; 80 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

3. Datos

Esta sección presenta los datos utilizados en los ejercicios de proyección desarrollados en las secciones 4 y 5, y discute algunas propiedades estadísticas de las series de tiempo empleadas.

Las series de existencias de billetes y monedas modeladas y proyectadas se encuentran disponibles en frecuencia mensual para el período 1985.1–2024.12 (480 observaciones), expresadas en millones

de piezas, y provienen de la *Base de Datos Estadísticos* del BCCh. Sin embargo, siguiendo a Figueroa y Pedersen (2019), las variables fundamentales utilizadas para la estimación de VAR cointegrados están disponibles desde 1996 en adelante (1996.I–2024.IV; 116 observaciones) y en frecuencia trimestral.

Estas variables corresponden a: (1) PIB (y_t), (2) Consumo total (ct_t), (3) Consumo privado total (cpt_t), (4) Consumo durable (cd_t), (5) Consumo no durable (cnd), y (6) Consumo de servicios (cs_t); junto con los fundamentales financieros: la tasa de interés nominal de depósitos a 30–89 días (i_t ; porcentaje) y la inflación total (π_t ; variación anual del IPC, porcentaje). Si bien estas últimas se encuentran disponibles en frecuencia mensual, se tratan como trimestrales considerando el último mes de cada trimestre.

En la extensión presentada en este artículo, se recupera la frecuencia mensual original de las series a proyectar, mientras que los fundamentales predictivos se obtienen de la EEE,¹² disponible desde 2001 (2001.1–24.12; 96 observaciones). Las variables predictivas utilizadas corresponden a: (1) PIB en el trimestre calendario (y_t^0), (2) PIB a fin del año corriente (y_t^T), (3) Tasa de Política Monetaria (TPM) a 5 meses (i_t^{t+5}), (4) TPM a 11 meses (i_t^{t+11}), y (5) Inflación a 11 meses (π_t^{t+11}).

a. Estacionariedad y raíz unitaria

Con el fin de evaluar la estacionariedad de las series de tiempo, se realizan pruebas de contraste de hipótesis tanto a las variables trimestrales como a las mensuales, abarcando los fundamentales macroeconómicos y el stock de circulante total y por denominación, en concordancia con la metodología presentada en Figueroa y Pedersen (2019).

Los resultados de dichas pruebas, junto con los estadísticos descriptivos de cada variable, se presentan en la Tabla 1 para los fundamentales trimestrales, en la Tabla 2 para las series mensuales, y en la Tabla 3 para las denominaciones de billetes y monedas, incluyendo además el coeficiente estimado de un modelo AR(1) (transformando las series de PIB, consumo, e inflación a variaciones anuales) y su error estándar asociado.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos y pruebas de contraste de hipótesis de raíz unitaria: series trimestrales (†)

Variable:	y_t	ct_t	cpt_t	cd_t	cnd_t	cs_t	π_t	i_t
Estadísticos descriptivos								
Promedio	8,08	8,14	7,92	7,45	7,41	8,54	3,75	5,38
Mediana	7,54	7,98	7,70	8,50	6,77	8,20	3,35	4,92
Desv. est.	4,87	4,91	6,06	18,06	5,71	6,38	2,44	3,56
Mínimo	-5,21	-14,37	-20,33	-39,35	-10,59	-26,13	-3,06	0,44
Máximo	21,98	29,25	35,22	90,81	32,66	28,17	12,79	17,68
Persistencia ⁽¹⁾								
AR(1)	0,799*** (0,053)	0,717*** (0,066)	0,703*** (0,070)	0,742*** (0,031)	0,718*** (0,060)	0,743*** (0,053)	0,900*** (0,031)	0,877*** (0,044)
Prueba de contraste de hipótesis de raíz unitaria								
DFA ⁽²⁾	-4,38***	-7,42***	-6,13***	-4,98***	-7,44***	-4,86***	-0,30	-2,71
PP ⁽³⁾	-4,26***	-8,02***	-6,50***	-5,13***	-7,68***	-4,97***	-1,41	-2,80
KPSS ⁽⁴⁾	0,24**	0,16**	0,16**	0,16*	0,09	0,21**	0,14*	0,19**
DF-GLS ⁽⁵⁾	-1,88	-1,49	-1,83	-1,82	-1,70	-1,59	-2,51	-2,50
Resultado	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	No Est.	No Est.

(†) Muestra: 1996.I-2024.IV (frecuencia trimestral; 116 observaciones). Fuente: Cálculos de los autores basados en base de datos del Banco Central de Chile. (1) Regresión incluye tendencia determinística e intercepto. Entre (•) se presenta la desviación estándar del coeficiente. (***) $p < 0,01$, (**) $p < 0,05$, (*) $p < 0,10$. (2) Valor crítico DFA = Prueba de Dickey y

¹² Una introducción y descripción detallada de la EEE se presenta en Pedersen (2010). Desde entonces, la encuesta ha experimentado modificaciones menores, entre ellas la incorporación de nuevos horizontes de proyección para las mismas variables consultadas.

Fuller (1979) Aumentada. HN: La serie contiene una raíz unitaria. Valores críticos obtenidos de MacKinnon (1996). Regresión incluye tendencia determinística e intercepto. (***) $p < 0,01$, (**) $p < 0,05$, (*) $p < 0,10$. (3) Valor crítico PP = Prueba de Phillips y Perron (1988). HN: La serie contiene una raíz unitaria. Valores críticos obtenidos de MacKinnon (1996). Rezagos elegidos de acuerdo con Criterio de Información de Schwarz; ancho de banda escogido de acuerdo con Newey y West (1994). Regresión incluye tendencia determinística e intercepto. (***) $p < 0,01$, (**) $p < 0,05$, (*) $p < 0,10$. (4) Valor crítico KPSS = Prueba de Kwiatkowski *et al.* (1992). HN: La serie es estacionaria. Valores críticos obtenidos de MacKinnon (1996). Rezagos elegidos de acuerdo con Criterio de Información de Schwarz; ancho de banda escogido de acuerdo con Newey y West (1994). Regresión incluye tendencia determinística e intercepto. (***) $p < 0,01$, (**) $p < 0,05$, (*) $p < 0,10$. (5) Valor crítico DF-GLS = Prueba de Dickey-Fuller con remoción de tendencia mediante Mínimos Cuadrados Generalizados (Elliott, Rothenberg, y Stock, 1996). HN: La serie contiene una raíz unitaria. Regresión incluye tendencia determinística e intercepto. (***) $p < 0,01$, (**) $p < 0,05$, (*) $p < 0,10$.

Tabla 2. Estadísticos descriptivos y pruebas de contraste de hipótesis de raíz unitaria: series mensuales (†)

Variable:	y_t^Q	y_t^T	i_t^{t+5}	i_t^{t+11}	π_t^{t+11}
Estadísticos descriptivos					
Promedio	3,20	3,20	4,04	4,14	3,26
Mediana	3,30	3,40	3,50	4,00	3,00
Desv. est.	3,18	2,62	2,40	1,77	0,84
Mínimo	-13,00	-6,10	0,50	0,50	2,00
Máximo	15,05	11,90	10,75	8,75	7,30
Persistencia ⁽¹⁾					
AR(1)	0,903*** (0,012)	0,935*** (0,015)	0,986*** (0,011)	0,982*** (0,011)	0,961*** (0,011)
Prueba de contraste de hipótesis de raíz unitaria					
DFA ⁽²⁾	-3,73**	-1,01	-1,18	-2,04	-2,39
PP ⁽³⁾	-4,14***	-1,24	-1,79	-2,89	-3,34*
KPSS ⁽⁴⁾	0,04	0,06	0,19**	0,11	0,11
DF-GLS ⁽⁵⁾	-4,76	-4,23	-3,23	-2,95	-3,82
Resultado	Est.	No est.	No est.	No est.	No est.

(†) Muestra: 2001.1-24.12 (frecuencia mensual; 96 observaciones). Fuente: Cálculos de los autores basados en base de datos del Banco Central de Chile. Ver notas a la Tabla 1.

Tabla 3. Estadísticos descriptivos y pruebas de contraste de hipótesis de raíz unitaria: denominaciones (†)

Variable:	\$10	\$50	\$100	\$500	\$1.000	\$2.000	\$5.000	\$10.000	\$20.000
Estadísticos descriptivos									
Promedio	7,18	5,20	5,93	5,18	4,65	3,61	3,77	4,93	4,23
Mediana	7,22	5,29	5,89	5,38	4,45	3,72	3,63	5,05	4,23
Desv. est.	1,20	1,04	1,19	1,28	0,72	0,70	0,68	1,10	1,28
Mínimo	4,83	3,07	2,21	-5,30	3,29	0,94	2,02	-0,51	0,79
Máximo	8,82	6,61	7,52	6,33	5,89	4,88	5,10	6,57	6,18
Persistencia ⁽¹⁾									
AR(1)	0,977*** (0,008)	0,970*** (0,008)	0,998*** (0,004)	0,994*** (0,040)	0,942*** (0,016)	0,964*** (0,125)	0,967*** (0,008)	0,990*** (0,009)	0,990*** (0,006)
Prueba de contrate de hipótesis de raíz unitaria									
DFA ⁽²⁾	1,22	-0,30	-14,8***	-18,2***	-2,56	-4,82***	-3,53**	-16,0***	-8,35***
PP ⁽³⁾	0,78	-0,38	-10,3***	-26,2***	-2,02	-4,45***	-3,60**	-12,4***	-7,55***
KPSS ⁽⁴⁾	0,58***	0,69***	0,49***	0,26**	0,29**	0,35**	0,08	0,39***	0,16**
DF-GLS ⁽⁵⁾	-0,57	-0,43	-0,72	-2,95	-1,86	-0,85	-1,86	-1,57	-1,09
Resultado	No est.	No est.	Est.	Est.	No Est.	Est.	Est.	Est.	Est.

(†) Muestra: 1985.1-2024.12 (frecuencia mensual; 480 observaciones). Fuente: Cálculos de los autores basados en base de datos del Banco Central de Chile. Ver notas a la Tabla 1.

Estos resultados reflejan la influencia del período de elevada volatilidad sobre las propiedades estadísticas de las series. El quiebre estructural asociado a la pandemia de COVID-19—incluidos, primero, los retiros previsionales y, posteriormente, la abrupta caída de la demanda—reduce sustancialmente el poder de las pruebas de raíz unitaria, lo que conduce a no rechazar la hipótesis nula, en línea con lo documentado en Perron (1989) y en análisis internacionales de demanda por efectivo (*i.e.*, Doyle, 2000).

No obstante, una inspección visual de las series muestra un comportamiento compatible con la estacionariedad. En particular, resulta virtualmente improbable que las expectativas de crecimiento del PIB, la inflación, o la TPM sigan una tendencia persistente al alza o a la baja. Esta aparente contradicción responde a que, para estas variables, la muestra disponible es aún corta para que las pruebas distingan con claridad entre raíz unitaria y estacionariedad, motivo por el cual se procede a tratarlas como series estacionarias, aun cuando la evidencia estadística no sea plenamente concluyente.

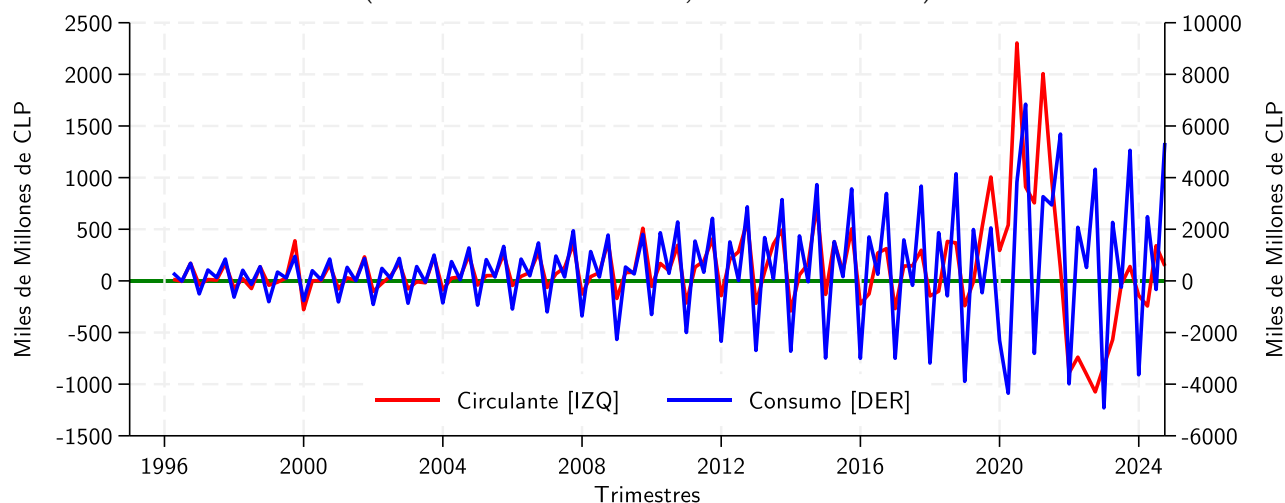
En síntesis, la evidencia empírica sugiere que la mayoría de las variables utilizadas son no estacionarias, aunque en algunos casos los resultados dependen de la herramienta utilizada. Es importante destacar que ninguna serie exhibe un comportamiento explosivo, sino únicamente un aumento transitorio de la volatilidad en un período específico, fenómeno que es capturado adecuadamente por la lógica de modelación de las tres familias de modelos empleadas.

b. Estacionalidad

Un rasgo distintivo de las series de tiempo del circulante es que sus variaciones de stock exhiben un elevado grado de estacionalidad (ver Figura 5). Este patrón también se observa en el consumo privado nominal, aunque las fluctuaciones estacionales de ambas series difieren de manera significativa a partir de 2020, evidenciando un quiebre en la sincronización de su comportamiento estacional. Ello dificulta la proyección del circulante basada exclusivamente en este fundamental o en componentes estacionales históricos.

En el caso del efectivo en circulación, se aprecia un aumento pronunciado en el cuarto trimestre de cada año, asociado a los efectos de Navidad y Año Nuevo, seguido de una contracción en el primer trimestre del año siguiente. Los segundos y terceros trimestres, en cambio, exhiben variaciones más moderadas en torno al promedio, configurando un ciclo interanual regular que deja de observarse a partir de 2020.

