

DOCUMENTOS DE TRABAJO

Proyecciones de corto plazo para el PIB
trimestral: Desempeño reciente de una
serie de modelos estándar

Marcus Cobb
Jennifer Peña

N° 871 Abril 2020
BANCO CENTRAL DE CHILE





BANCO CENTRAL DE CHILE

CENTRAL BANK OF CHILE

La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate temas relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analyses. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile
Working Papers of the Central Bank of Chile
Agustinas 1180, Santiago, Chile
Teléfono: (56-2) 3882475; Fax: (56-2) 3882231

Proyecciones de corto plazo para el PIB trimestral: Desempeño reciente de una serie de modelos estándar

Marcus Cobb
Central Bank of Chile

Jennifer Peña
Central Bank of Chile

Abstract

This paper evaluates the performance of a suite of traditional models used to forecast short-term quarterly GDP, going from SARIMA, BVAR, dynamic factors, Bridge models to MIDAS. In total, 155 specifications are considered, and the accuracy of the forecasts is evaluated by means of a rolling out-of-sample prediction exercise for a four-quarter horizon. The main results suggest that forecasts improve as information from the current quarter is incorporated. Also that IMACEC is particularly useful given that it allows expressing GDP in monthly frequency. And finally, that relative performance of models can change abruptly with economic conditions, meaning that combinations of models tend to outperform most of the individual models, which is consistent with the literature.

Resumen

Este trabajo evalúa el desempeño de un conjunto de modelos tradicionales empleados para pronosticar el PIB trimestral de corto plazo, pasando desde los SARIMA, BVAR, factores dinámicos, modelos Bridge hasta los MIDAS. En total se consideran 155 especificaciones y se evalúa la precisión del pronóstico considerando proyecciones móviles fuera de muestra en un horizonte de cuatro trimestres. Los principales resultados sugieren que las proyecciones generadas al considerar todo el período de proyección mejoran en la medida que se incorpora información del trimestre en curso. Así también, que el IMACEC es particularmente útil debido a que permite proyectar el PIB con modelos expresados en frecuencia mensual. Finalmente, que el desempeño relativo de los modelos puede cambiar abruptamente con las condiciones económicas por lo que la combinación de modelos conduce a menores errores de proyección respecto de los modelos individuales, lo que es coherente con la literatura.

1. Introducción

Para la conducción de la política monetaria es fundamental contar tanto con una evaluación exhaustiva del estado actual de la economía como de una buena idea de su evolución esperada. El proceso de generar estas visiones, sin embargo, está lejos de ser trivial pues involucra sopesar grandes volúmenes de información de distintas fuentes y ámbitos. A esta dificultad, se suma el hecho que usualmente no se cuenta con toda la información relevante de manera contemporánea. Típicamente se dispone rápidamente de indicadores puntuales de cobertura relativamente limitada y a medida que pasa el tiempo aparecen los indicadores de cobertura más amplia.

En lo que respecta a la evaluación de la situación macroeconómica, probablemente la medida que genera mayor interés es el PIB. Debido a su amplio contenido informativo, a pesar de que generalmente se compila en frecuencia trimestral, el PIB se publica por primera vez con un rezago importante y es revisado en publicaciones posteriores, a veces de forma considerable, a medida que más información es incorporada a la medición. Dada esta particularidad, se ha desarrollado una literatura dedicada a su proyección que ha tendido a hacer una distinción entre la estimación pasada y contemporánea, proceso comúnmente denominado como *nowcasting*, y la proyección de su comportamiento futuro. La razón para esta separación radica en que ambos problemas son levemente distintos. En el primero el valor de la variable que se desea estimar ya se materializó, pero es desconocido. Dada esta situación existen indicadores que no necesariamente anticipan el PIB de periodos posteriores, pero que son informativos respecto de su evolución reciente y están disponibles mucho antes. Ejemplos de estos indicadores son los datos de producción industrial, empleo y financieros, entre otros. El desafío para la persona que realiza el análisis radica en descubrir cuáles de las variables disponibles es importante mirar y cómo incorporar esa información. El problema de proyectar el comportamiento del PIB en el futuro, por otro lado, corresponde al desafío tradicional de proyección que consiste en predecir un evento que aún no ocurre.

En este contexto, se han desarrollado métodos que intentan explotar la información disponible de la forma más eficiente posible para poder monitorear el estado actual de la economía. En la medida que estos se han ido popularizando, algunos se han transformado en herramientas estándar para la proyección. Este es el caso de los modelos de factores dinámicos y los de ecuaciones puente que se vienen utilizando hace más de una década. Más recientemente los VAR Bayesianos y modelos MIDAS también han ganado popularidad. Como el desempeño de cualquier modelo está determinado fundamentalmente por las variables de interés y el conjunto de información del que se dispone, hay consenso en que no hay alguno en particular que sea superior a los demás en cualquier circunstancia. En este sentido, la evaluación de modelos de proyección es un proceso habitual entre las personas dedicadas a la predicción de variables económicas.

El ejercicio que se presenta en este documento se enmarca dentro de este contexto. En particular presenta la evaluación en términos de precisión de proyección de una serie de modelos que ya son considerados como relativamente estándar en la literatura de proyecciones y que han sido adoptados dentro del conjunto de modelos que el Banco Central de Chile utiliza dentro del proceso de generación de proyecciones. Los aspectos que se examinan en el ejercicio son varios. Primero, se evalúa el desempeño relativo global de cada uno de los modelos. Segundo, se examina la persistencia en el tiempo del desempeño de cada uno de ellos. Tercero, se investiga la contribución a la precisión de las proyecciones de incluir un mes más de información mensual. Cuarto, se evalúa si la implementación de modelos en frecuencia mensual, usando el indicador mensual de actividad económica IMACEC para aproximar al PIB, muestra una mejora sobre modelos equivalentes expresados en frecuencia trimestral. Finalmente, se examina cómo se comportan las combinaciones de proyecciones respecto de los modelos individuales en términos de precisión global y persistencia de desempeño.

El ejercicio utiliza una muestra que va desde 2004 a 2018 y consiste en una evaluación de proyecciones fuera de muestra en tiempo real para los últimos 5 años. Siguiendo las mejores prácticas establecidas en la literatura de evaluación de proyecciones, este ejercicio toma en consideración la estructura de rezagos de publicación y las revisiones de los datos utilizados. Como lo enfatizan múltiples estudios, la evaluación de proyecciones debe replicar las circunstancias que habrían imperado en el momento en que las proyecciones pasadas se hubieran hecho. Puesto de otra forma, la proyección en cada momento del tiempo no debería incorporar información que no estaba disponible en ese entonces. Esto, por un lado, significa que es necesario replicar el rezago de publicación para cada una de las variables que se ocupan para la generación de una predicción. Por otro lado, es necesario ocupar las cifras publicadas en ese entonces y no las versiones revisadas (Stark y Croushore, 2002). En el caso particular del PIB, debido a que se revisa incluso varios años después de su primera publicación, también es necesario establecer en qué versión del indicador se está interesado. Algunos autores argumentan que el objeto de interés por lo general debería ser la versión final debido a que es la mejor estimación disponible del real estado de la economía (Bouwman y Jacobs, 2011). Sin embargo, esta es conocida años más tarde por lo que difícilmente puede jugar un rol en la coyuntura económica. Es por esto que el análisis presentado aquí se limita a la primera publicación del PIB, que es a la que reaccionan los mercados y en base a la cual se toman decisiones de política.

Si bien cada modelo es funcional en determinados horizontes y dependiendo de las variables que se deseen considerar, los principales resultados se resumen en cuatro puntos. El primero es que la incorporación de información mensual contribuye a mejorar las proyecciones de PIB. Esto se aprecia en dos dimensiones. Por una parte, se observa que la incorporación de un mes adicional de información tendió a mejorar el desempeño de la mayoría de los modelos, tanto los formulados en frecuencia mensual como los trimestrales. Por otra parte, los modelos expresados en frecuencia mensual que utilizan el IMACEC como aproximación del PIB por lo general exhibieron el mejor desempeño para los horizontes de proyección más cercanos. El segundo resultado se relaciona con que las fortalezas relativas de los distintos modelos cambian dependiendo del horizonte de proyección. Como se mencionó anteriormente, los modelos en frecuencia mensual sobresalen en las proyecciones a uno y dos trimestres mientras que los modelos MIDAS predominan en los plazos más largos. El tercer resultado es que se aprecian abruptos cambios en el desempeño absoluto y relativo de los modelos a lo largo del periodo de evaluación. Como es de esperarse, los cambios en las condiciones económicas afectan a algunos modelos en mayor magnitud que a otros y, por lo tanto, el desempeño pasado puede ser una mala guía del desempeño futuro de un modelo particular. En este contexto, y como cuarto y último resultado, se encuentra que la combinación de proyecciones se muestra competitiva en comparación a los modelos individuales.

Este documento presenta una evaluación de un conjunto de modelos utilizados en el Banco. Cabe mencionar, que la elección de éstos y sus especificaciones particulares no proviene de una selección sistemática a partir de un conjunto más amplio, sino que refleja el resultado de un proceso continuo de adopción de modelos desarrollados con el fin de responder a inquietudes específicas en algún momento del tiempo. Es por esto que es importante hacer explícito que este documento no sugiere que estas implementaciones son necesariamente mejores que otras que no se presentan. Por el contrario, solo pretende contribuir al ejercicio continuo que debiera caracterizar al proceso de generación de proyecciones en lo que se refiere a la evaluación frecuente de los modelos en uso y de la pertinencia de incorporar nuevos enfoques.

El resto del documento se estructura de la siguiente forma. La sección 2 detalla las particularidades del proceso de publicación del PIB y otras variables. La sección 3 presenta el ejercicio empírico y sus resultados. La sección 4 resume las principales conclusiones del estudio.

2. Revisión de datos y los rezagos de publicación

Analistas macroeconómicos que realizan proyecciones se enfrentan a dos desafíos principales relacionados a los datos en tiempo real: el problema de los rezagos de publicación, usualmente denominado en la literatura como *ragged edge*, y las revisiones de datos. El problema de los rezagos de publicación hace referencia al hecho que, al momento de hacer una proyección, algunas de las variables requeridas están disponibles contemporáneamente mientras que otras lo están sólo hasta el periodo previo o incluso antes. Las diferencias en los rezagos de publicación entre las variables resultan en una muestra de datos incompleta para los periodos más recientes. Esto es un problema porque los procedimientos de proyecciones usualmente requieren que todos los datos lleguen hasta el último periodo y se hace necesario, por lo tanto, abordar de alguna forma el problema del *ragged edge* antes de proceder con la proyección como tal. El problema de la revisión de datos se relaciona con que los datos con los que se cuenta en el momento de hacer la proyección no son los definitivos. Como se mencionó anteriormente, la primera publicación del PIB es una estimación basada en información limitada, la que se revisa subsecuentemente a medida que más información se vuelve disponible en el tiempo y, eventualmente, se obtiene el resultado final. Sin embargo, el PIB no es el único indicador que experimenta revisiones. Indicadores de mayor frecuencia que pueden ser utilizados como variables explicativas también lo hacen. Esto es un problema por múltiples razones. Por un lado, si el objeto de interés es el dato final de PIB, no es posible establecer el desempeño relativo de los modelos que se están utilizando dentro de un plazo que permita que el ejercicio sea relevante. En este contexto, ignorar el problema puede conducir a conclusiones equivocadas (Stark y Croushore, 2002). Lo mismo puede ocurrir respecto del poder predictivo que se le atribuye a una variable exógena que sufre de revisiones. Puede que las versiones finales de ciertos indicadores exhiban un mayor contenido informacional que las primeras estimaciones y, por lo tanto, que su contribución sea sobreestimada si es que no se toma en cuenta este hecho.

La forma de abordar ambos problemas depende del objetivo del estudio en cuestión. Como este estudio es un ejercicio de proyección en tiempo real, el tema de las revisiones solo se toma en consideración con el objetivo de replicar lo más fehacientemente posible las circunstancias que se habrían enfrentado si las proyecciones del ejercicio efectivamente se hubieran hecho en el periodo en cuestión. El problema de los rezagos de publicación se aborda de distintas formas dependiendo del modelo y se detalla, por lo tanto, en la sección en la que se presentan cada uno de ellos.

