

Banco Central de Chile  
Documentos de Trabajo

Central Bank of Chile  
Working Papers

N° 73

Junio 2000

## **AJUSTE ESTACIONAL E INTEGRACIÓN EN VARIABLES MACROECONÓMICAS**

Raimundo Soto

---

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: [bcch@condor.bcentral.cl](mailto:bcch@condor.bcentral.cl)

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>. Hard copy versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or email: [bcch@condor.bcentral.cl](mailto:bcch@condor.bcentral.cl)



**BANCO CENTRAL DE CHILE**

**CENTRAL BANK OF CHILE**

La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate de tópicos relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo, como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su(s) autor(es) y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analysis. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile  
Working Papers of the Central Bank of Chile  
Huérfanos 1175, primer piso.  
Teléfono: (56-2) 6702475 Fax: (56-2) 6702231

## AJUSTE ESTACIONAL E INTEGRACIÓN EN VARIABLES MACROECONÓMICAS

Raimundo Soto  
Economista Senior  
Gerencia de Investigación Económica  
Banco Central de Chile

### Resumen

Resulta evidente la importancia que tiene para las decisiones de política económica poder separar aquellos movimientos seculares en las variables económicas de sus componentes estacionales, tanto para interpretar los datos de la coyuntura como para evaluar el efecto de las políticas mediante modelos econométricos. Pese a su importancia, usualmente se considera que la estacionalidad no es más que un ruido molesto que debe ser retirado de las series antes de proceder a su análisis. Remover la estacionalidad, sin embargo, no resulta trivial. Este trabajo demuestra que los actuales métodos de ajuste estacional no pueden ser considerados una simplificación inocente de los datos sin pérdida de información. Técnicas modernas de análisis de estacionalidad sugieren, además, que ellos podrían distorsionar de manera importante nuestra visión sobre la evolución de la economía y el impacto que tienen los instrumentos de políticas. En particular, los resultados de este estudio sugieren que muchas variables macroeconómicas presentan estructuras dinámicas muy diferentes de las usualmente supuestas, caracterizadas por la presencia de raíces unitarias en frecuencias bi-anales y trimestrales. Ello sugiere que el análisis y la simulación de la coyuntura y las políticas económicas que usualmente se hace con series desestacionalizadas sea cuidadosamente complementado con un análisis equivalente para las variables originales.

### Abstract

The importance of separating secular from seasonal movements in macroeconomic data cannot be understated. For policy purposes, filtering the data is of paramount importance both to analyse macroeconomic fluctuations and to model and quantify the responses of the economy to policy shocks. Despite its importance, seasonality is usually considered at best a nuisance that must be removed from the data before its use. Removing seasonal components is, however, not a trivial task. This paper presents evidence that popular methods to remove seasonality are not harmless procedures and that important information is lost in the filtering of the series. Modern techniques suggest, moreover, that these methods alter our understanding of the relationship among macroeconomic variables and in response to policy shocks. In particular, econometric results suggest that most variables present unit roots not only in their long-run component but also at semi-annual and seasonal frequencies. Consequently, the analysis and simulation of policy models undertaken with seasonally adjusted data should be carefully complemented with the analysis of non-filtered data.

---

Agradezco a Matías Tapia su apoyo en la sección econométrica y los excelentes comentarios de un árbitro anónimo. Las opiniones expresadas en este trabajo no comprometen al Banco Central.  
Email: [rsotom@condor.bcentral.cl](mailto:rsotom@condor.bcentral.cl)

## 1. Introducción

Es común encontrar en variables económicas el fenómeno de estacionalidad, es decir, el movimiento intra-anual sistemático –aunque no necesariamente regular– de la serie de tiempo que representa una variable económica (Maddala, 1977; Hylleberg, 1992). Existe un largo, y aún inconcluso, debate sobre la conveniencia de modelar la economía usando variables originales o desestacionalizadas. Hansen y Sargent (1993) defienden la idea que agentes racionales toman decisiones en base a datos sin desestacionalizar y que remover la estacionalidad implica, en el mejor de los casos, eliminar información que podría ser útil para estimar los parámetros de un modelo. Sims (1993), por el contrario, apoya la idea opuesta; resulta preferible usar datos desestacionalizados por cuanto en el proceso de ajustar un modelo a los datos originales, se corre el riesgo de darle demasiada importancia a capturar efectos estacionales –que en sí son secundarios– en desmedro de una mejor parametrización de las características principales del modelo.