Figura 5. Variación del efectivo en circulación y del consumo nominal (*)
(miles de millones de CLP; consumo nominal)



(*) Muestra: 1996.I-2024.IV (frecuencia trimestral; 116 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

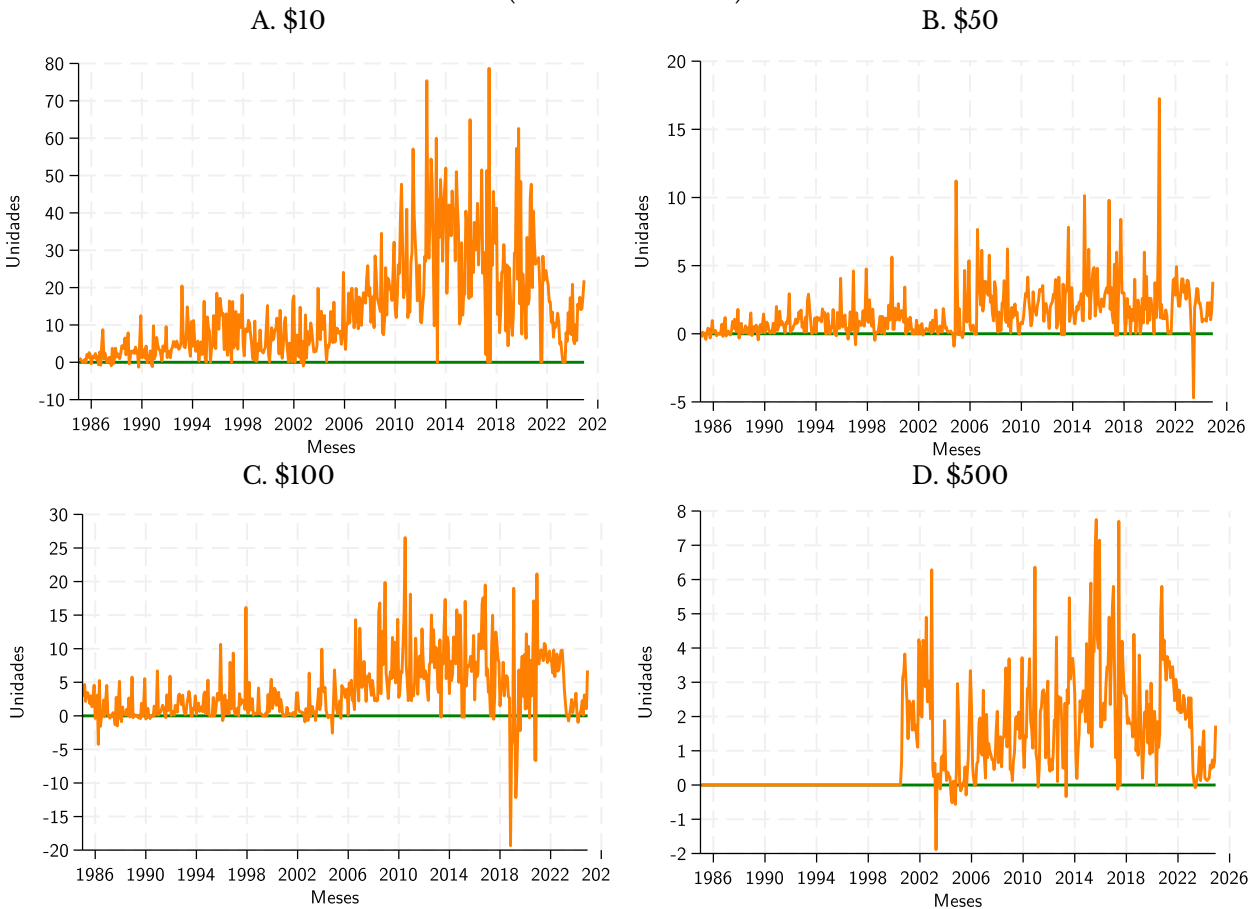
Figuerola y Pedersen (2019) reportan un ejercicio exploratorio en el que estiman una regresión del stock total de circulante sobre variables dicotómicas estacionales, encontrando que aproximadamente el 74% de la variación total puede explicarse por estos efectos, de acuerdo con el coeficiente de bondad de ajuste, utilizando una muestra trimestral hasta 2017. Al extender la muestra

hasta 2024, se observa que dicho coeficiente de ajuste disminuye de forma monótonica a lo largo del tiempo, alcanzando un 21% en el tramo más reciente.

Si bien esta reducción se concentra en la última parte de la muestra, los modelos de series de tiempo considerados en este ejercicio incorporan igualmente los efectos estacionales y de feriados móviles, mediante el tipo de regresor propuesto por Bell y Hillmer (1983). Estos regresores constituyen una forma sencilla de modelar los efectos de los feriados móviles, al suponer la existencia de un intervalo de días durante el cual el efecto del feriado puede considerarse constante dentro de cada semana. En este contexto, el coeficiente asociado a estas variables para cada trimestre se calcula en función de los días hábiles, esto es, como la razón entre el número de feriados y el total de días hábiles del trimestre.

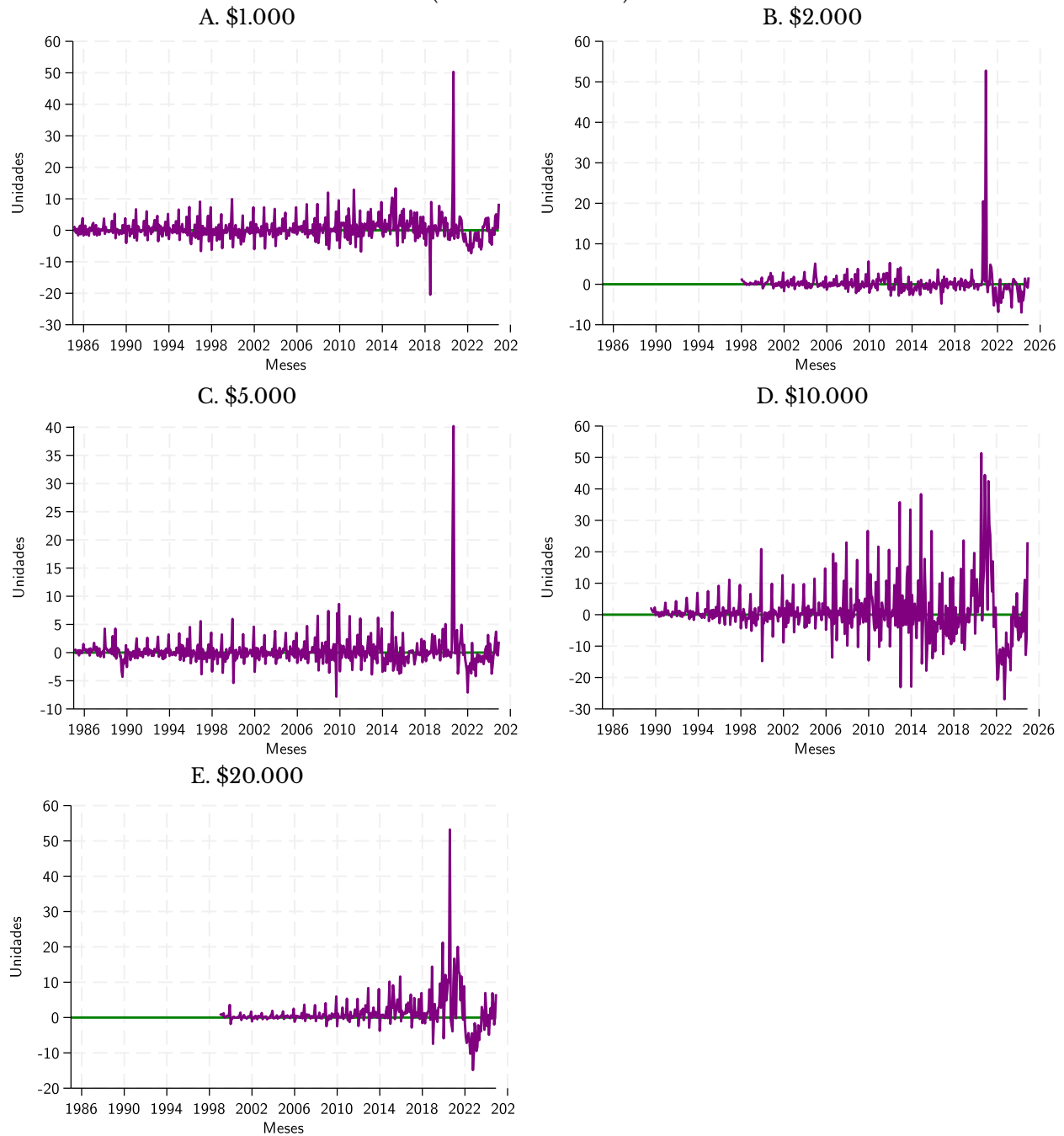
Por otra parte, la Figura 6 (para monedas) y Figura 7 (para billetes) muestran la variación del stock de las distintas denominaciones, evidenciando patrones estacionales claramente definidos, los cuales se vuelven menos notorios tras la disrupción observada en 2020. En el caso de las monedas, sin embargo, estos efectos estacionales resultan menos pronunciados.

Figura 6. Variación del stock de unidades de monedas en circulación (*)
(miles de unidades)



(*) Muestra: 1985.2-2024.12 (frecuencia trimestral; 479 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

Figura 7. Variación del stock de unidades de billetes en circulación (*)
(miles de unidades)



(*) Muestra: 1985.2-2024.12 (frecuencia trimestral; 479 observaciones). Fuente: Banco Central de Chile.

4. Modelación y proyección del total de piezas

Esta sección presenta los ejercicios de proyección del total de efectivo en circulación. En primer lugar, se describen los modelos de series de tiempo, los cuales corresponden a una familia de diez modelos base, junto con ocho de ellos ampliados mediante la incorporación de los regresores tipo Bell y Hillmer (1983) adaptados al caso de Chile.

En segundo lugar, se presenta la familia de modelos VAR cointegrados con variables fundamentales, desarrollada originalmente en Figueroa y Pedersen (2019). Estos modelos corresponden a un VAR en diferencias estacionarias de los niveles, en el que las variables son explicadas por sus propios rezagos y por un vector de cointegración en niveles. El VAR se especifica con la denominación a proyectar (por ejemplo, total, cada denominación de billetes o de monedas), junto con el PIB, la inflación, y la tasa de interés nominal de depósitos a 30–89 días; especificado en frecuencia trimestral.

En tercer lugar, se presenta la familia de *modelos coyunturales*, los cuales corresponden a un VAR estacionario, dado que las variables prospectivas utilizadas se encuentran especificadas en tasas de variación esperada. Así, el modelo VAR se estima para la diferencia del nivel por denominación, el crecimiento esperado del PIB, la variación esperada de la inflación y la TPM esperada, para distintos horizontes; todas ellas en frecuencia mensual.

En cuarto lugar, se expone la metodología de combinación de proyecciones, un aspecto clave para determinar cuál de las tres familias de modelos ofrece el mejor desempeño predictivo. En quinto lugar, se explica la forma de comparación y evaluación de las proyecciones entre familias. Similar a Figueroa y Pedersen (2019), el estadístico de evaluación fuera de muestra se ajusta debido a su tamaño muestral reducido, dado que para las proyecciones a tres años adelante se cuenta con solo 20 observaciones—y alcanzará el mínimo tradicionalmente sugerido de 30 observaciones en 2027.II. Lo anterior además permite mantener la comparabilidad con los modelos mensuales, cuyos resultados son trimestralizados (considerando el último mes de cada trimestre), para hacer comparables las tres familias de modelos.

La muestra de estimación para los modelos trimestrales (familias de modelos de series de tiempo y VAR cointegrado) abarca el período 1996.I–2017.IV (88 observaciones), mientras que la muestra de evaluación corresponde a 2018.I–24.IV (28 observaciones). En el caso de los modelos mensuales (familia de modelos coyunturales), la muestra de estimación se extiende desde 2001.1 hasta 2017.12 (204 observaciones), y la muestra de evaluación cubre el período 2018.1–24.12 (84 observaciones). Sin embargo, para hacer comparables sus resultados, se utilizan las 28 observaciones que coinciden con aquellas de los modelos trimestrales.

Finalmente, se presentan los resultados predictivos por familia de modelos—en términos de la mediana, el promedio, y el mejor modelo individual—, comparándolos con la proyección promedio obtenida a partir del conjunto de todas las familias para una misma denominación.

Cabe destacar que los modelos coyunturales utilizan la mediana de las respuestas de la EEE para cada variable, información disponible en la *Base de Datos Estadísticos* del BCCh. Por consiguiente, todos los datos empleados son de acceso público, lo que garantiza la replicabilidad de los resultados. Asimismo, el ejercicio de proyección se considera pseudo fuera de muestra, en el sentido de que los modelos se estiman utilizando una versión actualizada de los datos (1996.I–2025.I), la cual incluye revisiones no utilizadas en tiempo real. Finalmente, las pruebas de cointegración y de especificación se realizan utilizando la muestra completa de cada variable.

a. Modelos de series de tiempo

La especificación de los modelos de series de tiempo se presenta en la Tabla 4. Estas especificaciones provienen de Figueroa y Pedersen (2019) y son seleccionadas con el propósito de capturar la estacionalidad del dinero en circulación.

Los Modelos ST1 y ST2 (donde “ST” corresponde a “*series de tiempo*”) representan modelos de caminata aleatoria, en los cuales las proyecciones se basan, respectivamente, en la misma tasa de

crecimiento observada un año atrás y en el promedio de la tasa de crecimiento de los últimos cinco años. El Modelo ST3 corresponde a un modelo AR de orden fijo $p=4$, mientras que el Modelo ST4 incorpora variables dicotómicas estacionales.¹³ Por su parte, los Modelos ST5 a ST10 corresponden a distintas especificaciones de modelos SARIMA multiplicativos.

Asimismo, se amplían estas mismas especificaciones mediante la inclusión de regresores tipo Bell y Hillmer (1983)—excepto con ST1 y ST2—, configurando los Modelos ST11 a ST18.¹⁴

Tabla 4. Especificaciones de modelos de series de tiempo (*)

Nombre	Especificación	Nombre	Especificación
Modelo ST1:	$\Delta d_t = \Delta d_{t-4} + \varepsilon_t$	-	-
Modelo ST2:	$\Delta d_t = (1/5)\sum_{i=1}^5 \Delta d_{t-i} + \varepsilon_t$	-	-
Modelo ST3:	$\Delta d_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i \Delta d_{t-i} + \varepsilon_t$	Modelo ST11:	ST3 + BH
Modelo ST4:	$\Delta d_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i \Delta d_{t-i} + \sum_{j=1}^3 \gamma_j s_j + \varepsilon_t$	Modelo ST12:	ST4 + BH
Modelo ST5:	$\text{SARIMA}(0,1,1) \times (0,0,0)^4$	Modelo ST13:	ST5 + BH
Modelo ST6:	$\text{SARIMA}(1,1,1) \times (1,0,1)^4$	Modelo ST14:	ST6 + BH
Modelo ST7:	$\text{SARIMA}(0,1,1) \times (0,0,1)^4$	Modelo ST15:	ST7 + BH
Modelo ST8:	$\text{SARIMA}(0,0,0) \times (1,1,1)^4$	Modelo ST16:	ST8 + BH
Modelo ST9:	$\text{SARIMA}(0,1,0) \times (1,0,1)^4$	Modelo ST17:	ST9 + BH
Modelo ST10:	$\text{SARIMA}(1,0,1) \times (0,1,0)^4$	Modelo ST18:	ST10 + BH

(*) $\Delta z_t = z_t - z_{t-1}$. ST3-ST4: $\{\beta_i, \gamma_i\}$ corresponden a parámetros a ser estimados. ST4: $\{s_j\}$ corresponde a variables dicotómicas estacionales. ST3-ST10 incluyen intercepto. Para todos los modelos, se asume que $\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma_\varepsilon^2)$. “BH” = regresores de Bell y Hillmer (1983). Fuente: Elaboración de los autores basada en Figueroa y Pedersen (2019).

b. Modelos con fundamentales: VAR cointegrados

Esta familia de modelos se compone de seis modelos en total, uno para cada una de las variables de actividad: (1) PIB (y_t), (2) Consumo total (ct_t), (3) Consumo privado total (cpt_t), (4) Consumo durable (cd_t), (5) Consumo no durable (cnd), y (6) Consumo de servicios (cs_t). La metodología de VAR cointegrado se desarrolla y explica en Juselius (2006). El punto de partida para la selección del modelo es un VAR sin restringir estimado con cinco rezagos, incluyendo variables dicotómicas estacionales, una tendencia determinística, y constantes. Con un nivel de significancia del 10%, la prueba de traza de Johansen (1988, 1995) indica que cada modelo presenta al menos una relación de cointegración, la cual se impone en todos los sistemas.

La especificación del modelo considera un VAR de dimensión k (número de variables) y de orden j (número de rezagos):

¹³ La elección de un orden autorregresivo fijo para series trimestrales (*i.e.*, cuatro períodos por año) responde a la estacionalidad de la serie y a que el orden del modelo coincide con la frecuencia intraanual en series con marcada estacionalidad (Chysels, Osborn y Rodrigues, 2006).