En lo que se refiere a los rezagos de publicación y revisiones cabe hacer una distinción entre los fenómenos que afectan a las variables explicativas y las que afectan al PIB debido a que los plazos que afectan a este último son considerablemente mayores. Al menos en el caso de este estudio, las variables explicativas de alta frecuencia pueden clasificarse en dos grupos: las que están disponibles pocos días después de terminado el mes y las que están disponibles aproximadamente un mes después. No se utilizan variables con mayor rezago de publicación, pues exacerbaría el problema del *ragged edge*. En el primer grupo se encuentran variables financieras, de expectativas y de precios, que, por lo general, no exhiben revisiones. El segundo grupo está compuesto principalmente de variables de actividad y empleo. Las variables de actividad típicamente exhiben revisiones en los meses posteriores a su primera publicación.

El PIB por otra parte, es publicado y revisado de acuerdo a un calendario establecido por la agencia que lo publica. En Chile, esta institución es el Banco Central. Las primeras estimaciones se publican con 45 días de rezago en el caso de los trimestres I, II y III y con 60 días en el caso del IV trimestre que contempla la primera publicación con información anual. Con cada publicación se revisan los trimestres del año en curso, pero una vez cerrado el año, este permanece inalterado hasta la siguiente revisión anual. Desde la perspectiva del análisis de coyuntura, probablemente el hito más relevante es la publicación de la primera estimación. Esto, debido a que la cobertura del PIB trimestral es muy superior a la de los indicadores sectoriales y, por lo tanto, es un indicador que los agentes del mercado miran con detención para tomar sus decisiones. Si bien el PIB puede experimentar revisiones significativas en años posteriores, estas son de menor relevancia para el

análisis coyuntural y es por esto que el interés de este estudio radica en la proyección de la primera publicación.

3. Ejercicio empírico

3.1 Esquema empírico

El ejercicio empírico pretende evaluar distintos métodos de proyección para el PIB replicando las condiciones que se enfrentarían en la práctica. Como se mencionó anteriormente, si bien el PIB posee frecuencia trimestral, existen indicadores mensuales que pueden contribuir a su proyección. Es por esto, que el ejercicio de proyección de este estudio se plantea como uno de frecuencia mensual. Dada la frecuencia trimestral de las variables de interés, para cada periodo trimestral se generan tres conjuntos de proyecciones (T_0 , T_1 , T_2). El primero, T_0 , corresponde al que se genera inmediatamente después de que se conoce el dato más reciente de PIB. El segundo, T_1 , corresponde a las proyecciones que se generan incorporando la información mensual disponible un mes después y el tercero (T_2) corresponde al análogo dos meses después de la publicación del dato más reciente de PIB. Para cada una de estas tres situaciones se realiza una proyección de cuatro trimestres.

En lo que respecta a la información mensual disponible al momento de hacer la proyección, se asume que es equivalente durante todo el periodo de evaluación. Esto es, se mantiene inalterado el patrón de rezago de publicación de información mensual mes a mes. En la realidad no es inocuo el día en particular que se elige hacer la proyección, pues los distintos indicadores mensuales se conocen en distintos momentos del mes y los mismos indicadores pueden publicarse en días distintos de un mes a otro. El día uno del mes habrá menos información disponible que el día 25 por ejemplo. Para fines de esta evaluación, el supuesto de rezago de publicación refleja las condiciones que se enfrentarían si es que las proyecciones se generaran consistentemente a mediados de mes.

Con esto, el procedimiento de proyección se desarrolla de la siguiente forma:

1. Se establece la base de datos que habría estado disponible en la fecha de proyección reflejando el patrón de rezago de publicación.
2. Se desestacionalizan las series que lo ameritan.
3. Se estiman los modelos y rescatan las proyecciones.
4. Se repite el proceso para el mes siguiente.
5. Se continúa hasta que se completa el periodo de evaluación.

3.2 Datos

El ejercicio consiste en evaluar las proyecciones para el PIB considerando información trimestral para el periodo 2004 a 2018 donde se utilizan los primeros 10 años para estimar los modelos y los 5 años restantes para evaluar las proyecciones fuera de muestra. La elección de este periodo relativamente corto se fundamenta en ciertas consideraciones prácticas. Primero, el foco de este estudio se relaciona con tener una evaluación del desempeño en lo más reciente y, en este contexto, la literatura de proyecciones enfatiza que la capacidad predictiva de los modelos puede cambiar abruptamente (Aiolfi y Timmermann, 2006; Hubrich y Skudelny, 2017). Segundo, y relacionado con lo anterior, la construcción del PIB ha experimentado cambios metodológicos importantes en las últimas décadas. En lo particular, en 2012 se cambió la metodología de cálculo de una de base fija a una de encadenamiento (Guerrero *et. al.*, 2012). En su oportunidad y respondiendo a las implicancias del cambio, se hizo el esfuerzo de proveer series históricas consistentes con la nueva metodología (Cobb *et. al.*, 2013). Éste, sin embargo, sólo involucró generar un conjunto de series para las versiones finales. En este contexto, no es obvio como se replicaría artificialmente lo que habría sido la primera publicación del PIB si se incluyera el periodo que abarca la reconstrucción de las series dentro de la evaluación. En tercer lugar, como se mencionó anteriormente, un ejercicio de proyección fuera de muestra

en tiempo real también requiere disponer de las distintas publicaciones de las variables explicativas y el fenómeno de guardar ordenadamente bases de cada publicación de datos es relativamente nuevo. En este contexto, para construir retroactivamente una base en tiempo real apropiada es necesario recurrir a boletines estadísticos ya sea físicos o electrónicos que por lo general tienen una estructura de documento y por lo tanto están limitados en la cantidad de información que contienen. En la medida que la información de interés es más granular y antigua, se vuelve más difícil de encontrar. Para el periodo de estudio este último punto no fue un problema pues la información con que no se contaba internamente estaba disponible en el Boletín Estadístico que publica el Banco Central de Chile.

A pesar de lo relativamente corto de la muestra, el periodo bajo estudio exhibe características variadas que tenderían a exigir a los distintos modelos. En términos generales, en los primeros 10 años del análisis la economía chilena creció en promedio poco más del 4% anual. En este período la actividad se vio influenciada por dos hechos relevantes, en primer lugar, a nivel externo por la crisis financiera internacional de 2008 y 2009; y en segundo lugar a nivel local por el terremoto de febrero de 2010. Estos hechos tienen un impacto importante en los modelos, de hecho, en la literatura se ha observado como la influencia de la recesión experimentada entre 2008 y 2009 coincide con una disminución en la capacidad predictiva del PIB antes y durante la crisis, tal como señalan, Drechsel and Scheufele (2012) y Kuzin, Marcellino, y Schumacher (2013), Foroni y Marcellino (2014) y Foroni et al. (2015). El periodo de evaluación comienza en 2014 excluyendo ambos eventos por lo que, si bien están considerados en la estimación de cada uno de los modelos, las métricas de precisión de las predicciones no están influidas por ellos. Este presenta un lapso de casi tres años donde el crecimiento se mantuvo en torno a 2%, luego de lo cual se ralentizó anotando una contracción en el primer trimestre de 2017. Este evento, sin embargo, fue de corta duración pues en el tercer trimestre de 2017 la economía ya había retomado el dinamismo previo, lo que redundó en tasas de expansión anuales en torno a 5% el primer semestre de 2018.

Gráfico 1. Var a/a PIB total (%)



Fuente: Banco Central de Chile

En lo que respecta a las variables explicativas, el detalle de las que se utilizan, el patrón de rezago de publicación y revisiones se presentan en el anexo 6. Es importante destacar que de ser necesario empalmar series, se hace hacia atrás utilizando las variaciones anuales con el fin de no introducir ruido innecesario producto de diferencias estacionales de las distintas bases de referencia. La gran mayoría de los modelos presentados se estiman utilizando series desestacionalizadas. Esto se debe a que muchas series presentan patrones intra-anales y efectos producto de la composición del calendario que pueden dificultar la lectura de la información relevante para el análisis económico (Granger, 2001). El procedimiento que se utiliza para este efecto es el que realiza el programa X13-ARIMA-SEATS (U.S. Census Bureau, 2017) que es ampliamente utilizado en bancos centrales de otros países y otras instituciones estadísticas. Cabe notar que, para fines de las proyecciones definitivas, las proyecciones de las series originales se recuperan introduciendo la estacionalidad correspondiente a las proyecciones de las series desestacionalizadas.

3.3 Modelos de proyección individuales

Las predicciones de PIB, al igual que las de cualquier otro agregado, pueden generarse proyectándolo directamente o como la suma de las proyecciones de sus componentes. Este último enfoque se denomina como *Bottom-up* (BU) en la literatura correspondiente y se sustenta en la noción de que, en ocasiones, puede ser más propicio que el enfoque directo para modelar los movimientos subyacentes del agregado. De los modelos que se presentan a continuación, algunos sólo se utilizan para proyectar el agregado, otros solo siguen el enfoque *BU* y otros permiten obtener predicciones desde ambos enfoques. En lo que respecta a la proyección a más de un periodo se utilizan dos métodos dependiendo del modelo. El primero, que se denomina proyección dinámica, consiste en estimar un solo modelo y proyectar un periodo a la vez utilizando las proyecciones del periodo previo como dato para proyectar el periodo siguiente. El segundo enfoque consiste en estimar un modelo distinto para cada uno de los horizontes de proyección. Como se mencionó anteriormente, el horizonte de proyección o pasos hacia adelante (h) estará formado por 4 períodos (h_1, h_2, h_3 y h_4).

3.3.1 SARIMA

Los modelos Autorregresivos Integrados de Promedio Móvil Estacionales (SARIMA) son utilizados ampliamente en el contexto de la proyección de series de tiempo. Una presentación del enfoque puede encontrarse en la mayoría de los textos dedicados al análisis de estas series (ej: Box y Jenkins, 1976). Debido a su simpleza y robusto desempeño en múltiples situaciones, los modelos SARIMA han sido objeto de mucha investigación.

En un modelo SARIMA de orden $(p,d,q) \times (P,D,Q)$, los parámetros (p,d,q) hacen referencia a un modelo ARIMA regular, mientras que el segundo grupo de parámetros entre paréntesis corresponde a los valores estacionales. En términos generales, un modelo SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)(t)$ se expresa como:

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i\right) \left(1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i L^{iP}\right) \nabla^d \nabla^D x_t = \delta + \left(1 - \sum_{i=1}^q \theta_i L^i\right) \left(1 - \sum_{i=1}^Q \Theta_i L^{iQ}\right) \mu_t$$

donde x_t es el logaritmo de la variable en el periodo t , μ_t es el ruido blanco, ∇ es el operador de diferencias y L es el operador de rezagos. La especificación del modelo viene dada por el orden de diferencias regular d y el orden de diferencias estacional D , los rezagos de los parámetros autorregresivos -AR- regulares (p) y estacionales (P) y los rezagos de la media móvil -MA -regulares (q) y estacionales (Q). Los parámetros p,d,q,P,D,Q son enteros iguales o mayores que 0.

En lo que respecta a la selección de parámetros, se han desarrollado rutinas bien establecidas de selección automática. Esto permite el procesamiento de un número relevante de series sin la necesidad de interacción manual. Para este ejercicio, se utiliza la rutina "Automatic ARIMA Forecasting" del programa EViews. El procedimiento involucra la determinación de los órdenes de integración siguiendo una rutina basada en el contraste de raíz unitaria KPSS (Kwiatkowski *et. al.*, 1992) y luego, la determinación de la estructura de rezagos de componentes autorregresivos y medias móviles de acuerdo a un criterio de información. En particular, la selección de los órdenes de rezagos se hace de acuerdo al Criterio de Información Bayesiana (BIC) o criterio de Schwarz (SIC):

$$BIC = \ln\left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T e_i^2\right) + \frac{k}{T} \ln(T)$$

siendo $\sum_{i=1}^T e_i^2$ la suma de los errores cuadráticos, k el número de parámetros que están siendo estimados y T el número de observaciones.