A pesar de lo importante que resulta este debate, la mayor parte de los investigadores prefiere usar datos desestacionalizados. La justificación sería que, si bien estos movimientos son anticipables, típicamente éstos no están directamente relacionados al objetivo del estudio y, por lo tanto, no resulta necesario modelarlos explícitamente en el análisis. Por ejemplo, al estudiar los determinantes de la producción agrícola se incluyen variables que representen las condiciones climáticas pero no se hace un modelo que explique la variabilidad del clima.

Para enfrentar el problema de estacionalidad, tradicionalmente los investigadores han ocupado series corregidas por algún organismo o han debido realizar su propio ajuste por estacionalidad. Entre los métodos más comunes están el uso de variables mudas estacionales y el método de promedios móviles, que incluye desde la variación en  $x$ -periodos hasta el ARIMA  $X-11$ . Esta última es la metodología más popular tanto porque su nivel de desarrollo analítico es superior, como porque viene implementada como una opción sencilla de usar en muchos programas econométricos.

Pese a su popularidad, las metodologías tradicionales tienen grandes limitaciones. Implícitamente, ellas suponen que la o las variables que se desea analizar cumplen determinadas propiedades estadísticas, las que usualmente no son verificadas previamente con los datos. Algunas técnicas suponen que los factores estacionales son determinísticos en tanto que otras asumen que éstos son estocásticos y estacionarios. En general, estas metodologías requieren que las series originales son estacionarias para estimar adecuadamente los componentes estacionales.<sup>1</sup> Inadvertidamente, algunos métodos imponen estructuras dinámicas que las series no necesariamente poseen (p.e., la variación en  $x$ -periodos). Cuando dichas propiedades no se verifican, las metodologías de remoción del componente estacional entregan series filtradas que presentan fuertes distorsiones y que pueden llevar a mala especificación en modelos o a conclusiones equivocadas cuando éstas se usan para hacer tests de hipótesis.

Más allá de las limitaciones técnicas de los distintos métodos de desestacionalización, existe una razón más profunda para investigar el comportamiento estacional de las principales variables macroeconómicas que se relaciona con nuestro conocimiento de las fuentes y efectos de las fluctuaciones de la economía. Beaulieu y Miron (1995) señalan que, en ocasiones, el estudio de los componentes estacionales puede convertirse en una importante herramienta para comprender la estructura de los ciclos económicos. La razón fundamental para ello es que el estudio de ciclos requiere imponer condiciones de identificación sobre los shocks (transitorios, permanentes) que afectan a la variable de interés, de la misma manera que se hace para distinguir en un mercado cualquiera los shocks de oferta y demanda. Según estos autores, resulta más creíble imponer dichas restricciones sobre los componentes estacionales que sobre los componentes fundamentales.

Este trabajo presenta una revisión crítica de las prácticas comunes de desestacionalización a la luz de la literatura moderna sobre ajustes estacionales. El objetivo es presentar el problema de la remoción de componentes estacionales a un nivel relativamente simple, identificando las ventajas y desventajas de los distintos métodos de ajuste estacional, e introducir las nuevas tecnologías de modelación y filtrado de componentes estacionales. La literatura moderna de series de tiempo

---

<sup>1</sup> Es común la confusión, por homofonía, de los conceptos de estacionalidad con estacionariedad. En la sección 3 se discuten las profundas diferencias entre ellos.

estacionales provee importantes elementos de juicio para comprender las implicancias que tiene la presencia de componentes estacionales y para entender y modelar la evolución de las variables macroeconómicas.