¹⁴ Cabe señalar que el software utilizado en las estimaciones presentadas en este análisis es Stata 18, mientras que las realizadas en Figueroa y Pedersen (2019) se realizan en EViews 9. Este hecho, junto con el uso de una versión (“*vintage*”) distinta de las variables de actividad, explica que los resultados numéricos pueden diferir con respecto a los originales de Figueroa y Pedersen (2019), en línea con lo documentado por Newbold, Agiakloglou, y Miller (1994).

$$\mathbf{X}_t = \sum_{i=1}^j \Phi_i \mathbf{X}_{t-i} + \Theta \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

para $t = 1, \dots, T$, donde $\mathbf{X}_t$ es un vector que incluye el stock en circulación total, alguna de las variables de actividad, inflación, y tasa de interés nominal. Las matrices Φ_i son de dimensión $k \times k$ y contienen los parámetros a estimar; $\Theta \mathbf{D}_t$ incorpora los componentes determinísticos y sus respectivos coeficientes; y ε_t es un vector de términos de error con media cero y matriz de covarianza Ω . Formulado en su forma reducida de VECM, el sistema se expresa como:

$$\Delta \mathbf{X}_t = \Pi \mathbf{X}_{t-1} + \sum_{i=1}^{j-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{X}_{t-i} + \Theta \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

donde $\Delta \mathbf{X}_t = \mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{t-1}$, y $\Pi = \sum_{l=1}^j \Phi_l - \mathbf{I}$, donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad. Si las variables son integradas de orden uno, *i.e.*, $I(1)$, entonces $\Gamma_i = -\sum_{l=i+1}^j \Phi_l$, y si existe cointegración entre las variables, entonces la matriz Π es de rango reducido y puede descomponerse como $\Pi = \alpha \beta'$, donde α es la matriz de coeficientes de ajuste de dimensión $k \times r$, y β es la matriz de vectores de cointegración de dimensión $k \times r$, siendo r ($r \leq k$) el número de relaciones de cointegración.

De esta forma, los modelos de la familia de VAR cointegrados corresponden a aquellos presentados en la Tabla 5 (donde “VARC” corresponde a “*VAR cointegrado*”).

Tabla 5. Especificaciones de modelos de VAR cointegrados (*)

Nombre	Especificación: Ecuación (2)	Variable de ingreso
Modelo VARC1:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, y_t, \pi_t, i_t]'$	PIB
Modelo VARC2:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, ct_t, \pi_t, i_t]'$	Consumo total
Modelo VARC3:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, cpt_t, \pi_t, i_t]'$	Consumo privado total
Modelo VARC4:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, cd_t, \pi_t, i_t]'$	Consumo durable
Modelo VARC5:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, cnd_t, \pi_t, i_t]'$	Consumo no durable
Modelo VARC6:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, cs_t, \pi_t, i_t]'$	Consumo de servicios

(*) d_t = total de circulante. Para todos los modelos, se asume que $\varepsilon_t \sim iidN(\mathbf{0}, \Omega)$. Fuente: Elaboración de los autores basada en Figueroa y Pedersen (2019).

c. Modelos coyunturales

La familia de modelos coyunturales prospectivos se inspira en los VAR cointegrados, incorporando dos elementos fundamentales: (i) información prospectiva que responda de manera coherente y creíble a la evolución de la economía, y que además esté disponible tempranamente, y (ii) la posibilidad de realizar ejercicios de naturaleza coyuntural, en el sentido de que permite configurar escenarios basados en expectativas para las variables fundamentales. En este marco, los coeficientes estimados se aplican directamente sobre las proyecciones de los fundamentales, y no sobre sus valores efectivos, de modo que el modelo entrega una estimación directa de la demanda por circulante a partir de supuestos.

Cabe señalar que la EEE se publica durante la segunda semana de cada mes, a partir de información recogida en el mismo mes. Por ejemplo, los resultados de la EEE de diciembre de 2024 fueron publicados el 10 de diciembre, habiendo sido enviados a los participantes el 3 de diciembre y recibidos hasta el 9 de diciembre. Por otra parte, al 10 de diciembre de 2024 se encontraban disponibles las Cuentas Nacionales hasta 2024.III, es decir, en términos “mensuales”, la información

publicada cubría datos hasta septiembre de 2024. Los datos correspondientes al 2024.IV fueron publicados el 18 de marzo de 2025.

Dado que las respuestas de la EEE se recopilan en tasas de variación o porcentaje, éstas ya representan transformaciones estacionarias, por lo que su especificación es anidada a la de la familia de VAR cointegrado (*i.e.*, $\Pi = \mathbf{0}$ en la ecuación (2)). En particular, la especificación base es:

$$\Delta \mathbf{X}_t = \sum_{i=1}^k \Psi_i \Delta \mathbf{X}_{t-i} + \Theta \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

para $t = 1, \dots, T$, donde $\Delta \mathbf{X}_t$ es un vector que incluye el stock en circulación total para transformaciones estacionarias (*i.e.*, primera diferencia), y el resto de las variables corresponden a: (1) PIB en el trimestre calendario (y_t^Q), (2) PIB a fin del año corriente (y_t^T), (3) TPM a 5 meses (i_t^{t+5}), (4) TPM a 11 meses (i_t^{t+11}), y (5) Inflación a 11 meses (π_t^{t+11}). Las matrices Ψ_i son de dimensión 4×4 y contienen los parámetros a estimar. Similar al caso anterior, $\Theta \mathbf{D}_t$ incorpora los componentes determinísticos y sus respectivos coeficientes; y ε_t es un vector de términos de error con media cero y matriz de covarianza Ω . El número de rezagos j se determina mediante el Criterio de Información de Schwarz. Las especificaciones se presentan en la Tabla 6 (donde “COY” corresponde a “*coyuntural*”).

Tabla 6. Especificaciones de modelos coyunturales (*)

Nombre	Especificación: Ecuación (3)	Variables EEE
Modelo COY1:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, y_t^Q, \pi_t^{t+11}, i_t^{t+5}]'$	PIB en el trimestre calendario, inflación a 11 meses, TPM a 5 meses
Modelo COY2:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, y_t^Q, \pi_t^{t+11}, i_t^{t+11}]'$	PIB en el trimestre calendario, inflación a 11 meses, TPM a 11 meses
Modelo COY3:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, y_t^T, \pi_t^{t+11}, i_t^{t+5}]'$	PIB a fin del año corriente, inflación a 11 meses, TPM a 5 meses
Modelo COY4:	$\Delta \mathbf{X}_t = [d_t, y_t^T, \pi_t^{t+11}, i_t^{t+11}]'$	PIB a fin del año corriente, inflación a 11 meses, TPM a 11 meses

(*) d_t = total de circulante. Para todos los modelos, se asume que $\varepsilon_t \sim iidN(\mathbf{0}, \Omega)$. Fuente: Elaboración de los autores.

d. Combinación de proyecciones

Entre las razones que justifican la utilización de un sistema de modelos de proyección se destacan las siguientes: (i) el proceso de selección de modelos es inherentemente condicional a una muestra finita, por lo que cada modelo está sujeto a incertidumbre paramétrica; (ii) el ejercicio enfrenta también incertidumbre respecto de la forma funcional del modelo, al desconocerse el *modelo verdadero*, aunque se lo aproxime linealmente; y (iii) el entorno de proyección es inestable, por lo que un único modelo puede resultar incapaz de capturar la mayor volatilidad de la serie bajo análisis.¹⁵

Todos estos problemas pueden mitigarse mediante la combinación de proyecciones. En este artículo, las proyecciones se combinan por *familia* de modelos, considerando para cada una de ellas la mediana, el promedio, y el *mejor modelo*, definido como aquel con mayor precisión predictiva. Esta estrategia permite evaluar el contenido informativo general de cada familia, tomando en cuenta múltiples especificaciones. En consecuencia, la combinación de pronósticos para proyectar la demanda de efectivo resulta particularmente adecuada, especialmente al considerar la demanda

¹⁵ Como señala Miller (2017), la demanda por efectivo es particularmente difícil de predecir utilizando datos históricos, dado que las series pueden verse afectadas por quiebres estructurales o variables omitidas, tales como cambios en las denominaciones utilizadas en la economía, el crecimiento del sector informal, o transformaciones en los patrones de consumo y pago (*e.g.*, el auge de las compras en línea).

total y por denominación, así como la comparabilidad entre familias de modelos aplicadas a distintas denominaciones.

Existen diversas formas de combinar los pronósticos. En este análisis, se emplea el promedio simple (denominado “*promedio*”), es decir, la asignación de igual peso a cada proyección, lo cual es consistente con la idea de que todos los modelos son igualmente válidos, y que su ponderación equivale a una selección aleatoria dentro de cada familia. Si bien no existe una fundamentación teórica que garantice que los pesos iguales sean óptimos, la evidencia empírica muestra con frecuencia que el promedio simple ofrece un desempeño superior al de combinaciones más sofisticadas (Smith y Wallis, 2009).¹⁶

Para limitar el efecto de valores extremos, se utiliza además una segunda forma de obtención del pronóstico dentro de cada familia, correspondiente a la proyección mediana (denominada “*mediana*”). Finalmente, una tercera proyección para cada familia considera el mejor modelo predictivo, definido como aquel que exhibe el menor error cuadrático medio fuera de muestra. Esta proyección (denominada “*mejor modelo*”), sin embargo, refleja únicamente el modelo con mejor desempeño promedio en toda la muestra de evaluación, el cual podría cambiar en la medida en que se incorporen nuevas observaciones.

Así, el esquema de proyecciones para cada familia considera: (i) el promedio, (ii) la mediana, y (iii) el mejor modelo, para los horizontes de uno, dos, y tres años hacia adelante. Como pivote para reescalar el error de proyección y hacerlo comparable entre distintas series objetivo, se utiliza la proyección promedio obtenida a partir de todos los modelos de todas las familias.

e. Evaluación de proyecciones

El ejercicio de proyección se desarrolla de la siguiente manera. En primer lugar, se generan proyecciones en frecuencia trimestral utilizando los 18 modelos de la familia de series de tiempo y los seis modelos VAR cointegrados. En segundo lugar, se realizan proyecciones en frecuencia mensual mediante los cuatro modelos coyunturales. Todas las proyecciones se elaboran para la misma variable dependiente, en este caso, el total de circulante, y para los horizontes de uno, dos, y tres años adelante (esto es, 4, 8, y 12 trimestres; 12, 24, y 36 meses hacia adelante).

Para la estimación de los modelos, se utiliza la muestra trimestral 1996.I–2017.IV (88 observaciones) y la muestra mensual 2001.I–17.12 (204 observaciones). En consecuencia, la muestra de evaluación corresponde a 2018.I–24.IV (28 observaciones) y 2018.1–24.12 (84 observaciones), respectivamente, con la salvedad que los mensuales son trimestralizados.

La medida de evaluación empleada es la *Raíz (Cuadrada) del Error Cuadrático Medio de Proyección* (RECM), definido como:

$$RECM_h = \left[\frac{1}{P(h)} \sum_{t=R}^{T+1-h} (d_{t+h} - d_{t+h|t})^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

donde $d_{t+h|t}$ representa la proyección de la denominación d_{t+h} basada en la información disponible hasta el período t . Se generan un total de $P(h)$ proyecciones, cumpliendo $P(h) = T + 2 - h - R$, donde h es el horizonte de proyección ($h = \{1, 2, 3\}$ años), y R corresponde al número de observaciones de la muestra de estimación, y T el largo total de la muestra disponible (parámetros fijos).

¹⁶ Este fenómeno ha sido denominado “*el puzzle de la combinación de proyecciones*,” tal como se analiza en Stock y Watson (2004).

Los resultados se presentan utilizando el coeficiente de $RECM_{Relativo_h}$, a fin de facilitar la comparación entre familias de modelos. El $RECM_{Relativo_h}$ se define como:

$$RECM_{Relativo_h} = \frac{RECM_h(Familia)}{RECM_h(Promedio\ total)}, \quad (5)$$

lo que permite cuantificar la ganancia predictiva atribuible a la familia analizada respecto del error de proyección promedio total. Valores inferiores a uno indican un mejor desempeño de la familia en comparación con dicho promedio.

La inferencia estadística se basa en la prueba de igual capacidad predictiva de Diebold y Mariano (1995) y la corrección propuesta en Harvey, Leybourne, y Newbold (1997). Esto se debe a que el interés radica en comparar la precisión de los pronósticos, más que la adecuación de cada modelo. Así, se contrasta la hipótesis nula (H_0) frente a la alternativa (H_1):

$$H_0: \mathbb{E}[\Delta\bar{e}_h] = 0, \text{ y } H_1: \mathbb{E}[\Delta\bar{e}_h] \neq 0, \quad (6)$$

es decir, que ambos modelos tienen igual capacidad predictiva. El estadístico correspondiente de Diebold y Mariano (1995) es:

$$DM_{(h)} = \frac{\Delta\bar{e}_h}{\hat{\sigma}_{e_h}}, \quad (7)$$

el cual se compara con valores críticos de una distribución normal estándar, y donde:

$$\Delta\bar{e}_h = \frac{1}{P(h)} \sum_{t=R}^{T+1-h} \Delta\hat{e}_{h,t}, \quad (8)$$

con:

$$\Delta\hat{e}_h = (d_{t+h} - d_{t+h|t}^{Promedio\ total})^2 - (d_{t+h} - d_{t+h|t}^{Familia})^2. \quad (9)$$

Es decir, $\Delta\bar{e}_h$ es el promedio de las diferencias entre los errores cuadrados de proyección de los dos modelos comparados, y $\hat{\sigma}_{e_h}$ es el estimador de la desviación estándar de la serie de diferencias $\Delta\hat{e}_{h,t}$. Notar que si $\Delta\bar{e}_h > 0$, entonces la familia analizada tiene menor error cuadrático promedio, por lo que se indicaría como superior en términos predictivos.

Como se señaló, el número de observaciones fuera de muestra es (aun) bajo para una inferencia estadística basada en la prueba de Diebold y Mariano (1995). Por esta razón, se utiliza la corrección del estadístico $DM_{(h)}$ por muestra pequeña propuesta en Harvey, Leybourne, y Newbold (1997), la que se corresponde a:

$$HLN_{(h)} = \left[\frac{P(h) + 1 - 2P(h) + P(h)^{-1}h(h-1)}{P(h)} \right]^{1/2} DM_{(h)}. \quad (10)$$

Este valor es contrastado con el valor tabulado de una distribución t de Student con $(P(h) - 1)$ grados de libertad, para probar la misma hipótesis nula de la prueba de Diebold y Mariano (1995).

f. Resultados para el total de piezas

Los resultados predictivos para el total de denominaciones por familia y horizonte se presentan en la Figura 8. La evaluación se realiza sin un tratamiento especial del episodio de alta volatilidad. Los resultados exhiben un patrón coherente con lo discutido previamente: elevada adaptabilidad de los modelos de series de tiempo—con y sin control de efecto calendario (paneles I y II)—; bajo rendimiento de los VAR cointegrados (panel III); y un desempeño superior de los modelos coyunturales, especialmente en el horizonte de tres años, aunque la diferencia en precisión predictiva respecto de la proyección de referencia no es, como es esperable, estadísticamente significativa (panel IV). Para facilitar la interpretación, es útil destacar que estos resultados se inscriben en un marco empírico donde la estabilidad de los patrones de corto plazo desempeña un rol especialmente relevante, y donde los cambios bruscos de la muestra reciente refuerzan la necesidad de métodos suficientemente flexibles para capturar variaciones transitorias.

Los VAR cointegrados muestran un deterioro marcado en su precisión. Al requerir estabilidad en las relaciones de largo plazo entre niveles y tasas, la desalineación generada por el aumento de la volatilidad hacia el final de la muestra los afecta de manera sustantiva. Este comportamiento es consistente con un rendimiento que, en algunos casos, es superado por otras familias de modelos, y confirma que la ruptura de dichas relaciones vuelve poco confiable sus proyecciones para el agregado (similar a lo documentado en Gerst y Wilson, 2011).