Para la implementación particular, se utilizan los modelos SARIMA con tres enfoques: la proyección del total, la proyección BU total usando los 17 componentes del lado de la oferta y un enfoque BU parcial usando la proyección de dos subagregaciones adicionales, PIB recursos naturales y PIB resto, más las proyecciones de IVA y Derechos de Importación. La proyección para el horizonte se realiza siguiendo el enfoque dinámico. Todos estos enfoques se estiman en frecuencia trimestral y mensual utilizando el IMACEC como la aproximación al PIB.

3.3.2 BVAR

Los modelos autorregresivos multivariados tradicionales (VAR) sólo pueden incorporar un número reducido de variables, sin embargo, en el análisis económico este número es pequeño con respecto a la información que se monitorea. Banbura et.al. (2010) desarrollaron una metodología que permitió resolver el problema de la dimensionalidad en el ámbito de la regresión bayesiana, en particular aplicaron un gran VAR Bayesiano (BVAR) que por medio de la regularización permite incorporar un gran número de regresores de una manera sencilla. Este método ha sido adoptado rápidamente y ha probado ser exitoso en muchas aplicaciones prácticas. El BVAR se plantea de la misma forma que un VAR tradicional:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p A_j Y_{t-j} + \varepsilon_t$$

donde Y_t para $t = 1, \dots, T$ es un vector $M \times 1$ que contiene observaciones sobre M variables de series de tiempo, ε_t es un vector de errores $M \times 1$ que se asume que son *i. i. d.* $\sim N(0, \Sigma)$, α_0 es un vector de intercepto de $M \times 1$ y A_j es una matriz de coeficientes $M \times M$. Los detalles de cómo se restringen los coeficientes se presentan en el anexo.

La implementación para fines de este ejercicio utiliza un subconjunto de las especificaciones usadas en Gonzalez (2012) siguiendo la lógica de empezar con un VAR sencillo con las variables fundamentales y agregar bloques de variables relevantes para su predicción. Los bloques utilizados son: Variables externas, condiciones financieras, comercio exterior, precios domésticos y actividad sectorial. Con esto las especificaciones son las siguientes:

1. *VAR pequeño (5 variables)*: PIB, IPC, Tasa de política monetaria, Tipo de cambio real base y generación eléctrica
2. *VAR mediano (11 variables)*: VAR pequeño + Baltic dry index, Índice de precios externos, Broad index, Fed fund rate, precio petróleo WTI y precio cobre LME
3. *VAR grande (47 variables)*: VAR mediano + agregados monetarios (Circulante, M1, M2, M3), stock de colocaciones reales (totales, vivienda, comercio, comercio exterior, consumo, empresas, personas), promedio tasa de colocaciones nominales 30 a 89 días, promedio tasa de colocaciones nominales y reales (90 días a 1 año, 1 a 3 años, más de 3 años), tipo de cambio (observado y multilateral), LIBOR, VIX, premio por riesgo BBA-AAA (EE.UU.), IPSA, exportaciones bienes (totales, agrícolas, cobre, industriales, minería) e importaciones bienes (totales, capital, consumo, intermedio, combustibles, otros, petróleo).
4. *VAR gigante (72 variables)*: VAR grande + índice de precios (IPCSAE, bienes, servicios, bienes SAE, servicios SAE), PIB sectorial (17 componentes, PIB RRNN, PIB resto).

Adicionalmente se utilizan dos especificaciones en donde las proyecciones agregadas se obtienen del enfoque BU. En particular estas se obtienen de usar el VAR gigante removiendo los agregados:

5. *VAR bottom-up full*: VAR gigante excluyendo PIB agregado, PIB RRNN, PIB resto
6. *VAR bottom-up parcial*: VAR grande excluyendo PIB agregado y agregando índices de precios, PIB RRNN, PIB resto, IVA y Derechos de Importación.

La proyección para el horizonte se realiza siguiendo el enfoque dinámico. Todos estos enfoques se estiman en frecuencia trimestral y mensual utilizando el IMACEC como la aproximación al PIB. Como la metodología requiere un conjunto de datos balanceados, la muestra se poda al final para coincidir con la variable más rezagada. Dado que en este ejercicio sólo se consideran variables mensuales que están disponibles de inmediato o con un mes de rezago, estas últimas determinan el corte en los datos. A modo de ejemplo, si la proyección se realiza en enero, algunas variables estarán disponibles hasta diciembre y otras hasta noviembre, para los BVAR todos los datos terminan en noviembre.

3.3.3 Factores dinámicos (FD)

Los modelos de factores dinámicos han demostrado su utilidad en múltiples situaciones. Producto de esto la literatura de proyecciones ha tendido en lo más reciente a atribuirle un carácter de herramienta estándar. Hay distintas implementaciones de las cuales elegir y la que se utiliza para este ejercicio se basa en el enfoque de Stock y Watson (2002) puesto que ha demostrado robustez y es ampliamente utilizado. Las especificaciones contemplan la proyección de los agregados en base a factores dinámicos extraídos de un número de indicadores y sus rezagos. Específicamente el modelo se plantea de la siguiente forma

$$y_{t+1} = \beta' F_t + \gamma(L)y_t + \varepsilon_{t+1}$$

donde F_t es una matriz con la selección de factores dinámicos extraídos de las variables explicativas y $\gamma(L)y_t$ es un número determinado de rezagos de la variable dependiente.

Los indicadores corresponden a los bloques de información que se utilizan en los VAR Bayesianos con gran número de regresores presentados en la sección anterior. Con esto, se estiman ocho especificaciones. Estas contemplan la estimación de procesos autorregresivos de orden uno y dos para la variable dependiente adicionando en ambos casos cuatro alternativas de factores: un único factor extraído de las variables incluidas en el VAR pequeño, dos factores extraídos del conjunto del VAR mediano, tres factores extraídos del conjunto del VAR grande y cuatro factores extraídos del conjunto del VAR grande más los índices de precios. En todos los casos se excluye el PIB del conjunto de variables del que se extraen los factores.

La proyección para el horizonte se realiza siguiendo el enfoque directo y se realiza en dos etapas. Primero, se estiman los factores utilizando la base de variables explicativas. Luego, se estima la regresión que incluye los factores y rezagos de la variable de interés y se generan las proyecciones. Todos estos enfoques se estiman en frecuencia trimestral y mensual utilizando el IMACEC como la aproximación al PIB. Al igual que en el caso anterior, la información que se utiliza está rezagada un mes.

3.3.4 Modelos puente o Bridge (Bridge Models, BM)

Los modelos precedentes solo contemplan la utilización de variables en la misma frecuencia. Una metodología que utiliza variables de mayor frecuencia para proyectar variables de menor frecuencia es la de las ecuaciones puente. Esta contempla la estimación tradicional de relaciones entre variables, sólo que las variables independientes son el resultado de la agregación temporal de indicadores mensuales. Esto permite la incorporación de información temprana para la proyección de variables de baja frecuencia. Un modelo de ecuación puente se define como:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^N \beta_i x_{i,t}^Q + \epsilon_t$$

donde Y_t es el crecimiento del PIB en el trimestre t , $x_{i,t}^Q$ es un indicador económico mensual i convertido a un valor trimestral para el trimestre t . El procedimiento de cómo se trimestralizan distintos tipos de series puede encontrarse en Cobb et al. (2011). En ese documento se sigue un proceso de selección basado en la metodología de Doornik (2009) y establecen relaciones fijas entre las variables. Para este documento, se sigue

un enfoque similar, solo que se usa *Stepwise-Forwards Regression* para seleccionar de un conjunto de variables preestablecido un subconjunto y los rezagos correspondientes. A diferencia del documento mencionado, debido a que los rezagos con que las variables afectan unas a otras pueden cambiar en el tiempo, para los fines de este ejercicio, en cada periodo se elige la especificación y rezagos que proveen el mejor ajuste. El conjunto de variables se compone de: IMCE, Generación Eléctrica, IGPA, IPSA, IACM durable, Importaciones de capital reales, Producción minera, Riesgo local, TCR, Exportaciones reales e IPEC. Adicionalmente, para cada una de las especificaciones elegidas, se sigue una rutina que adiciona componentes SARIMA, siguiendo la rutina descrita en la sección 3.3.1, para ver si mejora la capacidad predictiva de los modelos. En lo que respecta a como se generan las proyecciones más allá de un periodo, se utiliza un enfoque dinámico de proyección. Las series exógenas son proyectadas utilizando modelos SARIMA.

En el método de selección de variables, el *Stepwise-Forwards Regression*, éstas se introducen secuencialmente en el modelo. En general, se parte de un modelo sencillo y se van agregando términos con algún criterio de selección, hasta que no se pueden incluir más términos, es decir, en cada etapa se incorpora aquella variable más significativa hasta que el criterio de selección haya alcanzado un mínimo o todos los parámetros se agreguen al modelo. El criterio de selección generalmente se calcula por medio del error de predicción.

3.3.5 Factor MIDAS

Un método más sofisticado para incorporar variables de distintas frecuencias es el enfoque MIDAS (Mixed-Data Sampling) desarrollado por Ghysels et.al. (2004). A diferencia de los Modelos Puente donde las variables mensuales se agregan temporalmente, en el enfoque MIDAS entran directamente en la regresión. La ecuación estándar se escribe como:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{l_i} \beta_{i,j} x_{i,3t-j}^M + \epsilon_t$$

donde Y_t es la variable trimestral en t . $x_{i,3t-j}^M$ se refiere al indicador económico mensual i en el mes $3t-j$ -ésimo. k es el número de indicadores, y l_i es el número de rezagos por el indicador i en término de meses. En algunos casos puede que sea posible estimar este modelo directamente. Sin embargo, en otros puede que la proliferación de parámetros no lo permita. El enfoque MIDAS es novedoso porque emplea polinomios funcionales para restringir el número de coeficientes a estimar.

El enfoque original del MIDAS es similar al de los modelos puente en que se seleccionan indicadores mensuales específicos para ser usados en las ecuaciones. Siguiendo la misma lógica que sostiene el uso de factores dinámicos, Marcellino y Schumacher (2010) sugieren usar factores dinámicos de los indicadores mensuales para incorporar un conjunto más amplio de información. Para esto, la ecuación básica del MIDAS se extiende para incorporar factores:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{l_i} \beta_{i,j} x_{i,3t-j}^M + \sum_{i=1}^c \sum_{j=0}^{s_i} \gamma_{i,j} F_{i,3t-j}^M + \epsilon_t,$$

donde $F_{i,3t-j}^M$ es el i -ésimo factor extraído de los indicadores mensuales en el $3t-j$ -ésimo mes, c es el número de factores y s es el número de rezagos por factor i .

Para el ejercicio se definen tres especificaciones en lo que respecta a información. Las tres incorporan el PIB de los socios comerciales y la razón entre el deflactor de las exportaciones y el de las importaciones. La primera especificación utiliza un factor extraído de las variables mensuales: IPSA, IMCE, IPEC, TCR y Tasa de Desempleo. La segunda especificación extrae el factor de: Generación Eléctrica, IACM, IACM durable, Importaciones Nominales Bienes de Capital, Exportaciones Totales, Producción Minera e Índice de Riesgo Local. La tercera especificación extrae un factor del conjunto de todas las variables antes mencionadas.

Para la implementación utilizada en este documento, se utiliza el programa de MATLAB provisto por E. Ghysels y descrito en detalle en Ghysels (2013). Este permite seis formas distintas para restringir los coeficientes: estimación sin restringir, polinomio de Almon, polinomio de Almon exponencial normalizado, densidad Beta normalizada con último rezago igual a cero, densidad Beta normalizada con último rezago distinto de cero y polinomios con *step functions*. Se utilizan cada una de las seis opciones con las tres especificaciones antes descritas. A su vez, todos los modelos se estiman en variaciones anuales y primeras diferencias. En el primero de los casos se utilizan las series sin desestacionalizar mientras que en el segundo se utilizan desestacionalizadas.