Existen pocos trabajos realizados para estudiar el fenómeno de estacionalidad en variables macroeconómicas en Chile. A principios de los años 1990, el INE realizó algunos estudios sobre la aplicación del ARIMA X-11 al IPC (ver Guardia y Pérez, 1991 y 1992; Marshall y Pérez, 1991). Recientemente, el estudio de Marshall (2000) presenta y aplica la metodología del ARIMA X-12 a las once principales variables macroeconómicas chilenas.

En este trabajo se ilustra los problemas del análisis de estacionalidad para 15 de las principales series macroeconómicas en el período 1983-1999 en frecuencia trimestral. El estudio no pretende ser un examen exhaustivo del tema sino proveer una descripción de los problemas de la remoción de estacionalidad y sugerir nuevas evidencias al respecto que podrían ser de utilidad para la modelación de las variables económicas. En este sentido, es importante realizar un análisis complementario a este estudio con datos mensuales para contar con una perspectiva detallada de la manera como la estacionalidad afecta o potencia el análisis económico.

Entre las principales conclusiones se encuentra que, en general, *no existe evidencia que sustente la remoción de estacionalidad por el método de variación en  $x$  periodos*. Además de la presencia de raíces unitarias anuales, se encuentra que en muchas variables existe evidencia de una raíz unitaria semestral o trimestral. Este es un resultado inédito con implicancias potencialmente complejas para la modelación pues señala la presencia de ciclos en las frecuencias semestrales y trimestrales que la mayoría de los modelos no considera en forma alguna.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 de este trabajo describe los métodos más comunes (y a la vez limitados) para modelar los componentes estacionales de una variable económica y para removerlos con el fin de obtener series desestacionalizadas: el método de regresión para estacionalidad determinística y la metodología X-11 de promedios móviles. La sección 3 presenta las metodologías de análisis de estacionalidad estocástica que se concentra en métodos uniecuacionales. La sección 4 recoge las conclusiones.

## 2. Metodologías de Remoción de Estacionalidad para Variables Estacionarias

En esta sección consideramos las dos principales metodologías de remoción de la estacionalidad que parten de la base que las series son estacionarias: el método de las variables mudas (*dummies*) y la metodología X-11<sup>2</sup>. Estas son las metodologías más antiguas y, pese a ser aún populares, son limitadas e imponen fuertes restricciones a la naturaleza estocástica de las series y de la estacionalidad.

### 2.1 Método de Regresión

Esta es, probablemente, la manera más simple de remover componentes estacionales. No obstante es la que impone mayores restricciones sobre las características que debe cumplir el fenómeno de estacionalidad. En el método de regresión se utiliza una serie de variables mudas para capturar los efectos estacionales:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \dots + \beta_k D_k + \gamma_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde cada variable  $D_i$  toma valores 1 en el periodo que ésta representa (p.e., enero de cada año) y cero en cualquier otro periodo. El modelo (1) puede ser extendido para incluir otras variables explicativas o un proceso más complejo –aunque estacionario– para el error (p.e., un ARMA).

En la medida que los coeficientes  $\beta_i$  sean estadísticamente significativos, habrán componentes estacionales. Consecuentemente, la serie desestacionalizada  $y_t^*$  se calcula como:

$$y_t^* = y_t - \hat{\beta}_1 D_1 - \dots - \hat{\beta}_k D_k \quad (2)$$

donde  $\hat{\beta}_i$  son los parámetros estimados para cada componente estacional que resulten significativos.

---

<sup>2</sup> La metodología de la variación en x-periodos implícitamente supone que la serie es no estacionaria –al menos en el componente estacional– por lo que su descripción se incorpora en la sección 3.

Como resulta evidente, al modelar la estacionalidad de esta manera se asume (y de hecho se fuerza) a que el efecto estacional sea determinístico, es decir que en cada año el cambio en la variable por razones estacionales sea exactamente el mismo. Ello no es un supuesto adecuado para muchas de las variables económicas debido a que el comportamiento estacional se determina por numerosas y muy heterogéneas fuentes, lo que sugiere que éste sea modelado como una variable aleatoria.