Por su parte, los modelos de series de tiempo exhiben un rendimiento estable y competitivo, y, junto con los modelos coyunturales, representan las alternativas más confiables. Si bien no alcanzan la precisión de los coyunturales a tres años, su mejor modelo a uno y dos años supera a la proyección de referencia. Su capacidad de adaptación mecánica a patrones cambiantes y el adecuado control de la estacionalidad los convierten en una opción competitiva, especialmente en horizontes más cortos.

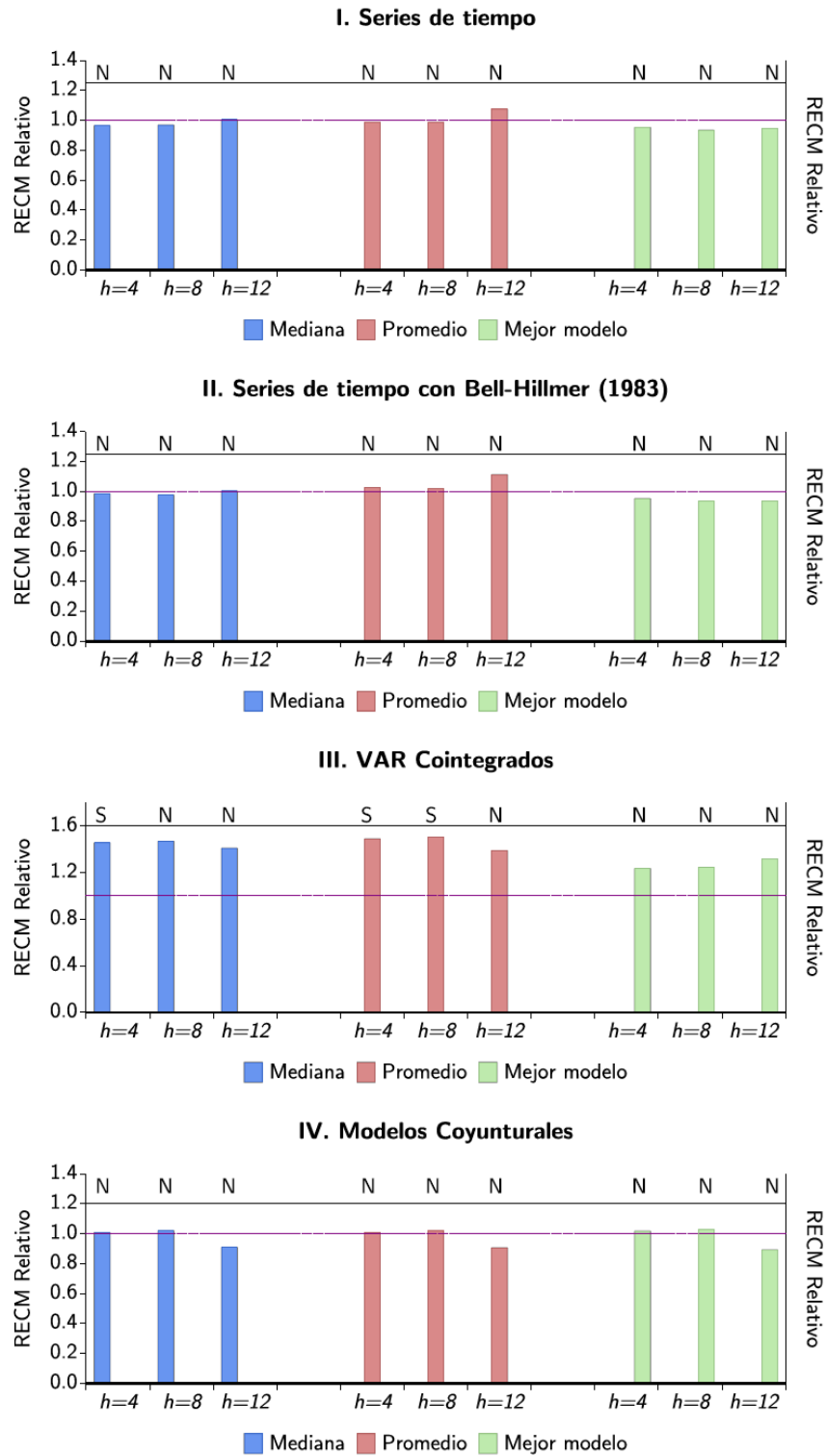
La estructura flexible de los modelos coyunturales—que no depende de niveles ni de relaciones de largo plazo—les permite absorber la dinámica abrupta del tramo final de la muestra y ajustar oportunamente sus proyecciones. Sin embargo, al considerar el mejor modelo individual (*i.e.*, COY2), este supera a la proyección promedio solo en el horizonte de tres años, donde también se observa un desempeño superior de los modelos de series de tiempo con y sin regresores tipo Bell y Hillmer (1983) (correspondientes a ST7 y ST15; siendo ST15 el modelo ST7 con efecto de días hábiles).

A nivel de horizontes, los resultados indican que los modelos de series de tiempo dominan en el corto plazo. Para horizontes intermedios, su ventaja persiste—particularmente con los modelos ST7 y ST15—aunque los coyunturales comienzan a aparecer como una alternativa relevante. En el horizonte más largo, los modelos coyunturales resultan superiores bajo todas las formas de agregación (mediana, promedio, y mejor modelo).

Finalmente, la prueba de contraste de igualdad de capacidad predictiva es concluyente únicamente para confirmar que los VAR cointegrados (en sus agregaciones de mediana y promedio) son inferiores a la proyección de referencia. Para los demás casos, las comparaciones sugieren desempeños relativamente similares.

En conjunto, y sin aplicar correcciones por el período de mayor volatilidad, la evidencia confirma que los modelos de series de tiempo y los coyunturales constituyen las opciones más adecuadas para proyectar el total de piezas bajo episodios de turbulencia y desajustes transitorios en los fundamentos.

Figura 8. Resultados predictivos para el total de circulante (*)
(RECM Relativo)



(*) “N” (“S”) = rechazo (no rechazo) de la prueba de Harvey, Leybourne, y Newbold (1997) al 10% de nivel de confianza. Muestra de evaluación: 2018.I-24.IV ({28,24,20} observaciones para $h = \{4,8,12\}$ trimestres adelante, respectivamente). Fuente: Elaboración de los autores.

5. Modelación y proyección de monedas y billetes

Los resultados por denominación se obtienen aplicando la misma estrategia empírica utilizada para el total de denominaciones. En particular, se mantiene la batería de modelos correspondiente a las tres familias, con los mismos fundamentos, transformaciones, y esquema muestral. Los resultados se presentan en el Anexo A para las monedas y en el Anexo B para los billetes, siguiendo el esquema que se detalla a continuación (y que además resume el mejor resultado para cada denominación):

Monedas: Anexo A			Billetes: Anexo B		
Denominación	RECM Relativo	Mejor resultado	Denominación	RECM Relativo	Mejor resultado
\$10	Figura A1	ST6	\$1.000	Figura B1	Prom. VARC + ST7
\$50	Figura A2	ST2	\$2.000	Figura B2	Prom. VARC + ST5 + ST13
\$100	Figura A3	Prom. ST + COY	\$5.000	Figura B3	Prom. VARC + ST5
\$500	Figura A4	ST1 + VARC2 + COY3	\$10.000	Figura B4	Prom. VARC + COY
			\$20.000	Figura B5	Mediana ST

a. Monedas

Los resultados para la moneda de \$10 se presentan en la Figura A1 del Anexo A. En términos generales, los modelos de series de tiempo—tanto la estimación basada en la mediana como el mejor modelo (*i.e.*, ST6)—exhiben un desempeño destacado, en particular el mejor modelo con y sin regresores tipo Bell y Hillmer (1983), los cuales resultan estadísticamente superiores a la proyección promedio total.

Los VAR cointegrados no pierden completamente su capacidad predictiva, ya que presentan valores de RECM Relativo inferiores a uno en todos los horizontes considerados y, en el caso del mejor modelo a ocho trimestres, muestran un desempeño estadísticamente superior al promedio. Sin embargo, estos modelos son sistemáticamente dominados por el mejor modelo de la familia de series de tiempo en los tres horizontes analizados.

En cuanto a los modelos coyunturales, todos exhiben un RECM Relativo menor a uno en todos los horizontes, y con mejores resultados que los de la familia VAR cointegrada. Los mejores modelos a 8 y 12 trimestres compiten con los de series de tiempo, si bien presentan un RECM Relativo ligeramente superior (0,57 frente a 0,50 para $h=8$, y 0,58 frente a 0,49 para $h=12$ trimestres).

Los resultados para la moneda de \$50 se presentan en la Figura A2 del Anexo A y muestran patrones cualitativamente similares a los observados para la moneda de \$10. En particular, se evidencia una superioridad predictiva de los modelos de series de tiempo—tanto en su agregación por mediana como en el mejor modelo individual (*i.e.*, ST2)—, seguidos por los modelos coyunturales. A diferencia del caso anterior, los VAR cointegrados presentan un desempeño claramente inferior, al exhibir valores de RECM Relativo superiores a uno en todos los horizontes considerados, lo que compromete su capacidad predictiva.

Cabe destacar que, si bien los modelos de la familia de series de tiempo muestran un comportamiento visualmente similar, aquellos que incorporan regresores tipo Bell y Hillmer (1983) presentan un desempeño levemente inferior respecto de sus contrapartes sin dichos regresores (para $h=4$: 0,64 frente a 0,54; $h=8$: 0,65 frente a 0,52; y $h=12$: 0,60 frente a 0,48). No obstante, estos modelos continúan superando al mejor modelo coyuntural (*i.e.*, COY3), cuyos valores de RECM Relativo alcanzan a 0,73, 0,75, y 0,68 para $h=\{4,8,12\}$, respectivamente.

Los resultados para la moneda de \$100 se presentan en la Figura A3 del Anexo A. En este caso, se observa un patrón consistente a través de modelos y horizontes, caracterizado por una elevada similitud con la proyección promedio total, sin que ninguna de las alternativas resulte estadísticamente superior. La excepción la constituyen los VAR cointegrados, cuyo desempeño se aparta de dicho patrón y presentan un rendimiento sistemáticamente inferior.

Cabe notar que, excluyendo a los VAR cointegrados, en muy pocos casos la proyección promedio total es superada por las proyecciones alternativas. En consecuencia, desde una perspectiva de aplicación práctica, los resultados sugieren privilegiar el uso de la proyección promedio obtenida a partir del conjunto de modelos de series de tiempo y de modelos coyunturales.

Los resultados para la moneda de \$500 se presentan en la Figura A4 del Anexo A. Este caso plantea dificultades particulares para la estimación de los modelos de series de tiempo, especialmente en la maximización de la función de verosimilitud, debido a la presencia de valores atípicos durante 2020, lo que deriva en proyecciones notablemente imprecisas que afectan tanto a la proyección promedio como a la mediana. En particular, los modelos que incorporan términos de media móvil—específicamente ST5–ST7 y ST10—concentran las mayores dificultades, impactando negativamente tanto el promedio como la mediana de las proyecciones.

En este contexto, el mejor modelo de series de tiempo (*i.e.*, ST1) exhibe un desempeño muy superior al de la proyección promedio total, con una diferencia estadísticamente significativa, y que alcanza valores de RECM Relativo de 0,07, 0,08, y 0,07 para los distintos horizontes considerados. Los modelos de series de tiempo con Bell y Hillmer (1983) no resultan superiores a la proyección promedio total.

En cuanto a los VAR cointegrados y los modelos coyunturales, ambos superan también a la proyección promedio total, destacando el mejor modelo de cada familia (VARC2 y COY3, respectivamente). Entre ellos, el modelo coyuntural COY3 presenta el mejor desempeño relativo, con valores de RECM Relativo de 0,12, 0,12, y 0,13 a lo largo de los horizontes, aunque estos son superiores a los obtenidos por el modelo ST1. No obstante, dada la inestabilidad observada en las estimaciones para esta denominación y considerando el conjunto de resultados, se recomienda, desde una perspectiva práctica, el uso de una proyección promedio que combine los modelos ST1, VARC2, y COY3.

b. Billetes

Los resultados para el billete de \$1.000 se presentan en la Figura B1 del Anexo B. Al igual que en el caso de la moneda de \$100, se observan desempeños similares a la proyección promedio total a través de modelos y horizontes. No obstante, a diferencia de dicha denominación, para el billete de \$1.000 los VAR cointegrados—en su agregación por promedio—exhiben un rendimiento levemente superior en los horizontes de cuatro y ocho trimestres adelante.

Para el horizonte de 12 trimestres adelante, la mejor proyección proviene de ambos tipos de modelos de series de tiempo. Sin embargo, en ningún caso se encuentra evidencia de que las proyecciones propuestas sean estadísticamente superiores a la proyección promedio total. Notar que particularmente para los VAR cointegrados, se observa que el mejor modelo individual no supera al promedio de los modelos considerados, configurándose el *puzzle de la combinación de pronósticos*.

Desde una perspectiva de aplicación práctica, los resultados sugieren privilegiar el uso del promedio de los VAR cointegrados para los horizontes de cuatro y ocho trimestres, y el mejor modelo de series de tiempo (*i.e.*, ST7) para el horizonte de 12 trimestres adelante.

Los resultados para el billete de \$2.000 se presentan en la Figura B2 del Anexo B. Se observa que tanto el mejor modelo de series de tiempo como el mejor modelo coyuntural exhiben desempeños satisfactorios. Cabe notar que únicamente los modelos coyunturales presentan un rendimiento superior a la proyección promedio en todos los horizontes, aunque dichas diferencias no resultan estadísticamente significativas.

En consecuencia, desde una perspectiva de aplicación práctica, la recomendación consiste en utilizar una proyección promediada que combine los modelos coyunturales con el mejor modelo de la familia de series de tiempo, tanto con y sin incluir los regresores tipo Bell y Hillmer (1983) (*i.e.*, ST5 y ST13). Se destaca particularmente el desempeño de los modelos coyunturales a 12 trimestres adelante, que constituye el mejor resultado del ejercicio para esta denominación, con un RECM Relativo de 0,83.

Los resultados para el billete de \$5.000 se presentan en la Figura B3 del Anexo B. En este caso, se observa que los VAR cointegrados no superan a la proyección promedio total en ninguno de los horizontes considerados, mientras que los modelos coyunturales exhiben un mejor desempeño relativo, con la excepción del mejor modelo a 12 trimestres adelante. No obstante, ninguna de estas proyecciones resulta estadísticamente superior a la proyección promedio total.

Por su parte, el mejor modelo de la familia de series de tiempo (*i.e.*, ST5) presenta los valores más bajos de RECM Relativo en los tres horizontes analizados, aunque sin alcanzar significancia estadística frente a la proyección promedio total. En consecuencia, para esta denominación, la recomendación práctica consiste en utilizar una proyección promediada que combine los modelos coyunturales con el modelo ST5.

Los resultados para el billete de \$10.000 se presentan en la Figura B4 del Anexo B. En este caso, los modelos de series de tiempo exhiben un desempeño similar al de la proyección promedio total. En contraste, tanto los VAR cointegrados como los modelos coyunturales presentan, para todos los horizontes y puntos de la distribución considerados, un rendimiento superior, aunque dichas diferencias no resultan estadísticamente significativas. En consecuencia, para esta denominación, la recomendación práctica consiste en utilizar una proyección promediada que combine los VAR cointegrados con los modelos coyunturales.

Finalmente, los resultados para el billete de \$20.000 se presentan en la Figura B5 del Anexo B. En este caso, tanto los VAR cointegrados como los modelos coyunturales exhiben un desempeño inferior al de la proyección promedio total en todos los horizontes y formas de agregación consideradas, con la excepción del mejor modelo coyuntural (*i.e.*, COY3) a 12 trimestres adelante, el cual alcanza un RECM Relativo igual a 1,00.