Debido a que las regresiones se basan en información exógena, se utiliza el enfoque directo para proyectar. Esto es, para cada periodo se estima un nuevo modelo que relaciona el horizonte de proyección específico con la base de datos balanceados mensuales y trimestrales. La cantidad de información mensual utilizada viene determinada por la variable incluida con mayor rezago de publicación. Para evitar desechar información potencialmente valiosa producto del *ragged edge*, como un enfoque adicional, se utiliza el mismo marco del enfoque MIDAS pero en donde la información mensual se utiliza hasta lo más reciente y las variables que no están disponibles se proyectan utilizando el modelos SARIMA. Esto es, los modelos SARIMA se utilizan sólo para completar la base y no para proyectar más allá del último dato mensual disponible. En este caso, también se utiliza el enfoque directo para proyectar. A este enfoque se le denomina AR-MIDAS.

3.3.6 Modelos autorregresivos de componentes aumentados con factores

Bermingham y D'Agostino (2014) sostienen que para la proyección de los componentes de un agregado puede ser importante tomar en consideración la evolución de los demás componentes. Como una forma de incorporar la interacción entre ellos en una proyección univariada sugieren aumentar la especificación autorregresiva con factores extraídos del conjunto de los componentes restantes.

En la implementación particular, para cada uno de los 17 componentes de actividad se utilizan cuatro especificaciones. Estas contemplan la estimación de procesos autorregresivos de orden uno y dos para la variable dependiente adicionando en ambos casos dos alternativas de factores: un único factor y los dos primeros factores extraídos de los componentes. Los factores se extraen con componentes principales siguiendo la metodología de Stock y Watson (2002). Todos usan las variables relevantes en términos desestacionalizados. En base a la proyección de componentes se obtienen proyecciones para los agregados de interés.

3.3.7 Modelos autorregresivos de componentes aumentados con factores e información exógena

Una extensión obvia a la metodología de Bermingham y D'Agostino (2014) es adicionar información de variables exógenas relevantes siguiendo la motivación de la literatura de factores dinámicos. El conjunto de modelos presentados en esta subsección hace precisamente eso. Para cada una de las especificaciones descritas en el apartado anterior se adicionan factores provenientes de los conjuntos de variables utilizados en los VAR Bayesianos con gran número de regresores. Esto es, siguiendo la metodología de Stock y Watson (2002), un único factor extraído de las variables incluidas en el VAR pequeño, dos factores extraídos del conjunto del VAR mediano, tres factores extraídos del conjunto del VAR grande y cuatro factores extraídos del conjunto del VAR grande más los índices de precios. En todos los casos se excluye el PIB del conjunto de variables del que se extraen los factores y todas las variables que lo ameriten se usan en términos desestacionalizados. Esto resulta en 16 especificaciones para proyectar cada uno de los 17 componentes luego de lo cual pueden construirse las proyecciones de los agregados.

3.3.8 VAR Bayesianos de componentes con coeficientes variables

Es sabido que las relaciones entre variables pueden cambiar en el tiempo. Es por esto que en el contexto de incorporar la interrelación entre componentes a la proyección del agregado puede ser relevante permitir cierta flexibilidad en la estimación de los coeficientes. Este enfoque BU se describe en detalle en Cobb (2020)

pero, a modo de resumen, se utiliza la implementación de Koop y Korobilis (2013) para estimar un VAR Bayesiano que contiene los 17 componentes por el lado de la oferta permitiendo que los coeficientes y la varianza cambien en el tiempo. Koop y Korobilis (2013) formulan el problema en espacio-estado como:

$$y_t = X_t \beta_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \Sigma_t)$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_t \quad u_t \sim i.i.d. N(0, Q_t)$$

Donde ε_t y u_t son independientes uno del otro para todos sus rezagos. Para reducir la carga computacional, ellos reemplazan Σ_t y Q_t por estimaciones que pueden cambiar en el tiempo.

En esta implementación en particular, se utilizan tres especificaciones: Un VAR con coeficientes fijos, un VAR con coeficientes variables y una selección dinámica de modelos entre coeficientes fijos y variables y homocedasticidad y volatilidad estocástica. Todas las variables que lo ameriten se usan en términos desestacionalizados.

Tabla 1. Resumen de los modelos de proyección individuales

Modelo	Especificación / Tipo de enfoque
SARIMA	Proyección del total
	Proyección BU total (17 componentes en la oferta)
	BU parcial (proyección del PIB en recursos naturales y resto + las proyecciones de IVA y Derechos de Importación)
BVAR	VAR pequeño (5 variables)
	VAR mediano (11 variables)
	VAR grande (47 variables)
	VAR gigante (72 variables)
	VAR BU full
Factores Dinámicos	VAR BU parcial
	AR(1) + cuatro alternativas: 1 factor del VAR pequeño, 2 factores del VAR mediano, 3 factores del VAR grande y 4 factores del VAR grande más los índices de precios.
Modelos puente	AR(2) + cuatro alternativas: 1 factor del VAR pequeño, 2 factores del VAR mediano, 3 factores del VAR grande y 4 factores del conjunto del VAR grande más los índices de precios.
	Stepwise forwards regression
MIDAS	1 factor extraído de las variables mensuales: IPSA, IMCE, IPEC, TCR y Tasa de Desempleo.
	1 factor extraído de Generación Eléctrica, IACM, IACM durable, Importaciones Nominales Bienes de Capital, Exportaciones Totales, Producción Minera e Índice de Riesgo Local.
	Se extrae un factor del conjunto de todas las variables antes mencionadas.
AR de componentes aumentados con factores	AR(1) en la variable dependiente+1 factor de los componentes
	AR(1) en la variable dependiente+2 factores de los componentes
	AR(2) en la variable dependiente+1 factor de los componentes
	AR(2) en la variable dependiente+2 factores de los componentes
AR de componentes aumentados con factores e información exógena	AR de componentes aumentados con factores + variables utilizadas en los VAR Bayesianos con gran número de regresores
VAR Bayesianos de componentes con coeficientes variables	VAR con coeficientes fijo
	VAR con coeficientes variables y
	Selección dinámica de modelos entre coeficientes fijos y variables+homocedasticidad+ volatilidad estocástica.

3.4 Combinación de proyecciones

Desde el trabajo seminal de Bates y Granger (1969), se ha desarrollado una amplia literatura empírica y teórica que ha mostrado que una combinación de diferentes pronósticos, en promedio, producirá una proyección más precisa, comparada con la mejor proyección individual. Según Timmerman (2006) hay al menos tres razones de por qué una combinación de pronósticos puede producir mejores proyecciones que las realizadas por el mejor modelo individual.

En primer lugar, el conjunto de información utilizado para producir pronósticos puede diferir entre modelos particulares y una forma de explotar la información detrás de cada modelo individual será combinarlos, Clemen (1987), Stock y Watson (1999). Otra razón para combinar pronósticos es que pueden existir quiebres estructurales desconocidos que favorezcan a un modelo en vez de otro, al respecto podemos consultar, Aiolfi y otros. (2011), Aiolfi y Timmermann (2006), Hendry y Clements (2004) y Diebold y Pauly (1987). Una tercera razón a favor de combinar pronósticos es que los pronósticos individuales pueden estar sujetos a sesgos debido a variables omitidas que son desconocidas para el operador del modelo, por lo que una combinación de éstos puede compensar estos sesgos mejorando la precisión del pronóstico.

Dado N modelos individuales de proyección, una versión lineal de combinación de proyección puede definirse como:

$$Y_t = \sum_{j=1}^N w_{j,t} Y_{j,t},$$

donde $w_{j,t}$ es una ponderación dada al modelo de proyección j -ésimo en el periodo t . En este documento se utilizan tres esquemas de combinación ampliamente utilizados.

3.4.1 Promedio simple

A pesar de que existen esquemas más refinados, la literatura relevante encuentra que el promedio simple muestra un buen desempeño en muchas situaciones. Bajo este esquema, una ponderación es dada por:

$$w_{i,t} = \frac{1}{N}$$

3.4.2 Promedio ponderado por el inverso del Error Cuadrático Medio

Otro enfoque popular es determinar una ponderación proporcional a la inversa del error cuadrático medio. Teóricamente, este esquema de ponderación corresponde al esquema de ponderaciones óptimo discutido por Bates y Granger (1969) cuando proyecciones individuales no se correlacionan. Las ponderaciones se computan como:

$$w_{i,t} = \frac{1/MSFE_{i,t}}{\sum_{j=1}^N 1/MSFE_{j,t}}$$

Donde $MSFE_{i,t}$ denota el error cuadrático medio de proyección del modelo i en tiempo t .

3.4.3 Promedio ponderado por el ranking

Una alternativa al promedio ponderado por el inverso del Error Cuadrático Medio es el que establece los ponderadores de acuerdo al inverso del ranking de desempeño de cada modelo respecto del resto. Este método sería más robusto a la existencia de valores atípicos según Aiolfi y Timmermann (2006). Las ponderaciones se computan como:

$$w_{i,t} = \frac{1/r_{i,t}}{\sum_{j=1}^N 1/r_{j,t}}$$

Donde $r_{i,t}$ denota el ranking de desempeño del modelo i en el tiempo t . Este se calcula en base al error cuadrático medio de proyección.

3.5 Evaluación de proyección

Siguiendo la usanza habitual, la precisión de los distintos modelos se evalúa en términos relativos. En particular, se usa como proyección de referencia la de un camino aleatorio para las primeras diferencias de la

serie desestacionalizada y como métrica de precisión se utiliza el error cuadrático medio (ECM). Con esto, el ECM relativo es:

$$RelECM^i = \frac{ECM_{T_0, T_1}^i}{ECM_{T_0, T_1}^{RW}}$$

con

$$ECM_{T_0, T_1}^i = \frac{1}{T_1 - T_0 + 1} \sum_{t=T_0}^{T_1} (y_{i,t+h}|t - y_{i,t+h})^2$$

donde $y_{i,t+h}|t$ es el valor proyectado para $t + h$ en el tiempo t y T_0 es el último periodo de datos reales en la primera muestra usada para la evaluación y T_1 es el último periodo de datos reales en la última muestra. Como es usual, un ECM relativo menor a 1 reflejan un mejor desempeño.