El uso de dummies para modelar estacionalidad en un análisis de regresión presenta el problema de inducir correlaciones espúreas entre las variables (Abeyasinghe, 1994a), en tanto que su uso para predecir variables en modelos de series de tiempo (p.e., ARIMA, VAR) produce predicciones fuera de muestra que son de peor calidad que las que se obtienen de otros métodos (X-11 o la variación en x-periodos), en especial en modelos multivariados (Abeyasinghe, 1994b).

No obstante, este método satisface algunas características que son deseables en cualquier método de remoción de estacionalidad: que se preserve el promedio de la serie original, que los componentes estacionales sean ortogonales entre si, y que al aplicar el método a la serie desestacionalizada no se obtengan nuevos factores estacionales (idempotencia).

Los resultados de la aplicación de este método a las 15 variables seleccionadas se presenta en el Cuadro 1. El análisis se ha hecho en base a la ecuación 1, la que fue complementada con una tendencia determinística y un proceso AR(1) para controlar la autocorrelación de residuos cuando resultó necesario. Se reportan los resultados solamente de aquellos coeficientes que resultaron significativos al 95%.

Cuadro 1  
Estimación de Componentes Estacionales con el Método de Variables Mudadas  
1983.1-1999.3

Variable	Trimestre I	Trimestre II	Trimestre III	Constante	Tendencia	AR1	R <sup>2</sup>
PIB real	0.045	0.020	-0.025	12.980	0.018	0.780	0.990
Consumo real	-0.039	-0.039	-0.021	12.570	0.018	0.868	0.996
Inflación	-0.019	-0.012	-0.012	0.091	-0.001	0.270	0.604
M1A nominal	0.085	0.055				1.008	0.998
M1A real	0.093	0.064		2.705	0.022	0.743	0.988
M2 nominal	0.026			3.903	0.075	1.038	0.999
M2 real	0.032	0.015		3.460	0.031	0.712	0.998
Tasa Captación nom	-0.348		-0.171	1.287	-0.014	0.432	0.556
Tasa Captación real	-0.343		-0.170	1.245	-0.013	0.433	0.560
Tasa Colocación nom	-0.234		-0.126	1.535	-0.013	0.477	0.660
Tasa Colocación real	-0.230		-0.124	1.505	-0.013	0.478	0.660
Tasa Desempleo	0.115	0.085	0.081			0.975	0.928
Términos Intercambio				4.780		0.947	0.995
Tipo de Cambio Nom.		-0.021		5.577		0.947	0.995

Nota: todas las variables están en logaritmos, excepto las variables en tasas.

Como se puede ver, la mayoría de las variable presenta evidencia de componentes estacionales, en particular en el trimestre I y posiblemente en el IV (representado por la constante). Es notable que el tipo de cambio no presente evidencia de estacionalidad y que las variables monetarias presenten el mismo patrón estacional en términos nominales y reales. Sin embargo, como se discute en la sección 3, estas regresiones están sujetas a problemas de correlación espúrea y mala especificación (como puede verse claramente en aquellos casos en los cuales el parámetro del AR1 es cercano a 1), cosa que sucede en varias de las series.

## 2.2 Método de los Promedios Móviles

El más conocido de los métodos de promedios móviles es el X-11 (y su versión más moderna, el ARIMA X-12) desarrollado por el US Bureau of the Census. El punto de partida de la metodología es el teorema de Wold que demuestra que cualquier serie de tiempo estacionaria puede ser descompuesta en tres componentes básicos: una tendencia determinística, un componente estacional, y un conjunto de innovaciones (Hamilton, 1994).

En líneas genéricas, la metodología se compone de dos partes que funcionan de manera independiente. El objetivo de la primera etapa es eliminar de la serie aquellas observaciones "extremas" que, de no ser eliminadas, podrían distorsionar la medición de los componentes estacionales. Para ello, se estima un modelo ARIMA que incluye regresores (dummies) para capturar efectos de eventos especiales (feriados, años bisiestos, etc.), observaciones atípicas (outliers), cambios de niveles de las series (quiebres), tendencia y un conjunto de dummies que operan como estimadores preliminares de la estacionalidad. El modelo ARIMA se escoge de modo tal que satisfagan varios requisitos, entre ellos un bajo error de predicción fuera de muestra, ausencia de correlación y estacionariedad de residuos. Una vez estimado el modelo ARIMA se realizan dos transformaciones a la serie original: (1) se reemplazan los valores extremos por valores filtrados eliminándose la posible distorsión, y (2) se predice un cierto número de periodos (típicamente 2 años) fuera de cada extremo de la muestra y se añaden los valores predichos a la serie original. El objetivo de esto último se describe a continuación.