Por su parte, los modelos de series de tiempo muestran un desempeño satisfactorio al considerar tanto la mediana como el mejor modelo de la familia (*i.e.*, ST2 y ST16). No obstante, se observa que los mejores modelos individuales presentan un rendimiento ligeramente inferior al de la mediana. En consecuencia, la recomendación práctica para esta denominación consiste en utilizar la proyección mediana de la familia de modelos de series de tiempo con y sin regresores que controlan por el efecto calendario.

c. Discusión: VAR cointegrados versus modelos coyunturales

Los resultados sugieren que, si bien los modelos de series de tiempo resultan dominantes, para una proporción significativa de los billetes los VAR cointegrados forman parte del promedio recomendado para obtener proyecciones más precisas. Asimismo, los modelos coyunturales

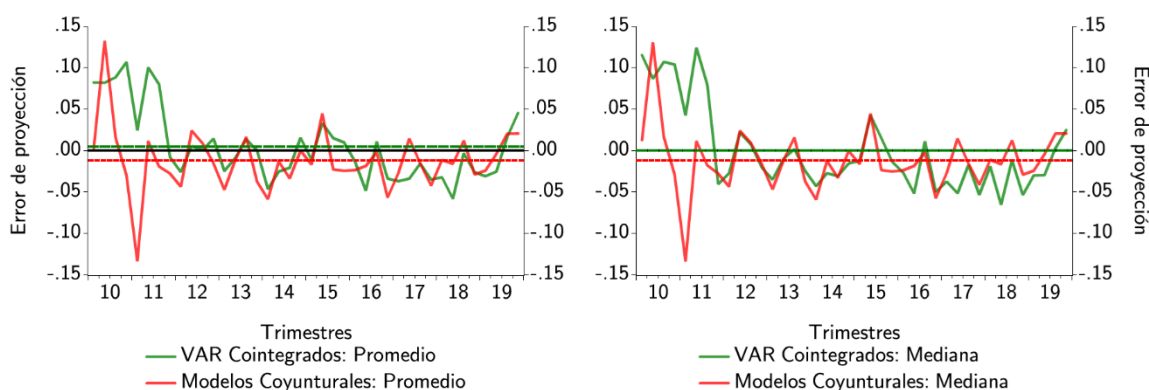
contribuyen a mejorar la precisión predictiva en denominaciones de alta circulación, como la moneda de \$100 y el billete de \$10.000.

Durante el desarrollo y utilización de los VAR cointegrados (por ejemplo, a partir de 2019), fue posible implementar en paralelo los modelos coyunturales gracias a la disponibilidad de la información que utilizan. En términos generales, los modelos coyunturales tienden a exhibir un rendimiento similar y en algunos casos puntuales mejor que VAR cointegrados debido a su mayor simplicidad, particularmente cuando estos últimos no logran explotar adecuadamente las relaciones de cointegración en niveles en contextos de elevada volatilidad e incertidumbre. En este sentido, resulta pertinente preguntarse cómo se comparan ambas metodologías en períodos de menor volatilidad, en los cuales las relaciones de largo plazo resultan más informativas.

Con este objetivo, se presentan los resultados de un ejercicio que compara los errores de proyección de ambas familias de modelos, considerando tanto el promedio como la mediana, para pronósticos a cuatro trimestres adelante. Los errores se evalúan en un período de volatilidad relativamente baja, comprendido entre el término de la *Crisis Financiera Global* de 2008–09 y el inicio de la pandemia del COVID-19, es decir, entre 2010.I y 2019.IV (40 observaciones), tal como se muestra en la Figura 9.

A partir de la Figura 9 se observa que las mayores diferencias se concentran al inicio de la muestra, correspondientes a las proyecciones realizadas con información de 2009 para períodos posteriores a 2010. En los años siguientes, los resultados convergen y muestran desempeños similares. La estimación del estadístico de Diebold y Mariano (1995) arroja un valor- p de 0,49 para la comparación basada en el promedio, y de 0,09 para la mediana, lo que indica la ausencia de diferencias sistemáticas en los errores de proyección entre ambas metodologías en la muestra considerada. En consecuencia, en aquellos casos en que los modelos coyunturales presentan un mejor desempeño predictivo que los VAR cointegrados (por ejemplo, para la moneda de \$100 y el billete de \$10.000), ello obedece a una pérdida de poder predictivo de las relaciones de largo plazo en niveles. Así, se recomienda que, en episodios de elevada volatilidad, se incorporen explícitamente las proyecciones provenientes de modelos coyunturales.

Figura 9. Errores de proyección VAR cointegrados y modelos coyunturales (*)
(diferencia entre serie efectiva y proyectada; puntos porcentuales)



(*) Líneas horizontales = promedio muestral del error indicado. Muestra: 2010.I-19.IV (frecuencia trimestral; 40 observaciones). Fuente: Elaboración de los autores en base a datos del Banco Central de Chile.

6. Conclusiones

Este estudio actualiza y presenta un sistema integral para la proyección de la demanda de efectivo en Chile, tanto a nivel agregado como por denominación, utilizando modelos puramente estadísticos, modelos econométricos estructurales, y especificaciones con información prospectiva. La integración de estas tres familias permite capturar determinantes de corto y largo plazo, así como las fuentes de volatilidad que caracterizan el entorno económico reciente.

La evidencia empírica muestra que la capacidad predictiva difiere de manera importante entre modelos y denominaciones, lo que refleja la heterogeneidad en los usos transaccionales y de atesoramiento del efectivo de cada denominación. En este contexto, las combinaciones de pronósticos ofrecen una manera robusta para comparar familias de modelos especialmente en presencia de quiebres estructurales o episodios de alta volatilidad. Asimismo, la inclusión de variables fundamentales mejora las proyecciones en horizontes medianos y largos, mientras que los modelos puramente estadísticos conservan ventajas relativas en el corto plazo.

Los resultados también muestran que la demanda por efectivo mantiene su sensibilidad a factores estacionales y al ciclo económico, aunque los patrones estacionales tradicionales son cambiantes a partir de 2020. Este episodio subraya la necesidad de recalibraciones frecuentes y de un uso más intensivo de variables prospectivas al generar proyecciones operativas.

Desde una perspectiva aplicada, el sistema de proyección desarrollado constituye un insumo relevante para la gestión operativa del circulante por parte del BCCh. En particular, permite optimizar la programación de impresión y acuñación, anticipar requerimientos logísticos, gestionar inventarios con mayor precisión, y reducir costos operativos asociados al manejo del efectivo. En conjunto, el marco propuesto ofrece una herramienta flexible, replicable y actualizable, consistente con las necesidades operativas del BCCh y con los desafíos que plantea un entorno económico más dinámico y volátil.

Referencias

- Akıncı, Ö. (2003), “Modeling the Demand for Currency Issues in Turkey,” *Central Bank Review* 1: 1—25.
- Amromin, G. y S. Chakravorti (2009), “Whither Loose Change? The Diminishing Demand for Small-denomination Currency,” *Journal of Money, Credit, and Banking* 41(2—3): 315—335.
- Auerbach, I. (1964), “*Forecasting Currency in Circulation*,” Banco de la Reserva Federal de Nueva York, EEUU, *Monthly Review*: 13—18.
- Bagnall, J., D. Bounie, K.P. Huynh, A. Kosse, T. Schmidt, S. Schuh, y H. Stix (2016), “Consumer Cash Usage: A Cross-country Comparison with Payment Diary Survey Data,” *International Journal of Central Banking* 12(4): 1—61.
- Bagshaw, M.L. y W.T. Gavin (1993), “*Forecasting the Money Supply in Time Series Models*,” Documento de Trabajo 8304, Banco de la Reserva Federal de Cleveland, EEUU.
- Bahmani, S. y A.M. Kutan (2014), “How Stable is the Demand for Money in Emerging Economies?” *Applied Economics* 42: 3307—3318.
- Banco Central de Chile (2020a), *La Política Monetaria del Banco Central de Chile en el Marco de Metas de Inflación*, Banco Central de Chile.
- Banco Central de Chile (2020b), *Dinámicas y Determinantes de la Inflación en Chile*, Diciembre 2020, Banco Central de Chile.
- Banco Central de Chile (2024), *Informe de Resultados Estudio Comportamiento de Pagos, Gerencia de Tesorería*, Banco Central de Chile.
- Banco de la Reserva de Malawi (2004), “*Currency in Circulation in Malawi*,” *Research and Statistics Department*, Banco de la Reserva de Malawi.
- Barnett, W.A., D. Fisher, y A. Serletis (1992), “Consumer Theory and the Demand for Money,” *Journal of Economic Literature* 30(4): 2086—2119.
- Bartzsch, N., F. Seitz, y R. Setzer (2015), “*The Demand for Euro Banknotes Issued in Germany: Structural Modelling and Forecasting*,” MPRA Paper 64949, University Library of Munich, Alemania.
- Battacharya, K. y H. Joshi (2001), “Modelling Currency in Circulation in India,” *Applied Economics Letters* 8: 585—592.
- Baumol, W.J. (1952), “The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach,” *Quarterly Journal of Economics* 66(4): 545—556.
- Bell, W.R. y S.C. Hillmer (1983), “Modeling Time Series with Calendar Variation,” *Journal of the American Statistical Association* 78(383): 526—534.
- Berstein, S. y M. Marcel (2019), “*Sistema Financiero en Chile: Lecciones de la Historia Reciente*,” Documento de Política Económica 67, Banco Central de Chile.

- Bindseil, U. y F. Seitz (2001), “*The Supply and Demand for Eurosystem Deposits. The First 18 Months*,” Documento de Trabajo 44, Banco Central Europeo.
- Briglevics, T. y S. Schuh (2014), “*US Consumer Demand for Cash in the Era of Low Interest Rates and Electronic Payments*,” Documento de Trabajo 1660, Banco Central Europeo.
- Broer, T. (2005), “*El Dinero Como Indicador de Actividad e Inflación en Chile—¿Ya No?*” Documento de Trabajo 319, Banco Central de Chile.
- Cabrero, A., G. Camba-Méndez, A. Hirsch, y F. Nieto (2009), “Modelling the Daily Banknotes in Circulation in the Context of the Liquidity Management of the European Central Bank,” *Journal of Forecasting* **28**: 194—217.
- Calani, M., J.R. Fuentes, y K. Schmidt-Hebbel (2013), “A Systemic Approach to Modelling and Estimating Demand for Money(ies),” *Applied Economics* **45**: 2141—2162.
- Caputo, R. y D. Saravia (2019), *The History of Chile*, en T.J. Kehoe y J.P. Nicolini (Eds.), *A Monetary and Fiscal History of Latin America, 1960-2017*, University of Minnesota Press, EEUU.
- Carrasco, C. (2019), *Banco Central de Chile 1964-1989. Una Historia Institucional*, Banco Central de Chile.
- Carrera, C. (2012), “*Long-run Money Demand in Latin American Countries: A Nonstationary Panel Data Approach*,” Documento de Trabajo 2021-16, Banco Central de Reserva del Perú.
- Cassino, V., P. Misich, y J. Barry (1997), “Forecasting the Demand for Currency,” *Reserve Bank Bulletin* **60**(1): 27—33.
- Cauas, J. (1970), “Stabilization Policy—The Chilean Case,” *Journal of Political Economy* **78**(4): 815—825.
- Cerda, R. y A. Lema (2005), “Desalineaciones Monetarias y Cambiarias e Inflación: Chile, 1986-2003,” *El Trimestre Económico* **72**(3): 545—579.
- Chumacero, R.A. y J. Hermann (2007), “No Estaba Muerta... La Teoría Cuantitativa y la Relación entre Dinero e Inflación,” *El Trimestre Económico* **74**(3): 766—787.
- Chumacero, R.A., C. Pardo, y D. Valdés (2008), “Un Marco para la Elaboración de los Programas de Impresión y Acuñación,” *Economía Chilena* **11**(1): 29—59.
- Columba, F. (2009), “Narrow Money and Transaction Technology: New Disaggregated Evidence,” *Journal of Economics and Business* **61**: 312—325.
- Corbo, V. (1980), “Expectativas de Inflación y Demanda por Dinero en una Economía con una Tasa de Inflación Intermedia: Chile en los Sesenta,” *Cuadernos de Economía* **17**(51): 143—153.
- Croushore, D. y T. Stark (2003), “*Forecasting Coin Demand*,” Documento de Trabajo 02-15/R, Banco de la Reserva Federal de Filadelfia, EEUU.
- Cusbert, T. y T. Rohling (2013), “*Currency Demand During the Global Financial Crisis: Evidence from Australia*,” Research Discussion Paper 2013-01, Banco de la Reserva de Australia.

- De Gregorio, J. (2003a), “Mucho Dinero y Poca Inflación: Chile y la Evidencia Internacional,” *Cuadernos de Economía* **40**(121): 716—724.
- De Gregorio, J. (2003b), “Dinero e Inflación ¿En qué Estamos?” *Economía Chilena* **6**(1): 3—19.
- De Santis, R.A. (2015), “Quantity Theory is Alive: The Role of International Portfolio Shifts,” *Empirical Economics* **49**: 1401—1430.
- Deaver, J.V. (1961), *The Chilean Inflation and the Demand for Money*, Tesis Doctoral, Universidad de Chicago, EEUU.
- Dickey, D.A. y W.A. Fuller (1979), “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root,” *Journal of the American Statistical Association* **74**(366): 427—431.
- Diebold, F.X. y R.S. Mariano (1995), “Comparing Predictive Accuracy,” *Journal of Business and Economic Statistics* **13**(3): 253—263.
- Doyle, B.M. (2000), “’Here, Dollars, Dollars...’—Estimating Currency Demand and Worldwide Currency Substitution,” International Finance Discussion Paper 657, Junta de Gobernadores del Sistema de la Reserva Federal, EEUU.
- Duca, J.V. y D.D. VanHoose (2004), “Recent Developments in Understanding the Demand for Money,” *Journal of Economics and Business* **56**: 247—272.
- Dunbar, G.R. (2019), “Demographics and the Demand for Currency,” *Empirical Economics* **57**: 1375—1409.
- Elías, D. y M. Vicens (2012), “Pronóstico de la Demanda Diaria de Billetes y Monedas,” *Ensayos Económicos* **65/66**: 23—39.
- Elliot, G., T.J. Rothenberg, y J.H. Stock (1996), “Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root,” *Econometrica* **64**(4): 813—836.
- Fair, R.C. (1987), “International Evidence on the Demand for Money,” *Review of Economics and Statistics* **69**(3): 473—480.
- Fase, M.M.G. (1981), “Forecasting the Need for Coins: A Case Study for The Netherlands,” *Technological Forecasting and Social Change* **19**: 147—159.
- Fetter, F.W. (1931), *Monetary Inflation in Chile*, Princeton University Press, EEUU.
- Ferrada, C. y M. Tagle (2014), “Estimación Reciente de la Demanda de Dinero en Chile,” *Economía Chilena* **17**(3): 86—109.
- Figueroa, C. y M. Pedersen (2019), “A System for Forecasting Chilean Cash Demand—The Role of Forecast Combination,” *Economía Chilena* **22**(2): 40—68.
- Fischer, B., P. Köhler, F. Seitz (2004), “*The Demand for Euro Area Currencies: Past, Present, and Future*,” Documento de Trabajo 330, Banco Central Europeo.
- García, E. (1964), *Inflation in Chile. A Quantitative Analysis*, Tesis Doctoral, Massachusetts Institute of Technology, EEUU.