3.6 Resultados

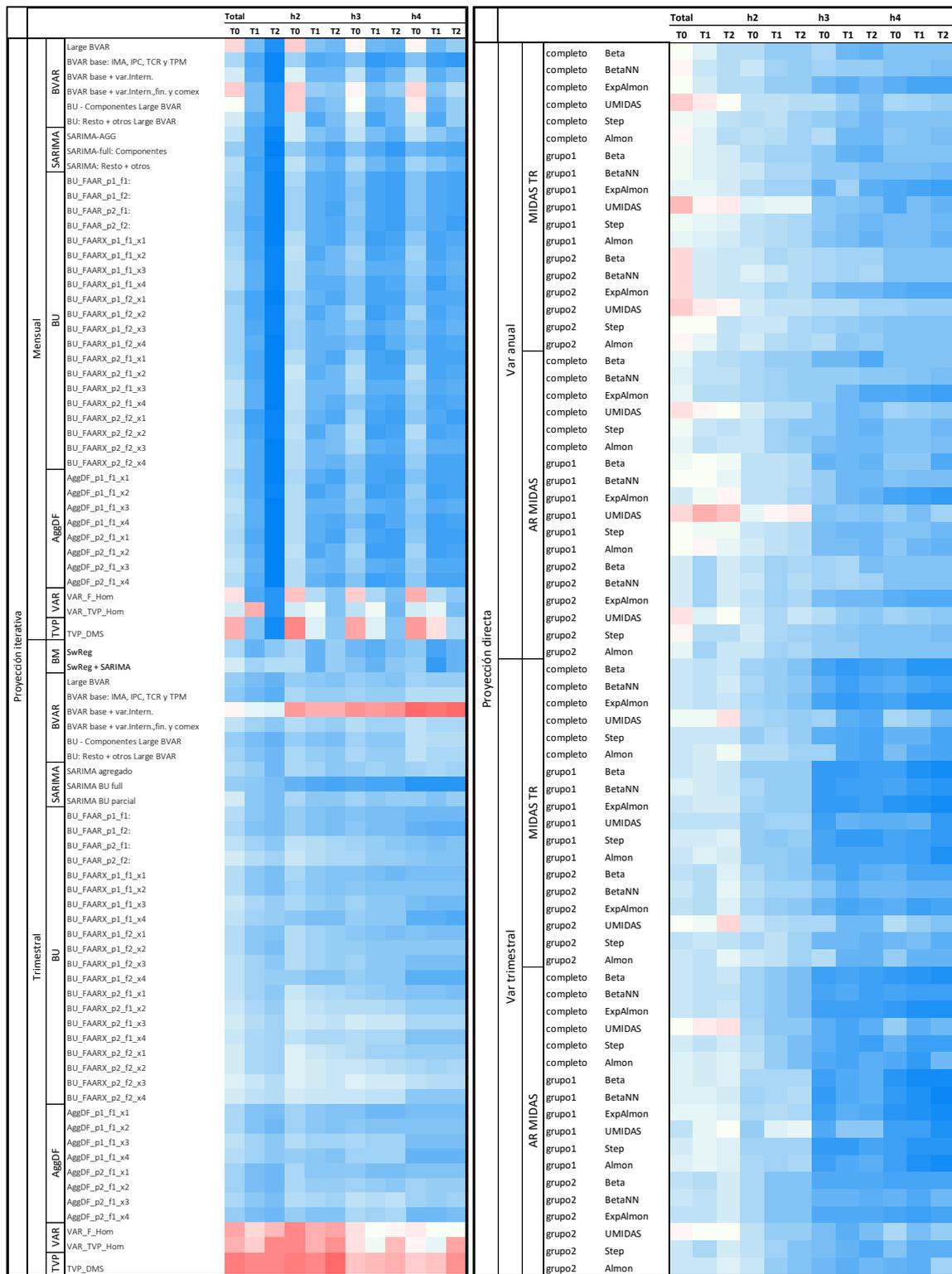
3.6.1 Modelos individuales

En esta sección mostramos los resultados de los modelos individuales, tanto a nivel global como viendo el comportamiento en el tiempo de cada proyección. En total se definieron 155 especificaciones. Los resultados globales se ubican en los gráficos 2 y 3. En el gráfico 2 se reporta un resumen de las estimaciones del ECM relativo que se obtiene al realizar la proyección del PIB para cada uno de los modelos considerados. El desempeño de referencia es el ECM de un camino aleatorio para el crecimiento trimestral del PIB (*Random Walk*, RW). Los colores van del azul al rojo, asignando el azul oscuro a aquel modelo con un ECM relativamente más bajo, pasando por el blanco, que denota un desempeño similar al RW, hasta el color rojo intenso para denotar un ECM comparativamente alto. En el gráfico 3 se elaboró un ranking en base a los ECM de los modelos para clasificarlos desde aquel que tiene el mejor desempeño hasta el menos destacado. De manera análoga, el azul oscuro denota una buena posición en el ranking mientras que el color rojo representa una mala posición. En ambos gráficos el eje horizontal presenta la proyección a cuatro trimestres (h1, h2, h3 y h4) para los tres escenarios de proyección: inmediatamente después de conocer la cifra más reciente del PIB (T0), un mes después (T1) y dos meses después (T2).

En general los resultados son diversos, sin embargo, al observar los errores de predicción de las 155 definiciones notamos que se encuentra un comportamiento similar por grupo de modelos, independientemente de las ventajas o desventajas que pueda tener cada definición, como, por ejemplo, las ventajas que puede tener para un hacedor de política considerar un determinado conjunto de información por sobre otro. Teniendo esto en cuenta, los resultados que se derivan del ejercicio realizado en este trabajo se resumen en cinco ideas clave.

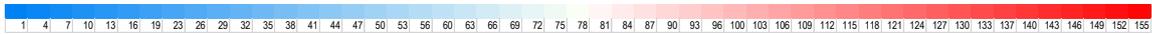
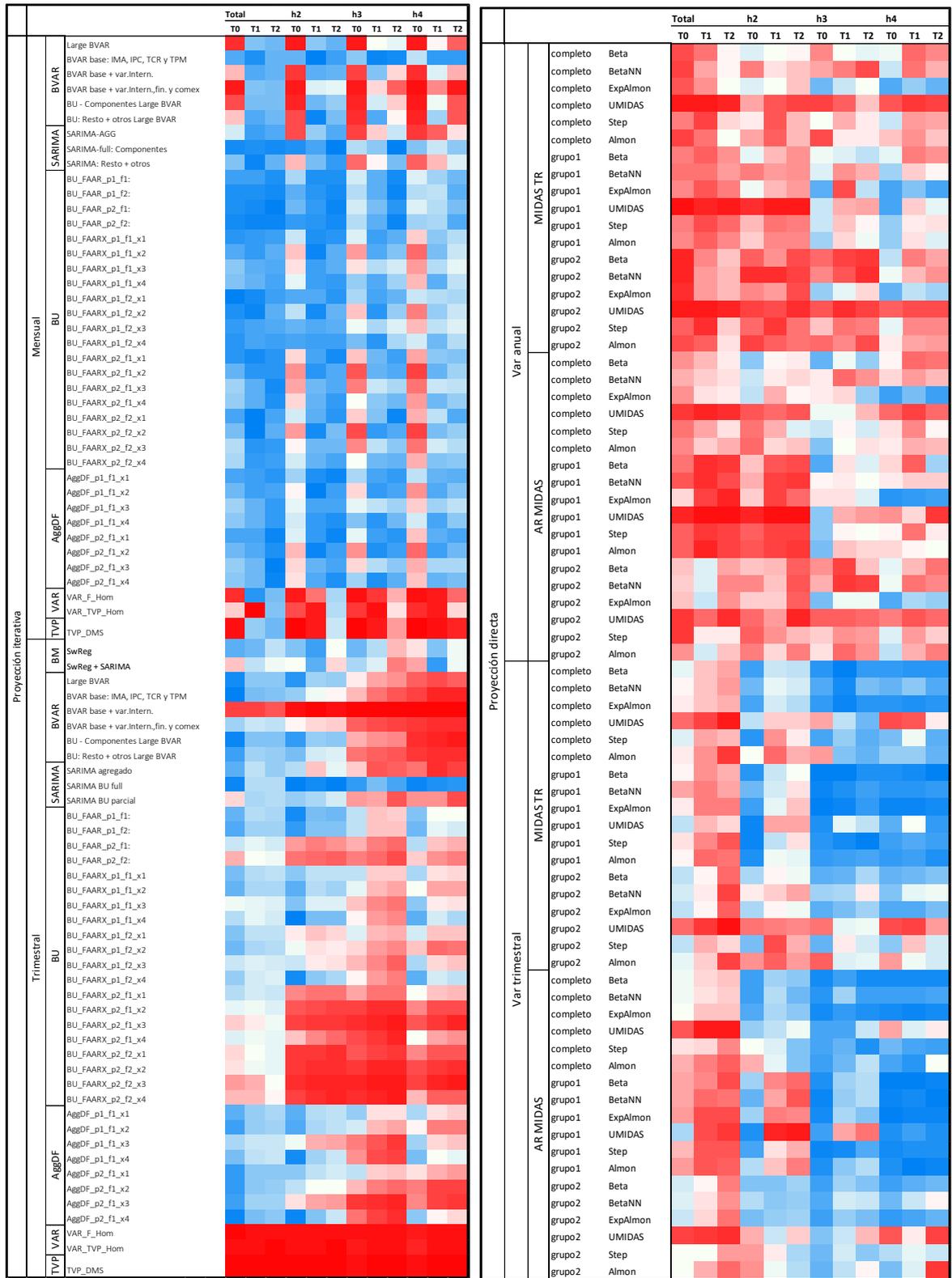
En primer lugar, en los modelos de proyección iterativa, los modelos mensuales mostraron mejor desempeño que los trimestrales. Dentro de los modelos mensuales se destacan con mejor posición en el ranking los que siguen la metodología *Bottom-Up* (BU) y factores dinámicos agregados (AggDF). En estos tres enfoques, cuando el horizonte de proyección es el total, el conjunto de proyecciones que se obtienen inmediatamente después de que se conoce el dato más reciente del PIB (T_0) resulta ser bueno, sin embargo, se va perdiendo en los otros horizontes. La segunda idea que se desprende, es que la evaluación del poder predictivo en estos ejercicios mostró un mejor desempeño cuando se cuenta con mayor información, es decir, las proyecciones que se generan incorporando la información mensual disponible un mes después y al análogo dos meses después de la publicación del dato más reciente de PIB (T_1 y T_2 respectivamente), independientemente del horizonte de proyección, muestran un buen ECM.

Gráfico 2. Heatmap del ECM para la proyección del PIB total



0,33 0,36 0,39 0,41 0,44 0,47 0,49 0,52 0,55 0,57 0,60 0,63 0,65 0,68 0,71 0,73 0,76 0,79 0,81 0,84 0,87 0,89 0,92 0,95 0,97 1,00 1,03 1,05 1,08 1,11 1,13 1,16 1,19 1,21 1,24 1,27 1,29 1,32 1,35 1,37 1,40 1,43 1,45 1,48 1,51 1,53 1,56 1,59 1,61 1,64 1,67

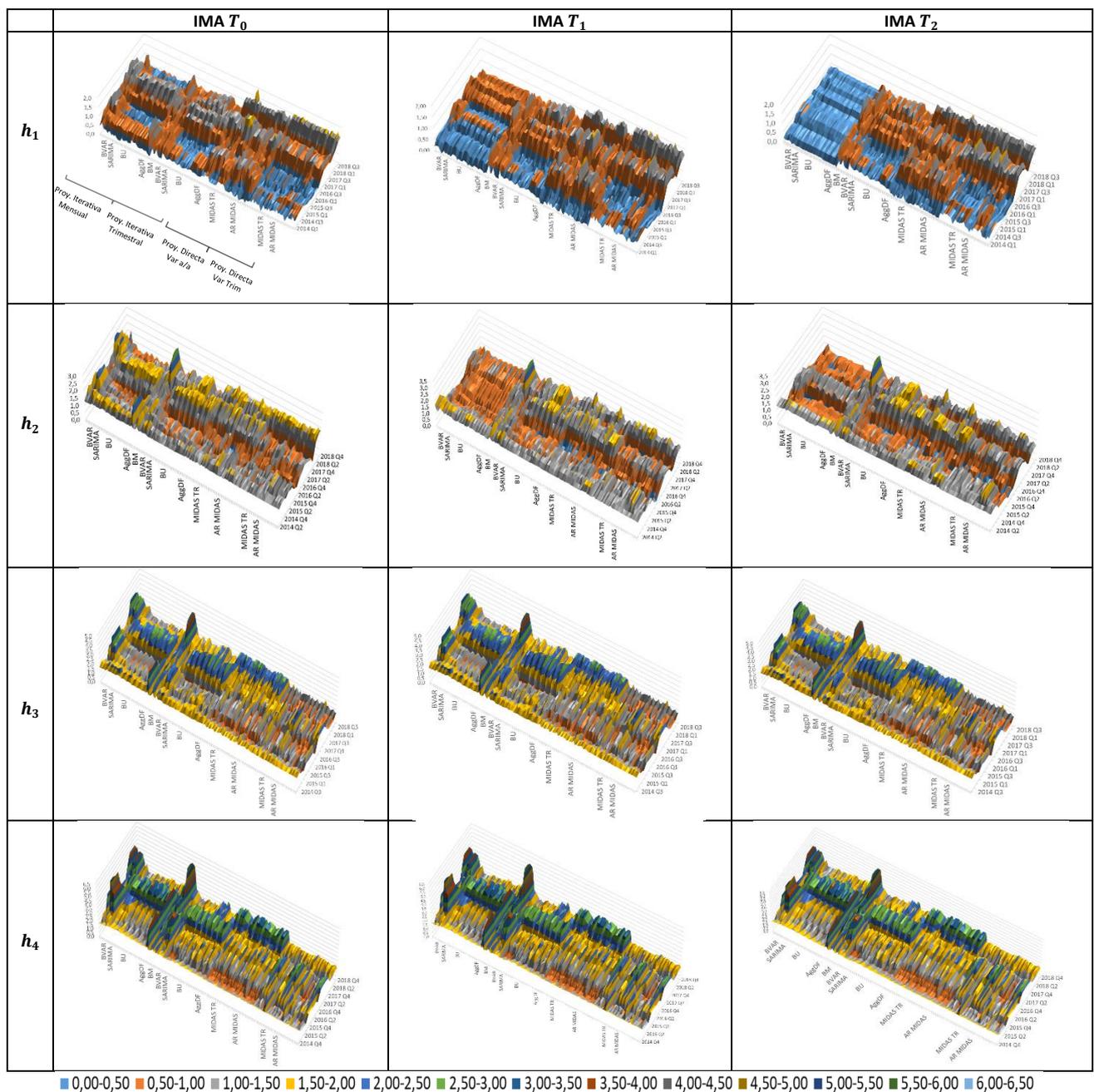
Gráfico 3. Heatmap del ranking de modelos para el PIB total



En tercer lugar, al ver los modelos de proyección iterativa notamos que, en el largo plazo, los modelos de factores dinámicos, superan el performance predictivo de los modelos puente, lo que está en línea con la literatura, al respecto ver, Rodríguez (2014), Bessonovs (2015), Brum y Rodríguez (2016).