En la segunda etapa se estiman los componentes estacionales por medio de promedios móviles. En una primera parte, se estima el componente de tendencia de la serie transformada en la etapa anterior utilizando los llamados promedios móviles de Henderson. El promedio móvil de Henderson es un promedio ponderado de manera decreciente de 3, 5, 7, ... observaciones centrado en la observación de interés, por lo que considera valores pasados y futuros. El número de observaciones es seleccionado automáticamente por el programa. En la segunda etapa, se estiman los componentes estacionales de la serie ajustada en la primera etapa a la cual se le han eliminado adicionalmente los componentes de tendencia. El papel que cumplen estas observaciones añadidas

es mejorar el cálculo de los componentes estacionales usando promedios móviles en los extremos de la muestra donde la información está truncada.

El procedimiento para datos trimestrales es el siguiente (para datos mensuales el procedimiento es análogo<sup>3</sup>):

- Se transforman los datos usando la técnica de Box y Cox (1964).
- Se filtran las series de la siguiente manera:  $x_t = \frac{[0.5y_{t+2} + y_{t+1} + y_t + y_{t-1} + 0.5y_{t-2}]}{4}$
- Se obtiene la serie  $r_t = \frac{y_t}{x_t}$
- Se calculan los índices estacionales,  $i$ , como el promedio de los valores de  $r$  estimados para cada trimestre (por ejemplo, para el primer trimestre se usan  $r_1, r_5, r_9, \dots$ ).
- Se normalizan los índices estacionales para preservar la media de la serie original de la siguiente manera:  $s_i = \frac{i_q}{\sqrt{i_1 i_2 i_3 i_4}}$
- Se obtiene la serie desestacionalizada como  $y_t^* = \frac{y_t}{s_i}$  y se verifica que la modelación es adecuada haciendo tests de especificación y de estacionalidad residual.

Aunque el método ARIMA X-11 es muy popular no está exento de limitaciones. En términos analíticos es fácil identificar algunas de sus debilidades. En primer lugar, el método produce en la mayor parte de las aplicaciones prácticas un filtro no lineal, porque en los subfiltros se utilizan

---

<sup>3</sup> La descripción supone que la estacionalidad es multiplicativa. El método X-11 permite estacionalidad aditiva, cuyo tratamiento es muy similar, solo que la remoción de la estacionalidad es  $y_t^* = y_t - s_i$ . Una descripción detallada se encuentra en Ladiray y Quenneville (1999).

promedios de Henderson con distinto número de rezagos determinados de manera endógena en función de la presencia de valores extremos en los datos (Ghysels y Perron, 1993). Ello, distorsiona las propiedades dinámicas de las series. Segundo, el filtro induce correlación en datos distantes producto del uso de promedios móviles de Henderson que no necesariamente existe en las series originales. Tercero, para varias clases de modelos el uso de un ARIMA para la predicción en las puntas de la muestra utilizando variables expresadas en logaritmos produce un sesgo sistemático hacia abajo en las series ajustadas por estacionalidad (Franses, 1997). La magnitud y sentido del sesgo dependen, desafortunadamente, de la estructura particular de cada modelo. Cuarto, el tratamiento de los componentes irregulares (por ejemplo, Semana Santa que cae en distintos días del mes de abril de cada año) no es necesariamente óptimo en esta metodología, favoreciéndose su remoción por métodos indirectos previos al filtrado de los datos con X-11 (Lee, 1998).