- García, P. y R. Valdés (2003a), “Dinero e Inflación en el Marco de Metas de Inflación,” *Economía Chilena* 6(1): 21—47.
- García, P. y R. Valdés (2003b), “Dinero y Conducción de la Política Monetaria con Metas de Inflación,” *Cuadernos de Economía* 40(121): 698—706.
- García, P. y R. Valdés (2003c), “*Monetarismo más Allá del M1A*,” Documento de Trabajo 262, Banco Central de Chile.
- Gert, J. y D.J. Wilson (2011), “*An Analytical Framework for the Forecasting and Risk Assessment of Demand for Fed Cash Services*,” nota técnica preparada por la *Long-term Strategic Planning Initiative* de la *Federal Reserve Cash Product Office*, Banco de la Reserva Federal de San Francisco, EEUU.
- Ghysels, E., D.R. Osborn, y P.M.M. Rodrigues (2006), *Forecasting Seasonal Time Series*, en G. Elliott, C.W.J. Granger, y A. Timmermann (Eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, Volume 1, Elsevier, Holanda.
- Goldfeld, S.M. y D.E. Sichel (1990), *The Demand for Money*, en B.M. Friedman y F.H. Hahn (Eds.), *Handbook of Monetary Economics*, Volume 1, Elsevier, Holanda.
- Grunwald, J. (1961), *The ‘Structuralist’ School on Price Stability and Development: The Chilean Case*, en A.O. Hirschman (Ed.), *Latin American Issues*, Twentieth Century Fund, Nueva York, EEUU.
- Güler, H. y A. Talash (2010), “Modelling the Daily Currency in Circulation in Turkey,” *Central Bank Review* 1: 29—46.
- Harberger, A.C. (1963), *Dynamics of Inflation in Chile*, en C.F. Christ (Ed.), *Measurement in Economics and Econometrics in Memory of Yehuda Grunfeld*, Stanford University Press, EEUU.
- Harvey, D., S. Leybourne, y P. Newbold (1997), “Testing the Equality of Prediction Mean Squared Errors,” *International Journal of Forecasting* 13: 281—291.
- Herrera, L.O. y R. Vergara (1992), “Estabilidad de la Demanda de Dinero, Cointegración, y Política Monetaria,” *Cuadernos de Economía* 29(86): 35—54.
- Hlaváček, M., J. Čada, y F. Hakl (2005), *The Application of Structured Feedforward Neural Networks to the Modelling of the Daily Series of Currency in Circulation*, en L. Wang, K. Chen, y Y.S. Ong (Eds.), *Advances in Natural Computation*, Springer-Verlag, Berlín, Alemania.
- Huynh, K.P., P. Schmidt-Dengler, y H. Stix (2014), “*The Role of Card Acceptance in the Transaction Demand for Money*,” Documento de Trabajo 196, Banco Nacional de Austria.
- Hynes, A. (1967), “The Demand for Money and Monetary Adjustments in Chile,” *Review of Economic Studies* 34(3): 285—293.
- Ikoku, A. (2014), “Modeling and Forecasting Currency in Circulation for Liquidity Management in Nigeria,” *CBN Journal of Applied Statistics* 5(1): 79—104.
- Johansen, S. (1988), “Statistical Analysis of Cointegration Vectors,” *Journal of Economic Dynamics and Control* 12: 231—254.

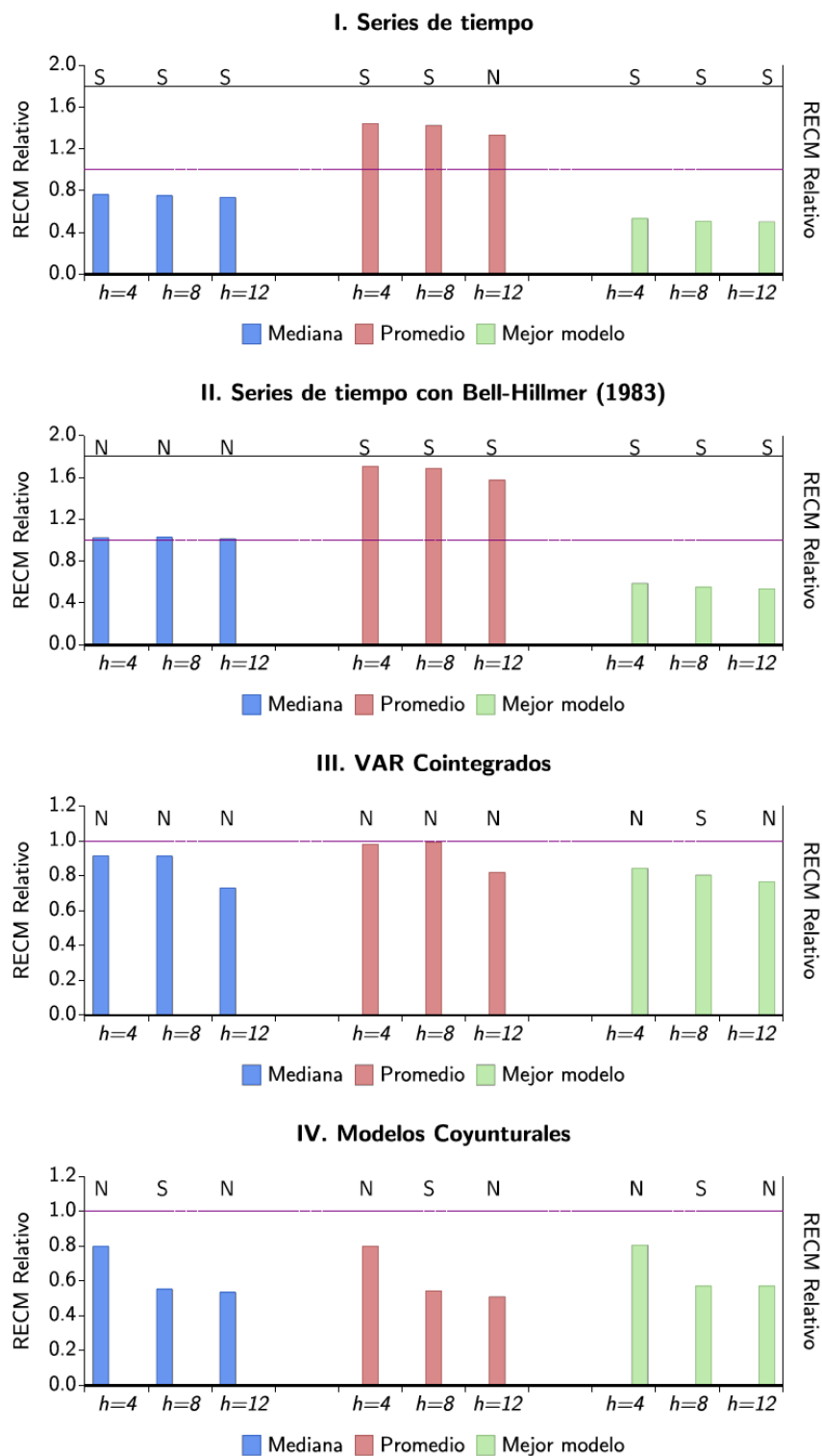
- Johansen, S. (1995), *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, second printing, Oxford University Press.
- Johnson, C. y F. Morandé (2002), “Subestimación de la Demanda por Dinero ¿Cambio Estructural? Un Ejercicio Exploratorio,” *Economía Chilena* 5(2): 57—63.
- Jung, A. (2017), “Forecasting Broad Money Velocity,” *North American Journal of Economics and Finance* 42: 421—432.
- Juselius, K. (2006), *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications*, Oxford University Press, Inglaterra.
- Kaldor, N. (1959), “Problemas Económicos de Chile,” *El Trimestre Económico* 26(2): 170—221.
- Khamis, M. y A.M. Leone (2001), “Can Currency Demand Be Stable Under a Financial Crisis? The Case of Mexico,” *IMF Staff Papers* 48(2): 344—366.
- Kippers, J., E. van Nierop, R. Paap, y P.H. Franses (2003), “An Empirical Study of Cash Payments,” *Statistica Neerlandica* 57(4): 484—508.
- Kohli, U. (1988), “A Note on Banknote Characteristics and the Demand for Currency by Denomination,” *Journal of Banking and Finance* 12: 389—399.
- Koziński, W. y T. Świst (2015), “Short-term Currency in Circulation Forecasting for Monetary Policy Purposes—The Case of Poland,” *Financial Internet Quarterly “e-Finanse”* 11(1): 65—75.
- Kulatunge, S. (2019), “Modelling and Forecasting Currency Demand in Sri Lanka—An Empirical Study,” *International Journal of Business and Social Science* 10(6): 62—73.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt, y Y. Shin (1992), “Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root,” *Journal of Econometrics* 54: 159—178.
- Lütkepohl, H., T. Teräsvirta, y J. Wolters (1999), “Investigating Stability and Linearity of a German M1 Money Demand Function,” *Journal of Applied Econometrics* 14: 511—525.
- MacKinnon, J.G. (1996), “Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests,” *Journal of Applied Econometrics* 11: 601—618.
- Mankiw, N.G. y L. Summers (1986), “Money Demand and the Effects of Fiscal Policies,” *Journal of Money, Credit, and Banking* 18(4): 415—429.
- Marcel, M. (2021), *Proyecto de Reforma Constitucional para Establecer un Tercer Retiro de Ahorros Previsionales*, presentación ante la Comisión de Constitución, Legislación, Justicia y Reglamento del Senado de la República de Chile, 19 de abril de 2021, Banco Central de Chile.
- Massoud, N. (2005), “How Should Central Banks Determine and Control Their Bank Note Inventory?” *Journal of Banking and Finance* 29: 3099—3119.
- Matte, R. y P. Rojas (1987), “Evolución Reciente del Mercado Financiero y una Estimación de la Demanda por Dinero en Chile,” Documento de Investigación 33, Banco Central de Chile.
- Mies, V. y R. Soto (2000), “Demanda por Dinero: Teoría, Evidencia, Resultados,” *Economía Chilena* 3(3): 5—32.

- Miller, C. (2017), *Addressing the Limitations of Forecasting Banknote Demand*, presentación en *International Cash Conference 2017*, Deutsche Bundesbank.
- Morandé, F. y C. Noton (2004), “La Conquista de la Inflación en Chile,” *Estudios Públicos* 95: 119—168.
- Nachane, D.M., A.B. Chkraborty, A.K. Mitra, y S. Bordoloi (2013), “*Modelling Currency Demand in India: An Empirical Study*,” Estudio 39, Banco de la Reserva de India.
- Newbold, P., C. Agiakloglou, y J. Miller (1994), “Adventures with ARIMA Software,” *International Journal of Forecasting* 10: 573—581.
- Newey, W.K. y K.D. West (1994), “Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation,” *Review of Economic Studies* 61: 631—653.
- Noriega, A.E., M. Ramos-Francia, y C.A. Rodríguez-Pérez (2015), “*Estimaciones de la Demanda de Dinero en México y de su Estabilidad 1986-2010, así como Algunos Ejemplos de sus Usos*,” Documento de Investigación 2015-13, Banco de México.
- Ossa, C. (1964), “La Política Monetaria y la Programación del Desarrollo Económico,” *Cuadernos de Economía* 1(3): 7—62.
- Pedersen, M. (2010), “*Una Nota Introductoria a la Encuesta de Expectativas Económicas*,” Estudio Económico Estadístico 82, Banco Central de Chile.
- Perron, P. (1989), “The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis,” *Econometrica* 57(6): 1361—1401.
- Phillips, P.C.B. y P. Perron (1988), “Testing for a Unit Root in Time Series Regression,” *Biometrika* 75(2): 335—346.
- Reichmann, T. (1965), “*La Demanda de Dinero—Un Intento de Cuantificación*,” Instituto de Economía, Universidad de Chile.
- Restrepo, J. (2002), “Demanda por Dinero para Transacciones,” *Economía Chilena* 5(3): 95—104.
- Saatçioğlu, C., y L. Korap (2007), “Turkish Money Demand, Revisited: Some Implications for Inflation and Currency Substitution Under Structural Breaks,” *Boğaziçi Journal* 21(1—2): 107—124.
- Sastry, A.S.R. (1970), “The Effects of Credit on Transactions Demand for Cash,” *Journal of Finance* 25: 777—782.
- Scadding, J.L. (1977), “An Annual Money Demand and Supply Model for the US: 1924-1940, 1949-1966,” *Journal of Monetary Economics* 3: 41—58.
- Smith, J. y K.F. Wallis (2009), “A Simple Explanation of the Forecast Combination Puzzle,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 71(3): 331—355.
- Stock, J.H. y M.W. Watson (2004), “Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-country Data Set,” *Journal of Forecasting* 23: 405—430.

- Sunkel, O. (1958), “La Inflación Chilena: Un Enfoque Heterodoxo,” *El Trimestre Económico* 25(4): 570—599.
- Tobin, J. (1956), “The Interest-elasticity of Transactions Demand for Cash,” *Review of Economics and Statistics* 38(3): 241—247.
- Vale, B. (2015), “*Forecasting Demand for Various Denominations of Notes and Coins using Error Correction Models*,” Staff Memo 1, Norges Bank.
- Vergara, R. (2003), “El Dinero como Indicador de Política Monetaria,” *Cuadernos de Economía* 40(121): 707—715.
- Zahler, R. y E. Budinich (1976), “Financiamiento Gubernamental, Emisión, e Impuesto Inflación,” *Estudios de Economía* 3(2): 91—153.

Anexo A. Resultados predictivos por familia para monedas

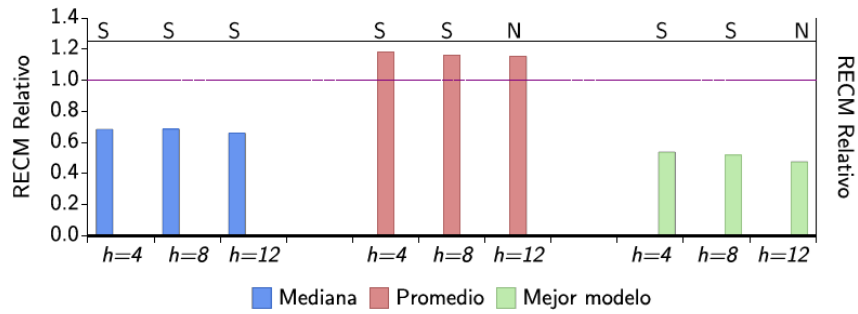
Figura A1. Resultados predictivos para la moneda de \$10 (*)
(RECM Relativo)



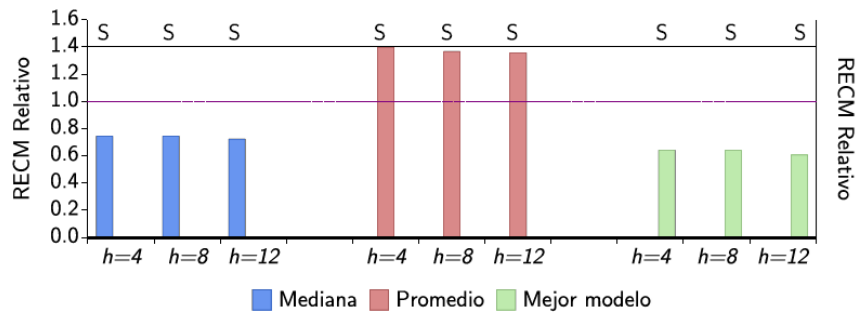
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura A2. Resultados predictivos para la moneda de \$50 (*)
(RECM Relativo)