Otro resultado obtenido, es que los modelos que incluyen información del indicador mensual de actividad económica (IMACEC) mejoran los pronósticos. Este indicador se encuentra disponible rápidamente y permite medir la evolución de la actividad, bienes y servicios, en el período de un mes y se estima mediante indicadores de producción de las diversas actividades productivas, ponderados por su participación en el PIB del actual año. En este sentido, este indicador presenta una aproximación real de cómo está la economía de un país y su situación en el mercado. Chile fue uno de los primeros países de Latinoamérica en obtener esta estimación de corto plazo de su PIB, entregado los primeros cinco días de cada mes por el Banco Central de Chile.

Gráfico 4. Horizonte de proyección (h) Vs Período trimestral (T)



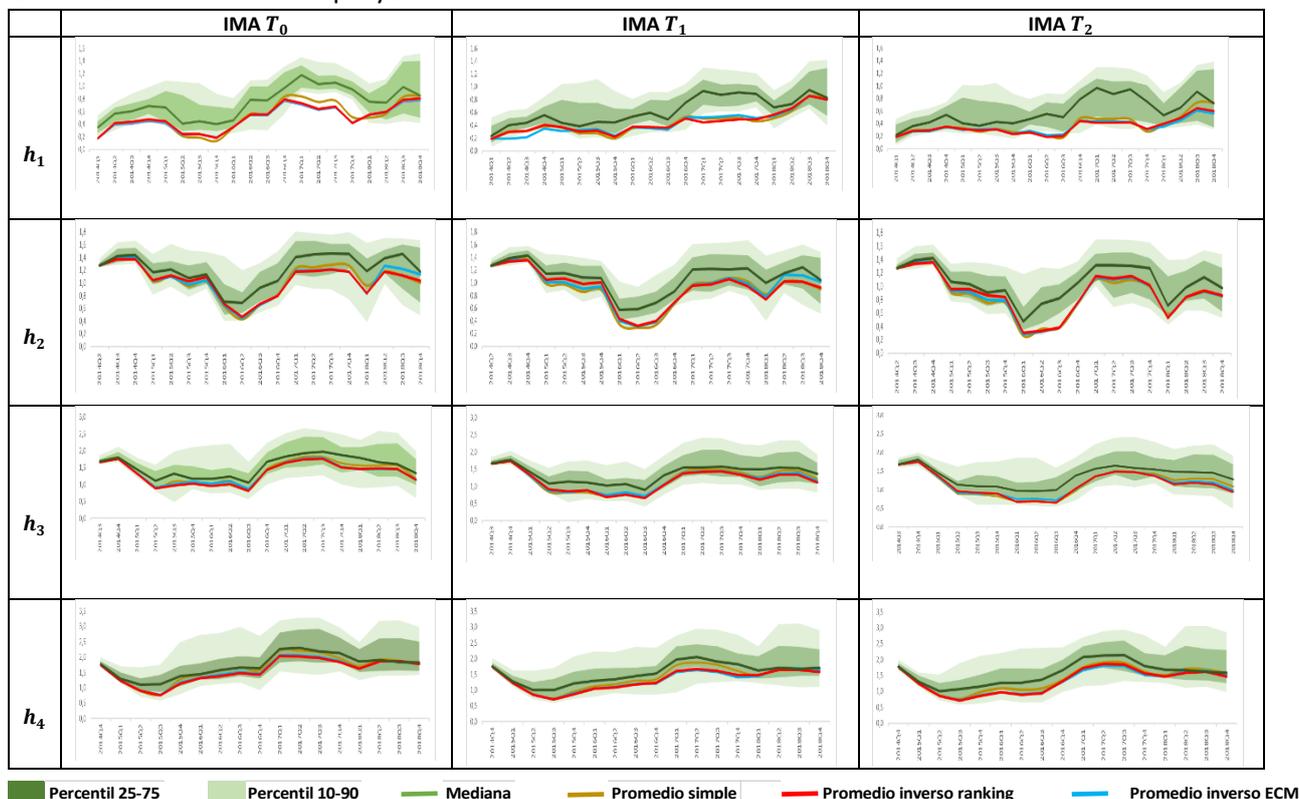
Ahora bien, al incorporar en los resultados la dimensión temporal, se visualiza con más detalle la evolución de los 155 modelos en el tiempo. En el gráfico 4 tenemos el ECM móvil de cuatro trimestres para las proyecciones fuera de muestra y su comportamiento en el tiempo, que nos lleva al siguiente resultado: al comparar los 4 períodos de proyección, las proyecciones que se realizan considerando todo el período de 2014 a 2018 (h_1) y la proyección móvil siguiente (h_2) tienden a disminuir el ECM a medida que se incorpora la información mensual disponible después de la publicación del dato más reciente de PIB. Esto es evidente en los modelos iterativos mensuales y trimestrales, sin embargo, en los modelos de proyección directa, es menos claro. Las ganancias de añadir información, dejan de verse en los períodos de proyección h_3 y h_4 para períodos largos, pues reflejan un comportamiento similar al que se obtiene si se proyectara con el dato más reciente. En estos dos períodos también se observa el deterioro del *Random Walk* a medida que transcurre el tiempo.

Otra conclusión que se observa de la evolución del ECM móvil a lo largo de la muestra es que el desempeño de los modelos puede cambiar abruptamente de un periodo a otro y que estos cambios no se manifiestan en todos los modelos por igual. Este fenómeno no es inusual, cómo ya se había mencionado anteriormente. En este contexto, la combinación de proyecciones podría evitar cometer errores importantes debido al deterioro abrupto en el desempeño del modelo usado.

3.6.2 Combinación de proyecciones

Existe una amplia literatura sobre las razones por las cuales combinar los pronósticos puede ser visto como una forma de robustecer el desempeño de los modelos individuales. La metodología se construye en la idea que una especificación puede no ser siempre la adecuada, por lo que tener distintas especificaciones de una misma variable resulta útil ya que pueden contener información valiosa que ayude a reducir el error de predicción. Aiolfi *et al.* (2010) motivan la combinación de proyecciones con argumentos de diversificación de portafolio con el objetivo de minimizar el riesgo de elección. Además, es claro que distintas formas de proyectar una variable responden diferente ante cambios en la volatilidad o quiebres estructurales, por lo que combinar podría permitir aprovechar las ventajas de cada especificación.

Gráfico 5. Combinación de proyecciones



En el gráfico 5 se presenta el resultado de la combinación de proyecciones. Para cada uno de los horizontes y escenarios se presenta la evolución del ECM móvil de cuatro trimestres a lo largo de la muestra contrastado dispersión del desempeño de los modelos individuales. En este ejercicio se obtuvo que al considerar el período 2014 a 2018, la combinación de proyecciones presentó un error menor que el promedio y, de hecho, incluir más información del trimestre en curso ayuda a reducir aún más el error; es decir, al combinar pronósticos individuales se mejoró persistentemente la precisión del pronóstico respecto al *Benchmark*. Resultados similares se encuentran para h_2 , h_3 y h_4 , sin embargo los horizontes h_3 y h_4 si bien reducen el ECM a medida que se incorporan información del primer y segundo mes, son los que muestran un ECM más elevado que los dos primeros horizontes. Lo anterior está en línea con la literatura, es decir, combinar proyecciones contribuye a mejorar la precisión de la proyección (Clemen, 1989).

4. Conclusiones

Un banco central requiere contar oportunamente con estimaciones del crecimiento del producto, con las cuales pueda anticipar la formación de presiones inflacionarias. Por esta razón, disponer de una gama de métodos que permitan explotar los datos de la forma más eficiente posible para poder monitorear el estado actual de la economía han ganado popularidad como herramientas de pronóstico, ya que permiten incorporar nueva información disponible más rápidamente. En la medida que estos métodos se han ido popularizando, algunos se han transformado en herramientas estándar para la proyección.

Este documento se enfoca en hacer un ejercicio de evaluación de algunos de los modelos más tradicionales en la literatura de proyecciones para el PIB trimestral, evaluando en primer lugar el desempeño relativo de cada modelo en predecir las primeras publicaciones del PIB y luego la contribución de disponer de un mes más de información mensual para la proyección de la primera publicación. Al considerar datos de la economía chilena durante el período 2004 a 2018, siendo los diez primeros años utilizados para las estimaciones y los cinco siguientes proyectar, se obtuvieron cuatro resultados clave.

El primero es que la incorporación de información mensual contribuye a mejorar las proyecciones de PIB. Esto se aprecia en dos dimensiones. Por una parte, se observa que la incorporación de un mes adicional de información tendió a mejorar el desempeño de la mayoría de los modelos, tanto los formulados en frecuencia mensual como trimestral. Por otra parte, los modelos expresados en frecuencia mensual que utilizan el IMACEC como aproximación del PIB por lo general exhibieron el mejor desempeño para los horizontes de proyección más cercanos. El segundo resultado se relaciona con que las fortalezas relativas de los distintos modelos cambian dependiendo del horizonte de proyección. Como se mencionó anteriormente, los modelos en frecuencia mensual sobresalen en las proyecciones a uno y dos trimestres mientras que los modelos MIDAS predominan en los plazos más largos. El tercer resultado es que se aprecian abruptos cambios en el desempeño absoluto y relativo de los modelos a lo largo del periodo de evaluación. Como es de esperarse, los cambios en las condiciones económicas afectan a algunos modelos en mayor magnitud que a otros y por lo tanto el desempeño pasado puede ser una mala guía del desempeño futuro de un modelo particular. En este contexto, y como cuarto y último resultado, se encuentra que la combinación de proyecciones se muestra competitiva en comparación a los modelos individuales.

En líneas generales, estos resultados son los que se enfatizan en la literatura especializada. Las lecciones que se pueden extraer de este estudio desde la perspectiva de contribuir al análisis coyuntural son varias. Por una parte, remarca la necesidad de evaluar con frecuencia el desempeño de los modelos que se están utilizando. Por otro lado, provee evidencia en favor del argumento de utilizar muchos modelos distintos para el análisis en contraste con esforzarse por encontrar un único mejor modelo y, a su vez, provee la motivación para hacer un esfuerzo por incorporar nuevos modelos al análisis habitual en la medida que vayan apareciendo. En esa misma línea, al mostrar consistentemente buen desempeño, sugiere que la combinación de proyecciones

aparece como una forma poco costosa de resguardarse de cometer grandes errores de proyección producto del deterioro abrupto del desempeño de los modelos individuales.

5. Bibliografía

Aiolfi, M., Capistrán, C., Timmermann, A. (2011). "Forecast combinations". In. The Oxford Handbook of Economic Forecasting. Ed. By M. Clements and Hendry, pp. 355-388.

Aiolfi, M., and Timmermann, A. (2006). "Persistence in Forecasting Performance and Conditional Combination Strategies." *Journal of Econometrics*, 135(1-2), 31-53.