En el Cuadro 2 se presentan los resultados de aplicar la versión de ARIMA x-11 que contiene el programa econométrico E-Views 3.0 a las 15 series seleccionadas en este trabajo. En todos los casos, el procedimiento encuentra efectos estacionales estadísticamente significativos. Como se puede observar, el método selecciona componentes que son marcadamente diferente de los encontrados en el Cuadro 1. Nótese, por ejemplo, que la magnitud del efecto estacional en el caso de las variables monetarias es sustancialmente diferente al estimado por el método de dummies. Otro tanto se verifica en el caso de las tasas de interés –que ahora tienen un componente estacional que llega al 11% en el primer trimestre– y el tipo de cambio nominal que, a diferencia del Cuadro 1, tienen componentes estacionales.

Cuadro 2  
Estimación de Componentes Estacionales Promedio con el Método ARIMA X-11  
1983.1-1999.3

Variable	Trimestre I	Trimestre II	Trimestre III	Trimestre IV
PIB real	0.033	0.001	-0.036	0.002
Consumo real	-0.015	-0.023	0.019	0.019
Inflación	0.007	-0.002	0.000	-0.005
M1A nominal	0.042	0.011	-0.034	-0.019
M1A real	0.043	0.013	-0.033	-0.023
M2 nominal	0.007	0.000	-0.005	-0.002
M2 real	0.006	0.001	-0.002	-0.006
Tasa Captación nominal	-0.110	-0.030	0.018	0.134
Tasa Captación real	-0.107	-0.030	0.019	0.130
Tasa Colocación nominal	-0.056	-0.029	-0.014	0.107
Tasa Colocación real	-0.053	-0.026	-0.018	0.104
Tasa Desempleo	-0.001	0.012	0.021	-0.031
Términos Intercambio	-0.009	0.000	0.008	0.000
Tipo de Cambio nominal	0.012	-0.006	-0.004	-0.003

### 2.3 La variación en x-periodos

Desestacionalizar tomando la diferencia logarítmica en x-periodos (12 meses, 4 trimestres) supone implícitamente que el shock estacional es exactamente equivalente entre periodos:

$$\dot{x}_t^d = \log x_t - \log x_{t-i} \Rightarrow \log f_t + \log s_t - \log f_{t-i} - \log s_{t-i} \Rightarrow \Delta \log f_t + \Delta \log s_t \quad (3)$$

donde  $f$  es el componente fundamental de la serie y  $s$  es el efecto estacional.

Como se puede ver en la ecuación (3), la tasa de crecimiento en x-periodos desestacionalizada estará bien medida sólo si  $\Delta \log s$  es cero (es decir,  $s_t = s_{t-1}$ ). De no ser así,  $\dot{x}_t^d$  está distorsionado. Nótese, además, que al tomar diferencia de orden  $s$ , se introduce una raíz unitaria de orden  $s$  que no existía en la serie original.

### **3. Eficiencia Relativa de los Métodos de Desestacionalización**

Resulta evidente la importancia que tiene para la toma de decisiones de política económica poder separar aquellos movimientos seculares de las variables económicas de sus componentes estacionales, tanto para interpretar los datos como para evaluar el efecto de las políticas. Ello sugiere la necesidad de comparar la eficiencia y calidad de los métodos de desestacionalización. No obstante, un problema evidente de la evaluación empírica comparada de métodos de desestacionalización es que, como no es posible observar la estacionalidad directamente, dicha comparación debe hacerse de manera indirecta usando técnicas de simulación de Monte Carlo. En ésta, se preespecifica una cierta forma de estacionalidad, se crea artificialmente las series incluyendo dichos patrones estacionales, y después se filtran las series con distintas técnicas comparando los resultados. Así, la evaluación está limitada por la especificación estocástica de las series, por el tamaño de muestra y por las diferentes características del método de simulación empleado.

Sims (1974) y Wallis (1976) demuestran que si la remoción de componentes estacionales en un modelo econométrico ocupa un proceso de filtrado común para todas las series se mantienen las condiciones de consistencia del modelo expresado en términos de las variables sin ajuste estacional siempre y cuando no hayan variables endógenas rezagadas. Esta propiedad de invarianza es importante pues se asegura, por ejemplo, que si la especificación del modelo o las reglas de decisión de los agentes eran óptimas con las series originales, el proceso de desestacionalización no las distorsiona. No obstante, si los métodos de filtrado no son equivalentes entre variables la consistencia no está garantizada.