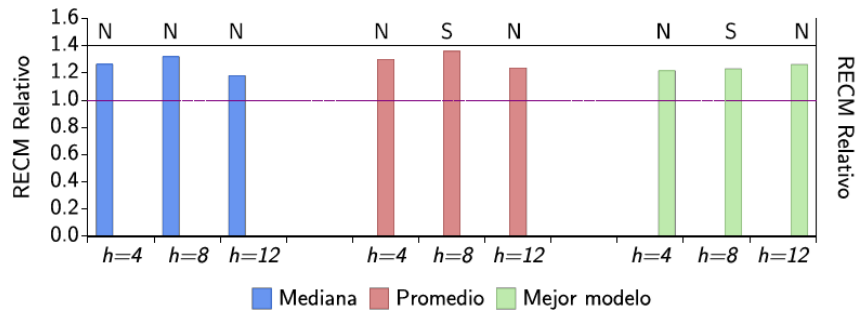
I. Series de tiempo



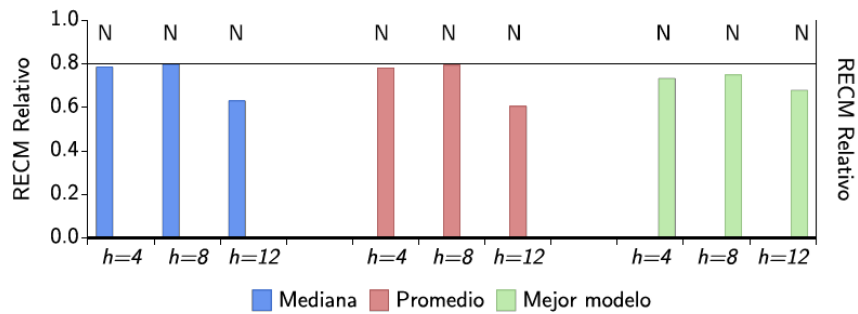
II. Series de tiempo con Bell-Hillmer (1983)



III. VAR Cointegrados

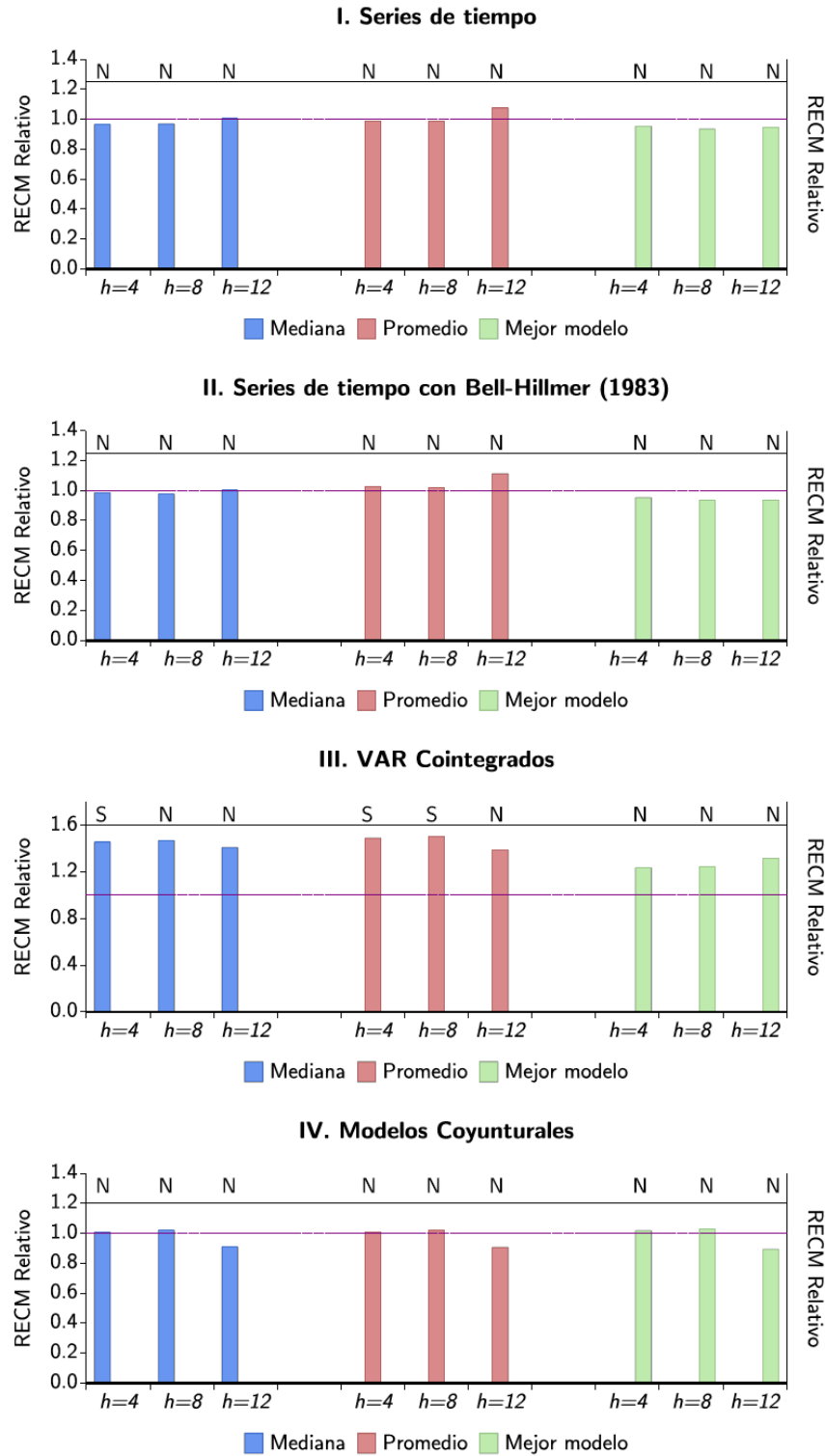


IV. Modelos Coyunturales



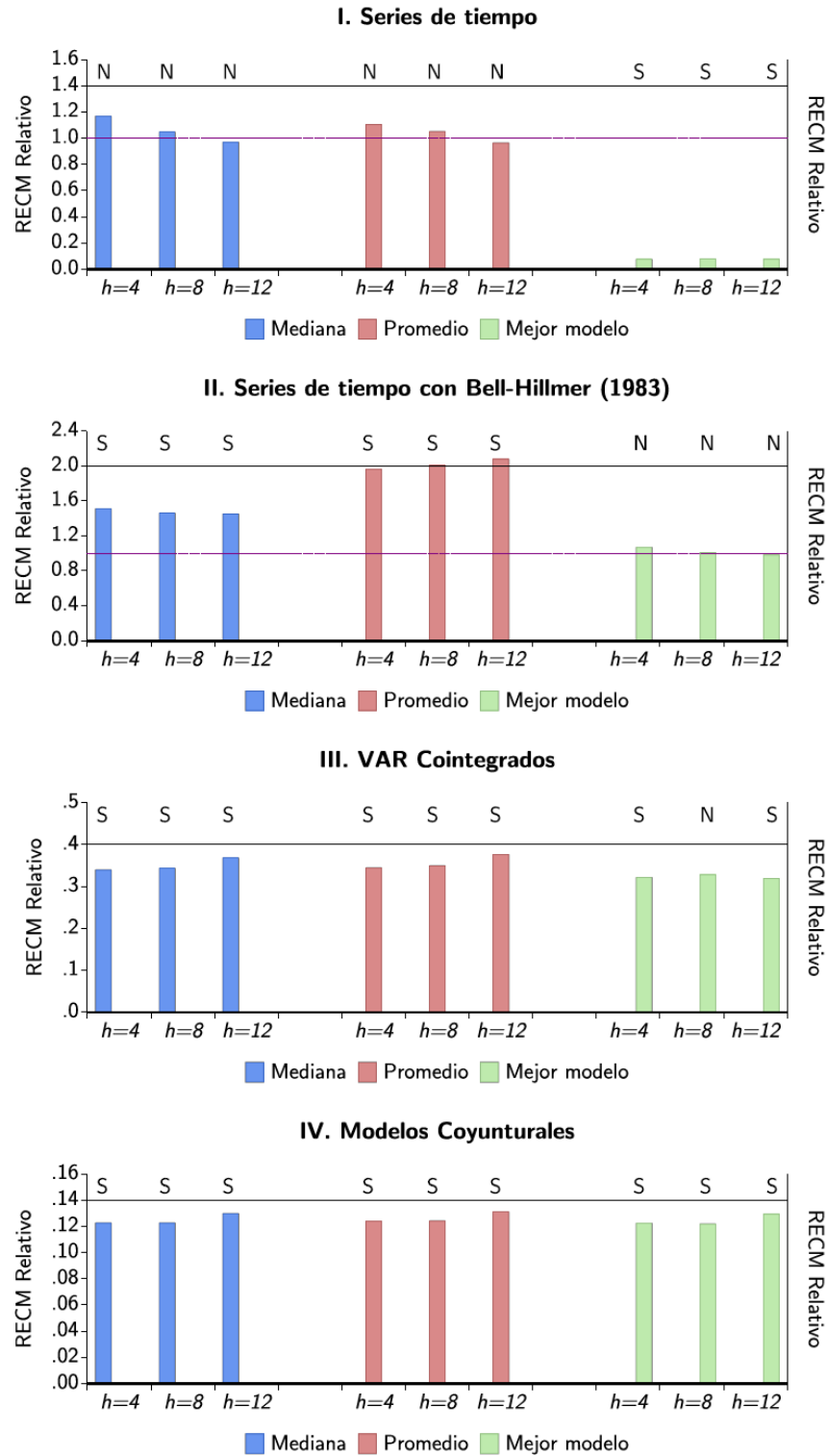
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura A3. Resultados predictivos para la moneda de \$100 (*)
(RECM Relativo)



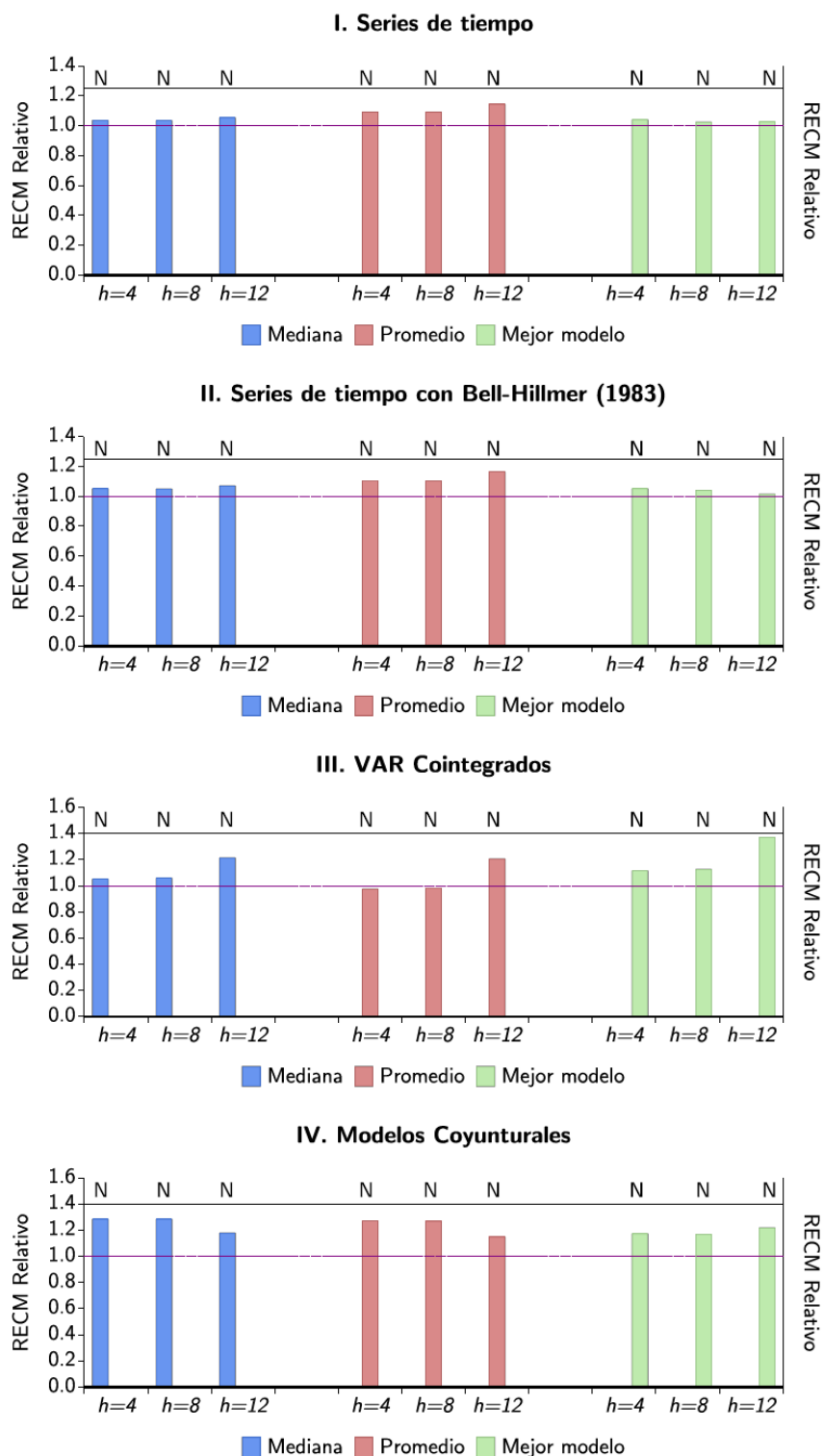
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura A4. Resultados predictivos para la moneda de \$500 (*)
(RECM Relativo)



Anexo B. Resultados predictivos por familia para billetes

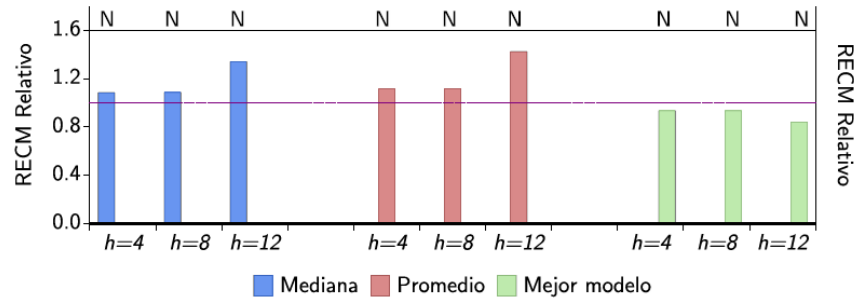
Figura B1. Resultados predictivos para el billete de \$1.000 (*)
(RECM Relativo)



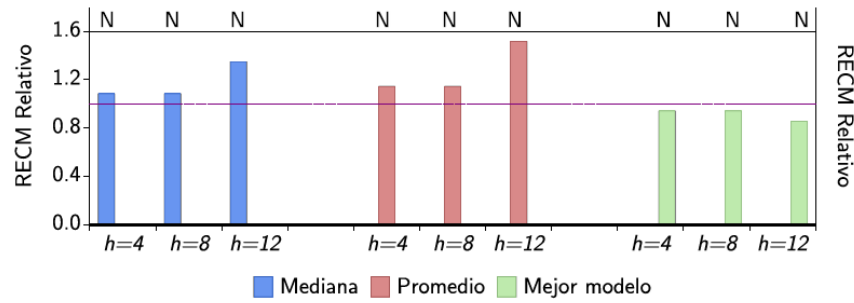
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura B2. Resultados predictivos para el billete de \$2.000 (*)
(RECM Relativo)

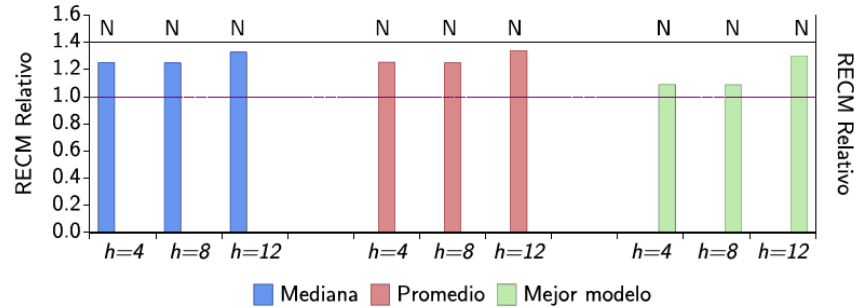
I. Series de tiempo



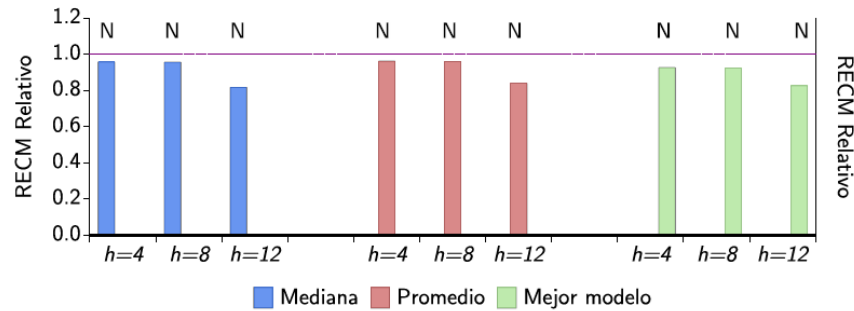
II. Series de tiempo con Bell-Hillmer (1983)