Banbura, M., D. Giannone y L. Reichlin (2010). "Large Bayesian vector auto regressions", *Journal of Applied Econometrics* 25(1), pp. 71-92

Bates, J. and Granger, C. (1969). "The Combination of Forecasts." *Journal of the Operational Research Society*, 20(4), 451-468.

Bermingham, C y A. D'Agostino, (2014). "Understanding and forecasting aggregate and disaggregate price dynamics," *Empirical Economics*, Springer, vol. 46(2), pages 765-788, March.

Bessonovs, A. (2015). "Suite of Latvia's GDP forecasting models". *Latvijas Banka*. Working paper 1/2015

Bontemps, Christophe, and Grayham E Mizon. "Encompassing: Concepts and Implementation." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 70 (2008): 721-50.

Bouwman, K. y Jacobs, J., (2011). "Forecasting with real-time macroeconomic data: The ragged-edge problem and revisions," *Journal of Macroeconomics*, vol. 33(4), pages 784-792.

Box, G y Jenkins, G. (1976). "Time Series Analysis: Forecasting and Control" (2nd ed.). San Francisco, CA: Holden-Day.

Brum, C y Rodríguez, H. (2016). "Modelos Puente para proyectar el PIB en el corto plazo. Enfoque sectorial". Documentos de trabajo del Banco Central de Uruguay 010-2016

Castle, J, Doornik, J, Hendry, D. y Pretis, F. (2015). "Detecting Location Shifts During Model Selection by Step-Indicator Saturation." *Econometrics* 3, no. 2 (2015): 240-64.

Clemen, R. (1987). "Combining overlapping information". *Management Science*, vol. 33, issue 3, pp. 373-380.

Cobb, M. (2020). "Aggregate density forecasting from disaggregate components using Bayesian VARs", *Empirical Economics*, January 2020, Volume 58, Issue 1, pp 287–312

Cobb, M., Echavarría, G., Filippi, P., García, M., Godoy, C., Gonzalez W., Medel, C. y Urrutia, M. (2011). "Short-Term GDP Forecasting Using Bridge Models: a Case for Chile", *Documentos de Trabajo N° 626*, Banco Central de Chile, Mayo 2011.

Cobb, M., Echavarría, G. y Jara, M. (2013), "Series históricas del PIB y componentes del gasto, 1986-2008", *Estudios Económicos Estadísticos N° 96*, Banco Central de Chile

Diebold, F. y Pauly, P. (1987). "Structural change and the combination of forecast". *Journal of forecasting*, vol. 6, issue 1, pp. 21-40.

Doornik, J.A. (2009) "Autometrics." Chap. 4 In Castle and Shephard, the Methodology and Practice of Econometrics: A Festschrift in Honour of David F. Hendry., 88-121: Oxford University Press, 2009.

- Doornik, J. y , Hendry, D. (2016). "Outliers and Model Selection: Discussion of the Paper by Søren Johansen and Bent Nielsen." *Scandinavian Journal of Statistics* 43, no. 2 (2016): 360-65.
- Gomez, V. y A. Maravall (2001). Automatic modeling methods for univariate series. In D. Pena, G. C. Tiao, and R. S. Tsay (Eds.), *A Course in Time Series Analysis*. New York, NY: J. Wiley and Sons.
- Gonzalez, W. (2012), "Un Gran VAR Bayesiano para la Economía Chilena" *Revista de análisis económico*, Vol. 27, N° 2, pp.75-119.
- Granger, C. (2001). "Seasonality: Causation, Interpretation and Implications". In E. Ghysels, N. Swanson, & M. Watson (Eds.), *Essays in Econometrics: Collected Papers of Clive W. J. Granger* (Econometric Society Monographs, pp. 121-146). Cambridge: Cambridge University Press.
- Ghysels E, Santa-Clara P, Valkanov R. (2004). The MIDAS touch: mixed data sampling regression models. Mimeo, Chapel Hill, NC.
- Ghysels E. (2013), *Matlab Toolbox for Mixed Sampling Frequency Data Analysis using MIDAS Regression Models, Version 5.0*
- Guerrero, S., R. Luengo, P. Pozo y S. Rébora (2012), "Nuevas series de Cuentas Nacionales encadenadas: Métodos y fuentes de estimación" *Estudios Económicos Estadísticos* N.º 90 - Marzo 2012, Banco Central de Chile
- Hendry, D., and Clements, M. (2004). "Pooling of Forecasts." *Econometrics Journal*, 7(1), 1-31.
- Hendry, David F, Massimiliano Marcelino, and Grayham E Mizon. "Encompassing." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 70 (2008): s1.
- Hubrich, K. and F. Skudelny (2017). Forecast combination for euro area inflation: a cure in times of crisis? *Journal of Forecasting* 36 (5), 515–540.
- Koop, G y Korobilis, D, (2010), "Bayesian Multivariate Time Series Methods for Empirical Macroeconomics", *Foundations and Trends in Econometrics*, 3, issue 4, p. 267-358
- Koop, G. y Korobilis, D. (2013). "Large time-varying parameter VARs," *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 177(2), pages 185-198.
- Kwiatkowski, D.; Phillips, P. C. B.; Schmidt, P.; Shin, Y. (1992). "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root". *Journal of Econometrics*. 54 (1–3): 159–178.
- Marcellino, M. y Schumacher, C. (2010), "Factor MIDAS for Nowcasting and Forecasting with Ragged-Edge Data: A Model Comparison for German GDP*". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 72: 518-550.
- Peña, D, Tiao, G, y Tsay, R. "A Course in Time Series Analysis". Vol. 322: John Wiley
- Rodríguez, H. (2014). "Un indicador de la evolución del PIB uruguayo en tiempo real". *Revista economía*, Vol. 21, N° 2, Noviembre 2014. ISSN: 0797-5546
- Stark, T y Croushore, D. (2002). "Forecasting with a Real-Time Data Set for Macroeconomists". *Journal of Macroeconomics* 24 (December): 507–31
- Stock, J y Watson, M. (1999). "A Comparison of Linear and Nonlinear Univariate Models for Forecasting Macroeconomic Time Series". In: *Cointegration, Causality, and Forecasting: A Festschrift in Honour of Clive W. J. Granger*. Ed. by R. F. Engle and H. White, Oxford University Press, pp. 1–44.

Stock J, y Watson MW (2002). Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. *Journal of Business and Economic Statistics*. 2002;20 (2) :147–162.

Timmermann, A. (2006). "Forecast Combinations." *Handbook of Economic Forecasting, Volume 1*, Edited by Graham Elliott, Clive W.J. Granger and Allan Timmermann.

U.S. Census Bureau (2017), X-13ARIMA-SEATS Reference Manual, Version 1.1, Time Series Research Staff, Center for Statistical Research and Methodology, U.S. Census Bureau, Washington, January 18, 2017

6. Anexo

6.1 Tablas

Tabla 2: Variables Explicativas

Variable	Fuente	Rezago (meses)	Revisión	Variable	Fuente	Rezago (meses)	Revisión
BVAR:							
Bloque medular:				Bloque financiero y de comercio exterior:			
IMACEC	BCCh	1	1	Tasa nominal 30 a 89 días	BCCh	0	0
IPC	INE	0	0	Tasa real 90 días a 1 año	BCCh	0	0
Tasa de política monetaria	BCCh	0	0	Tasa nominal 90 días a 1 año	BCCh	0	0
Tipo de cambio real	BCCh	1	0	Tasa real 1 a 3 años	BCCh	0	0
Generación eléctrica	Coordinador	0	0	Tasa nominal 1 a 3 años	BCCh	0	0
Bloque internacional:				Bloque financiero y de comercio exterior:			
BALTIC index	Bloomberg	0	0	Tasa real 3 años o más	BCCh	0	0
Índice de precios externo	BCCh	1	0	Tasa nominal 3 años o más	BCCh	0	0
BROAD index	Bloomberg	0	0	IPSA	Bloomberg	0	0
FEDFUNDS	Bloomberg	0	0	BBA AAA	Bloomberg	0	0
Precio petróleo WTI	Bloomberg	0	0	VIX	Bloomberg	0	0
Precio cobre LME	Bloomberg	0	0	DÓLAR index	Bloomberg	0	0
Bloque de precios y actividad sectorial:				Bloque financiero y de comercio exterior:			
IPCSAE	INE	0	0	Tipo de cambio nominal	BCCh	0	0
Bienes	INE	0	0	Tipo de cambio multilateral	BCCh	0	0
Bienes_SAE	INE	0	0	LIBOR	Bloomberg	0	0
Servicios	INE	0	0	Colocaciones			
Servicios_SAE	INE	0	0	Consumo	BCCh	1	0
Actividad económica mensual sectorial				Comercio exterior	BCCh	1	0
Agropecuaria-silvícola	BCCh	1	1	Vivienda	BCCh	1	0
Pesca	BCCh	1	1	Comercial	BCCh	1	0
Minería	BCCh	1	1	Privado	BCCh	1	0
Industria Manufacturera	BCCh	1	1	Personas	BCCh	1	0
Electricidad, gas, agua y gestión de desechos	BCCh	1	1	Empresas	BCCh	1	0
Construcción	BCCh	1	1	Circulante	BCCh	1	0
Comercio	BCCh	1	1	M1	BCCh	1	0
Restaurantes y hoteles	BCCh	1	1	M2	BCCh	1	0
Transporte	BCCh	1	1	M3	BCCh	1	0
Comunicaciones y servicios de información	BCCh	1	1	Exportaciones nominales			
Servicios financieros	BCCh	1	1	Totales	BCCh	0	1
Servicios empresariales	BCCh	1	1	Minería	BCCh	0	1
Servicios de vivienda e inmobiliarios	BCCh	1	1	Cobre	BCCh	0	1
Servicios personales	BCCh	1	1	Agro-silvícola	BCCh	0	1
Administración pública	BCCh	1	1	Industriales	BCCh	0	1
Impuesto al valor agregado	BCCh	1	1	Importaciones nominales			
Derechos de Importación	BCCh	1	1	Totales	BCCh	0	1
Recursos Naturales	BCCh	1	1	Consumo	BCCh	0	1
Resto	BCCh	1	1	Intermedio	BCCh	0	1
				Capital	BCCh	0	1
				Petróleo	BCCh	0	1
				Combustibles	BCCh	0	1
				Intermedio sin combustibles	BCCh	0	1
Adicionales Bridge Models y MIDAS:							
IMCE	Icare	0	0	IACM	INE	1	1
IPEC	GfK Adimark	0	0	IACM durable	INE	1	1
Tasa de Desempleo	INE	1	0	Índice de Riesgo Local	BCCh	1	0
IGPA	Bloomberg	0	0				

6.2 Detalles técnicos de los modelos

6.2.1 BVAR bayesiano a la Banbura *et al.* (2010)

Para un VAR que incluye más que solo unas pocas variables, puede ser difícil o imposible obtener estimaciones precisas de los coeficientes en un ambiente sin restricciones. Banbura *et al.* (2010) proponen una forma eficiente de hacerlo. Siguiendo con la notación y la exposición en Koop y Korobilis (2010), el VAR de modelo de orden p se puede escribir como:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p A_j Y_{t-j} + \varepsilon_t$$

donde Y_t para $t=1, \dots, T$ es un vector $M \times 1$ que contiene observaciones sobre M variables de series de tiempo, ε_t es un vector de errores $M \times 1$ que se asume que son *i. i. d.* $N(0, \Sigma)$, α_0 es un vector de intercepto de $M \times 1$ y A_j es una matriz de coeficientes $M \times M$.

Una forma de escribir el VAR en forma matricial es $Y = XA + E$ donde $Y = (y_1', y_2', \dots, y_T)'$, $x_t = (1, y_{t-1}', \dots, y_{t-p}')$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_T)'$, $A = (\alpha_0, A_1, \dots, A_p)'$ y E corresponde a los errores. Entonces, las estimaciones MCO para A y Σ están dados por:

$$\hat{A} = (X'X)^{-1}X'Y \text{ y } S = \frac{1}{(T-M_p-1)}(Y - X\hat{A})'(Y - X\hat{A})$$

El VAR también puede escribirse como:

$$y = (I_M \otimes X)\alpha + \varepsilon$$

donde y es un vector $M \times 1$ que rescata todas las T observaciones de la primera variable dependiente, luego todas las T observaciones de la segunda variable dependiente y así sucesivamente. Esta notación es útil dado que la función de verosimilitud puede derivarse de la densidad de la muestra y dividirse en dos partes: $\alpha | \Sigma, y \sim N(\hat{\alpha}, \Sigma \otimes (X'X)^{-1})$ y $\Sigma^{-1} | y \sim W(S^{-1}, T - M(p + 1) - 2)$

donde $\hat{\alpha} = \text{vec}(\hat{A})$ y W es la distribución Wishart.