III. VAR Cointegrados



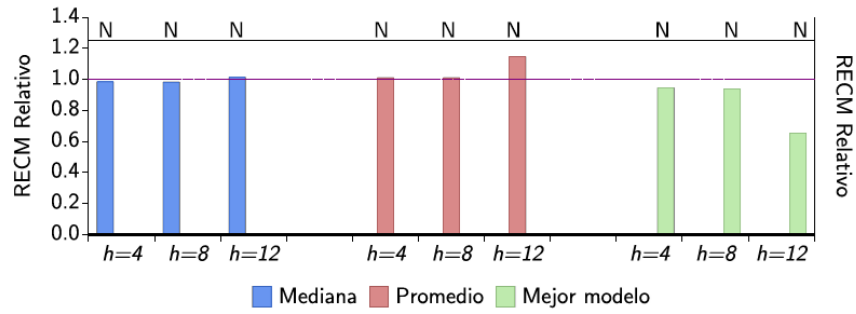
IV. Modelos Coyunturales



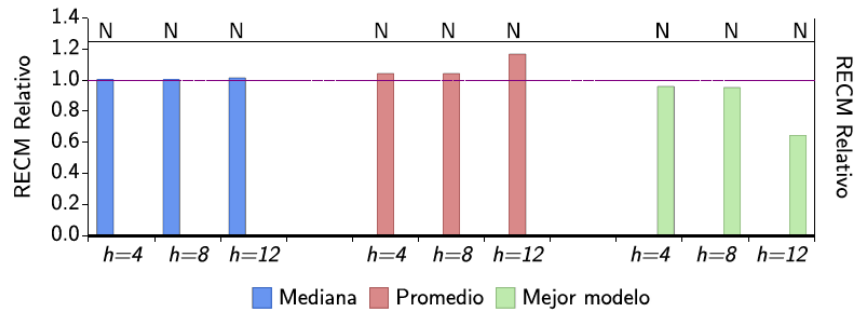
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura B3. Resultados predictivos para el billete de \$5.000 (*)
(RECM Relativo)

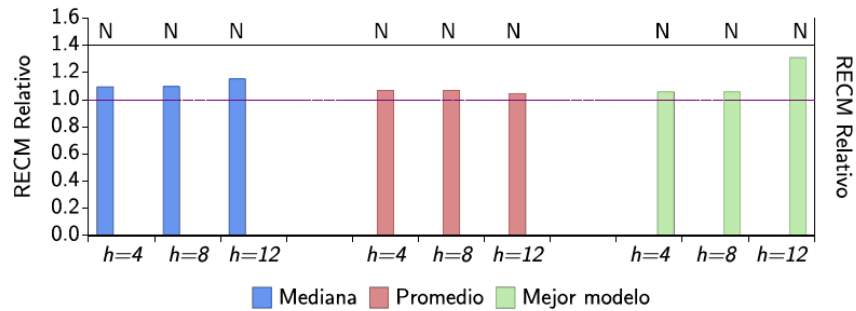
I. Series de tiempo



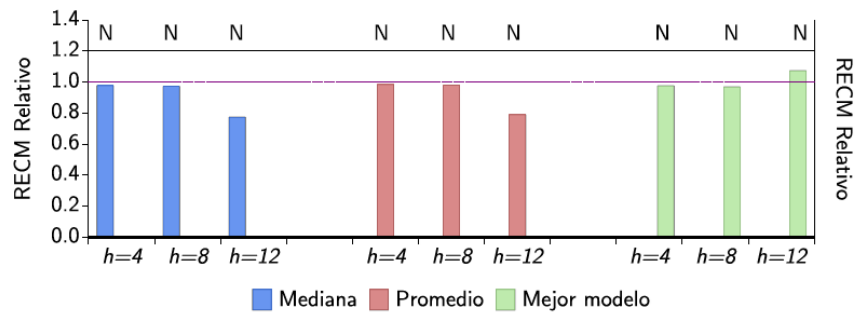
II. Series de tiempo con Bell-Hillmer (1983)



III. VAR Cointegrados

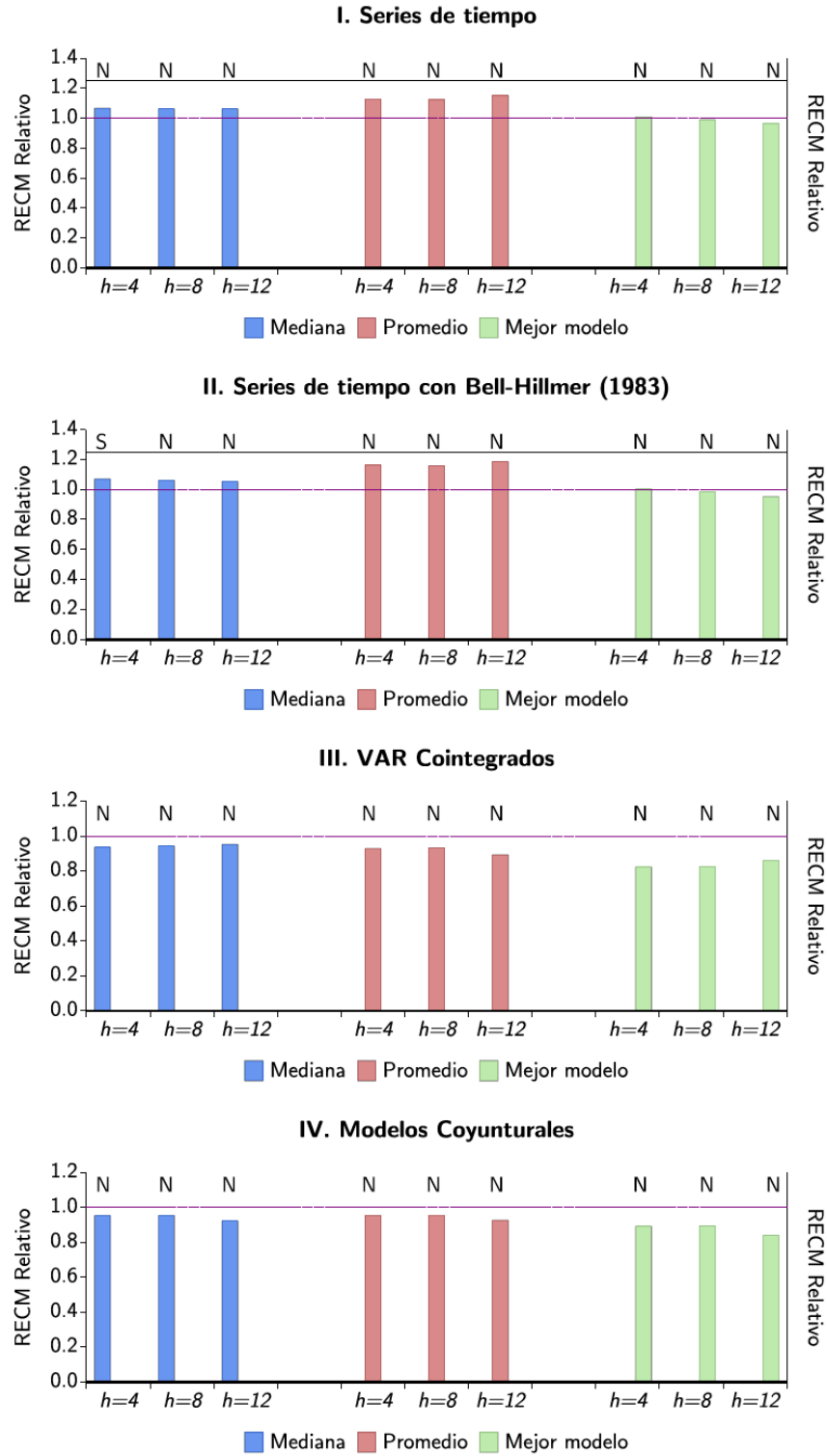


IV. Modelos Coyunturales



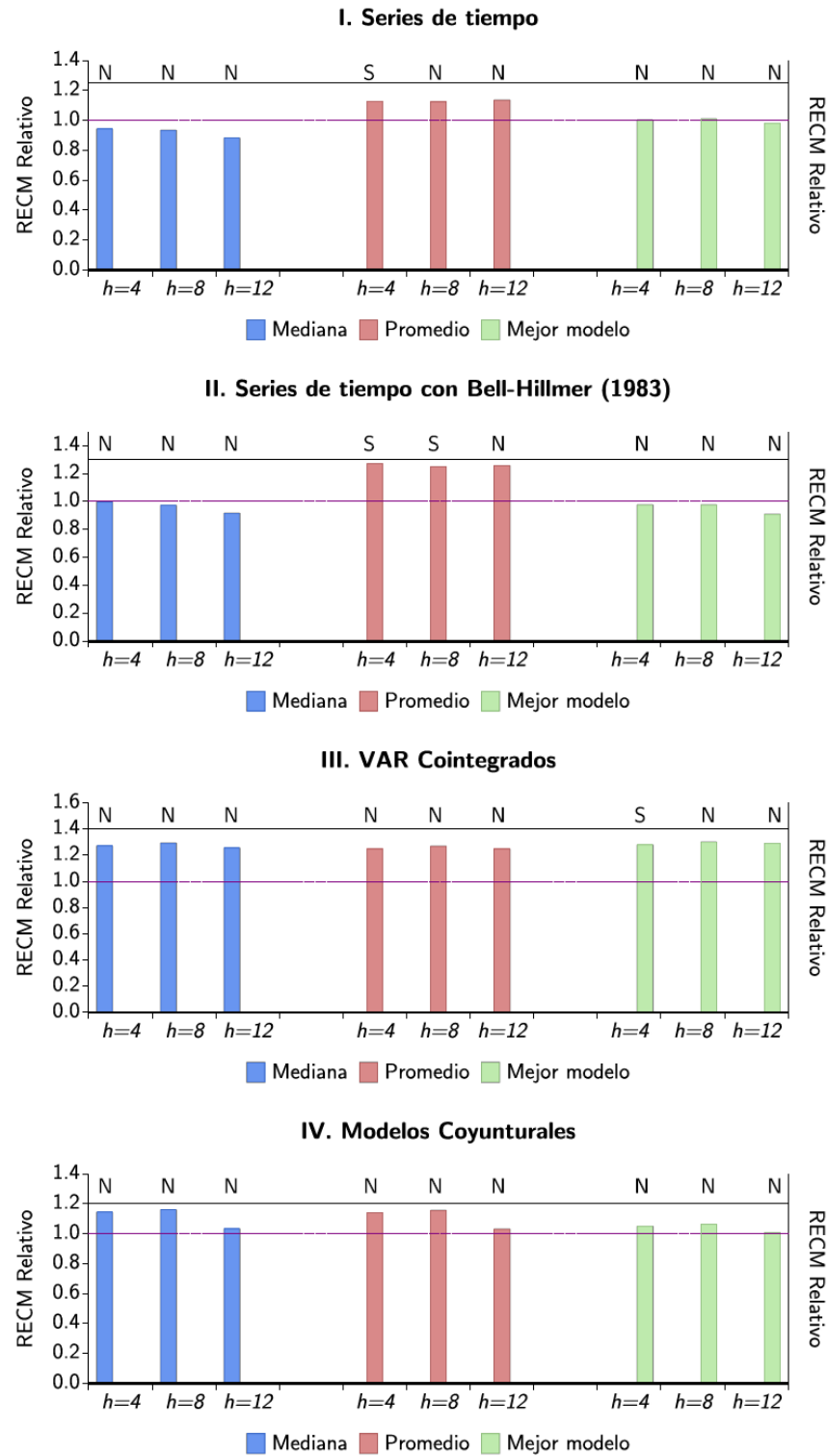
(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura B4. Resultados predictivos para el billete de \$10.000 (*)
(RECM Relativo)



(*) Ver notas a la Figura 8. Fuente: Elaboración de los autores.

Figura B5. Resultados predictivos para el billete de \$20.000 (*)
(RECM Relativo)



Documentos de Trabajo Banco Central de Chile	Working Papers Central Bank of Chile
NÚMEROS ANTERIORES	PAST ISSUES
La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc .	Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper .
Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de Ch\$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: +56 2 26702231 o a través del correo electrónico: bcch@bcentral.cl .	Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for order inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: +56 2 26702231 or by email: bcch@bcentral.cl .

DTBC – 1077

Un sistema de proyección de demanda por efectivo en Chile: Actualización y propuesta

Nicolás Leiva, Carlos A. Medel

DTBC – 1076

Inflation Heterogeneity and Differential Effects of Monetary and Oil Price Shocks

Felipe Martínez

DTBC – 1075

Consumption Insurance over the Life Cycle

Enzo Cerletti, Tomás Cortés

DTBC – 1074

Precios de viviendas en Chile: Herramientas para Evaluar Desalineamientos y sus Efectos sobre la Banca

Serio Díaz V., Mauricio Salas G., Francisco Vásquez L.

DTBC – 1073

The Life Experience of Central Bankers and Monetary Policy Decisions: A Cross-country Dataset

Carlos Madeira

DTBC – 1072

Coordinating in the Haircut. A Model of Sovereign Debt Restructuring in Secondary Markets

Adriana Cobas

DTBC – 1071

Liquidity Stress Tests for Fixed-Income Mutual Fund: an application for Chile

Tamara Gallardo, Fernando Martínez, Matías Muñoz, Félix Villatoro.

DTBC – 1070

Climate Transition Risks in Chile's Banking Industry: A Loan-Level Stress Test

Felipe Córdova, Francisco Pinto, Mauricio Salas

DTBC – 1069

How accurately do consumers report their debts in household surveys?

Carlos Madeira

DTBC – 1068

Riesgo de Crédito Gestionado por Medio de un Modelo de Espacio-Estado Aplicado a un Portafolio Soberano

Pablo Tapia, Diego Vargas

DTBC – 1067

Macroeconomic Effects of Carbon-intensive Energy Price Changes: A Model

Comparison Matthias Burgert, Matthieu Darracq Pariès, Luigi Durand, Mario González, Romanos Priftis, Oke Röhe, Matthias Rottner, Edgar Silgado-Gómez, Nikolai Stähler, Janos Varga

DTBC - 1066

Bank Branches and the Allocation of Capital across Cities

Olivia Bordeu, Gustavo González, Marcos Sorá

DTBC – 1065

Effects of Tariffs on Chilean Exports

Lucas Bertinatto, Lissette Briones, Jorge Fornero

DTBC – 1064

Does Participation in Business Associations Affect Innovation?

Felipe Aguilar, Roberto Álvarez

DTBC – 1063

Characterizing Income Risk in Chile and the Role of Labor Market Flows

Mario Giarda, Ignacio Rojas, Sergio Salgado

DTBC – 1062

Natural Disasters and Slow Recoveries: New Evidence from Chile

Lissette Briones, Matías Solorza

DTBC – 1061

Strategic or Scarred? Disparities in College Enrollment and Dropout Response to Macroeconomic Conditions

Nadim Elayan-Balagué