Para la regularización se elige la Minnesota Prior que es particularmente atractiva debido a su simplicidad y que se caracteriza por una posterior analítica. En el contexto de la última ecuación presentada, la simplificación más grande implica reemplazar el Σ desconocido por un $\hat{\Sigma}$ estimado, haciendo que solo sea necesario proveer un prior para α . En su implementación original, simplifica aún más las cosas asumiendo que Σ es diagonal. En este caso, cada elemento de la diagonal de $\hat{\Sigma}$, eso es $\hat{\sigma}_{ii}$, puede encontrarse estimando cada ecuación del VAR separadamente y estableciendo $\hat{\sigma}_{ii}$ igual a la estimación MCO del error de la varianza de la i -ésima ecuación.

El prior para α , por otro lado, se asume que es $\alpha \sim N(\alpha, V)$ doonde α esta dado por un vector (1) con:

$$A = \begin{cases} \delta_i, & j = i, k = 1 \\ 0, & \text{otros} \end{cases}$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{para variables persistentes} \\ 0, & \text{otros} \end{cases}$$

siendo k el número de rezagos y siendo que V está dado por:

$$V = \begin{cases} \frac{\gamma^2}{k^2}, & j = i \\ \vartheta \frac{\gamma^2 \sigma_i^2}{k^2 \sigma_j^2}, & \text{otros} \end{cases}$$

Aquí, el hiper parámetro γ controla “the overall tightness” de la distribución prior alrededor del “random walk” o del ruido blanco, estableciendo la importancia relativa de la información que se encuentra contenida en los datos con respecto a las creencias previas (prior beliefs). Para $\gamma = 0$ los datos no influyen las estimaciones, significando que el posterior es equivalente al prior. Para $\gamma = \infty$ el posterior depende solo de los datos y toda creencia previa queda descartada. El factor $\frac{1}{k^2}$ es la tasa a la cual varianza prior decrece con el aumento de la distancia del rezago y $\frac{\sigma_i^2}{\sigma_j^2}$ da cuenta de las distintas escalas y variabilidad de los datos. El coeficiente $\vartheta \in (0,1)$ baja el peso de los rezagos de otras variables relativas a su propio rezago. Considerando todo esto, el posterior para α tiene la forma $\alpha|y \sim N(\alpha, V)$ donde $\alpha = V[V^{-1}\alpha + (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes X)'y]$ y $V = [V^{-1} + (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes (X'X))]^{-1}$

La forma de calcular un ajuste comparable no es evidente. Banbura et.al (2010) lo definen basados en el error cuadrático medio del error dentro de muestra a un periodo. En particular, con el MSFE para los periodos T_0 a T_1 , la variable i , horizonte h , m usando el VAR con m variables y siendo el “overall tightness” de γ igual a:

$$MSFE_{T_0, T_1}^{(i, h, \gamma, m)} = \frac{1}{T_1 - T_0 + 1} \sum_{t=T_0}^{T_1} (\gamma, m |y_{i, t+h} |t - y_{i, t+h})^2$$

donde $\gamma, m |y_{i, t+h} |t$ es el valor proyectado para $t+h$ en el tiempo t y T_0 es el último periodo de datos reales en la primera muestra usada para la evaluación y T_1 es el último periodo de datos reales en la última muestra. Definen el ajuste general del modelo como:

$$fit^{\gamma, m, n} = \frac{1}{n} \frac{MSFE_{T_0, T_1}^{(i, h, \gamma, m)}}{MSFE_{T_0, T_1}^{(i, h, 0, m)}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sum_{t=p}^{T_0-1} (Y_{i, t+1}^{(\gamma, m)} |t - y_{i, t+1})^2}{\sum_{t=p}^{T_0-1} (Y_{i, t+1}^{(0, m)} |t - y_{i, t+1})^2} \right]$$

donde n es el número de variables de interés.

Aquí, $\gamma = 0$ es igual para todas las especificaciones, por lo tanto, dividiéndolo por el MSFE normaliza todas las medida por este modelo “naive” compensando las diferencias en escala de las series a través de las variables. El ajuste general es un promedio de todas las variables de interés de un MSFE estandarizado un paso adelante dentro de la muestra.

6.2.2 Factores dinámicos siguiendo Stock y Watson (2002)

Seguendo la presentación de Stock y Watson 2002, la idea de su modelo es que una variable de interés, y_{t+1} , y un conjunto de variables explicativas, X_{it} , admiten una representación de modelo de factor dinámico con \bar{r} factores dinámicos en común f_t ,

$$y_{t+1} = \beta(L)f_t + \gamma(L)y_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$X_{it} = \lambda_i(L)f_t + e_{it}$$

Para $i=1, \dots, N$, donde $e_t = (e_{1t}, \dots, e_{Nt})'$ es el $N \times 1$ ruido idiosincrático y $\lambda_i(L)$ y $\beta(L)$ son los polinomios de rezagos de L . Se asume que $E(\varepsilon_{t+1} | f_t, y_t, X_t, f_{t-1}, y_{t-1}, X_{t-1}) = 0$. Por lo tanto, si $\{f_t\}$, $\beta(L)$ y $\gamma(L)$ fueran conocidos, el mínimo error cuadrático medio de la proyección de y_{t+1} sería $\beta(L)f_t + \gamma(L)y_t$.

Para la aplicación empírica, sin embargo, se asume que los polinomios de rezagos $\lambda_i(L)$, $\beta(L)$, y $\gamma(L)$ se modelan de tal forma que tengan ordenes finitos de q máximo, significando que $\lambda_i(L) = \sum_{j=0}^q \lambda_{ij}L^j$ y $\beta(L) = \sum_{j=0}^q \beta_jL^j$. Con esto, el modelo puede escribirse como:

$$y_{t+1} = \beta'F_t + \gamma(L)y_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$X_t = \Lambda F_t + e_t$$

Donde $F_t = (f_t', \dots, f_{t-q}')$ es $r \times 1$, donde $r \leq (q+1)\bar{r}$, la i -ésima fila de Λ en su respectiva ecuación es $(\lambda_{i0}, \dots, \lambda_{iq})$, y $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_q)'$. Este supuesto permite que los factores pueden estimarse usando componentes principales.

6.2.3 VAR Bayesianos de componentes con coeficientes variables

Koop y Korobilis (2013) formulan el problema en espacio-estado como:

$$y_t = X_t\beta_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \Sigma_t)$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_t \quad u_t \sim i.i.d. N(0, Q_t)$$

Donde ε_t y u_t son independientes uno del otro para todos sus rezagos. Para reducir la carga computacional, ellos reemplazan Σ_t y Q_t por estimaciones que pueden cambiar en el tiempo.

La forma en que implementan esto es por medio del uso de factores de olvido (*forgetting factors*). Para permitir el cambio de los parámetros en el tiempo, notan que Q_t sólo aparece en el paso predictivo del filtro de Kalman por lo que lo reemplazan por $(\lambda^{-1} - 1)V_{t-1|t-1}$ donde $V_{t-1|t-1}$ es la varianza de $\beta_{t-1}|y_{t-1}$. Para modelar volatilidad hacen $\hat{\Sigma}_t = \kappa\hat{\Sigma}_{t-1} + (1 - \kappa)\hat{\varepsilon}_t\hat{\varepsilon}_t'$ siendo $\hat{\varepsilon}_t = y_t - X_t\beta_{t|t-1}$.

El problema lo resuelven recursivamente partiendo desde las condiciones iniciales de acuerdo a los siguientes pasos:

1. Predicción: $\beta_{t|t-1} = \beta_{t-1|t-1}$ y $V_{t|t-1} = \frac{1}{\lambda}V_{t-1|t-1}$
2. Actualización:
 - $\hat{\varepsilon}_t = y_t - X_t\beta_{t|t-1}$
 - $\hat{\Sigma}_t = \kappa\hat{\Sigma}_{t-1} + (1 - \kappa)\hat{\varepsilon}_t\hat{\varepsilon}_t'$
 - $\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + V_{t|t-1}X_t'(\hat{\Sigma}_t + X_tV_{t|t-1}X_t')^{-1}\hat{\varepsilon}_t$
 - $V_{t|t} = V_{t|t-1} - V_{t|t-1}X_t'(\hat{\Sigma}_t + X_tV_{t|t-1}X_t')^{-1}X_tV_{t|t-1}$

Para la estimación de los parámetros del BVAR usan una *prior* Normal con una media cero y varianza diagonal donde los componentes de la diagonal están dados por γ/r^2 para el coeficiente del rezago r .

Con esto el comportamiento del modelo queda determinado por los tres hiperparámetros: λ , κ y γ . Como una alternativa a fijarlos subjetivamente, Koop y Korobilis (2013) desarrollan un algoritmo para elegir cualquiera de ellos a partir de los datos. Formulan el problema como uno de elegir la especificación con la mayor probabilidad de ser la apropiada de un conjunto de modelos alternativos con las mismas variables explicativas pero distintos valores para los hiperparámetros. Esto lo hacen implementando Selección Dinámica de Modelos (DMS).

<p>Documentos de Trabajo Banco Central de Chile</p> <p>NÚMEROS ANTERIORES</p> <p>La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica:</p> <p>www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc.</p> <p>Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de Ch\$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: +56 2 26702231 o a través del correo electrónico: bcch@bcentral.cl.</p>	<p>Working Papers Central Bank of Chile</p> <p>PAST ISSUES</p> <p>Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from:</p> <p>www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper.</p> <p>Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for order inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: +56 2 26702231 or by email: bcch@bcentral.cl.</p>
---	--

DTBC – 869

Over-indebtedness in Households: Measurement and Determinants

Rodrigo Cifuentes, Felipe Martínez

DTBC – 868

A TNT DSGE Model for Chile: Explaining the ERPT

Mariana García-Schmidt, Javier García-Cicco

DTBC – 867

The impact of macroprudential policies on industrial growth

Carlos Madeira

DTBC – 866

Semi-Structural Forecasting Model

Francisco Arroyo Marioli, Francisco Bullano, Jorge Fornero, Roberto Zúñiga

DTBC – 865

Speculation-Driven Business Cycles

Saki Bigio, Eduardo Zilberman

DTBC – 864

Price Rigidity and the Granular Origins of Aggregate Fluctuations

Ernesto Pasten, Raphael Schoenle, Michael Weber

DTBC – 863

Welfare Effects of Fiscal Procyclicality: Public Insurance with Heterogeneous Agents

Alvaro Aguirre

DTBC – 862

Análisis de Sentimiento Basado en el Informe de Percepciones de Negocios del Banco Central de Chile

María del Pilar Cruz, Hugo Peralta, Bruno Ávila

DTBC – 861

Unequal Political Business Cycles: Inequality, Policy Uncertainty and the Macroeconomy

Alvaro Aguirre

DTBC – 860

Proyección de Inflación en Chile con Métodos de Machine Learning

Felipe Leal, Carlos Molina, Eduardo Zilberman

DTBC – 859

A note on currency-hedging

Rodrigo Alfaro, Natan Goldberger

DTBC – 858

Multimarket Contact in Banking Competition in The United States

David Coble

DTBC – 857

Immigration in Emerging Countries: A Macroeconomic Perspective

Agustín Arias, Juan Guerra-Salas

DTBC – 856

Saving Rates in Latin America: A Neoclassical Perspective

Andrés Fernández, Ayşe Imrohoroğlu, Cesar Tamayo

DTBC – 855

Returns to Work Experience in Chile

Rosario Aldunate



BANCO CENTRAL
DE CHILE

DOCUMENTOS DE TRABAJO • Abril 2020