Ghysels y Perron (1993), por otro lado, demuestran que la conclusión anterior no puede ser extendida a modelos dinámicos en los cuales se incluyen variables endógenas rezagadas. Esta conclusión es de importancia, como veremos en la sección 3, para el análisis de series de tiempo con raíces unitarias y, en general, para todos los modelos macroeconómicos de interés.

Ermini (1998) realiza una evaluación de la calidad del método ARIMA X-11 en presencia de quiebres estructurales. El autor compara qué sucede cuando se analiza la presencia de quiebres

en una serie usando tanto datos desestacionalizados con el método ARIMA X-11 como datos sin desestacionalizar. El principal resultado del estudio es que este método de desestacionalización puede inducir al investigador a encontrar evidencia de quiebres estructurales inexistentes. Naturalmente, Ermini es capaz de descubrir este fenómeno porque dispone de ambas series. No obstante, la implicancia que obtiene el autor del trabajo es que es preferible no desestacionalizar los datos cuando se dispone de la serie original.

Ghysels et al. (1997) estudian el efecto de los filtros sobre la volatilidad de las series macroeconómicas, en particular sobre modelos de varianza estocástica tipo GARCH. Los autores encuentran que los métodos X-11, aplicados para remover componentes estacionales en la media de las series, son capaces de inducir un patrón estacional artificial en la varianza de las series cuando ésta no existe y subestiman el tamaño y persistencia del componente ARCH cuando éste existe.

Una manera simple de evaluar los métodos de desestacionalización consiste en (a) testear si las series desestacionalizadas efectivamente están libres de componentes estacionales y (b) si otras características de las variables (p.e., la tendencia) no han sido afectadas por el procedimiento. Franses (1997) sugiere realizar los siguientes tests:

Test 1:	¿Se removió la estacionalidad?	$\Delta y_t^* = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta y_{t-i}^* + \varepsilon_t \quad p = 4, 8, 12$
Test 2:	¿Se mantuvo la tendencia?	$\eta_t \equiv y_t - y_t^* \rightarrow I(0)$

La lógica del primer test es directa: si la estacionalidad ha sido adecuadamente removida no debiesen haber correlaciones estacionales en la serie desestacionalizada. Un test t sobre los coeficientes es adecuado. El segundo test investiga si las tendencias –posiblemente estocásticas– de ambas series se separan en el tiempo; si ello ocurre significa que el residuo no es estacionario (varianza finita). Si el proceso de remoción de estacionalidad es “neutro con respecto a la tendencia” el vector de cointegración debiera ser (1,-1). Planteado de esta manera, sobre la base de la literatura de cointegración (ver sección 3), cualquier test de raíces unitarias para  $\eta = y - y^*$  es adecuado. En la aplicación de este último test se testeó dos versiones: en la primera se excluyó la constante del

vector de cointegración (1,0,-1) y en la segunda se dejó la constante como un coeficiente libre (1,μ,-1).

Cuadro 3  
Evaluación del método de desestacionalización ARIMA X-11

Variable Desestacionalizada	Test 1	Test 2	
	¿Hay trazas de estacionalidad?	¿Se afectó la tendencia?	
	Trimestres Significativos	ADF (1,0,-1)	ADF (1,μ,-1)
PIB real	-	-1.84	-3.08
Consumo real	-	-3.62*	-
Inflación	4	-1.62	-3.47*
M1A nominal	-	-0.79	-1.76
M1A real	-	-2.79*	-
M2 nominal	4,12	4.11*	-0.37
M2 real	8,12	-4.56*	-
Tasa Captación nominal	4	-3.66*	-
Tasa Captación real	4,8	-3.21*	-
Tasa Colocación nominal	4	-2.82*	-
Tasa Colocación real	4	-1.92	-2.00
Tasa Desempleo	4,8	-3.17*	-
Términos Intercambio	-	-1.36	-1.82
Tipo de Cambio nominal	-	-2.26*	-

Nota: (\*) rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 95%.

En el Cuadro 3 se presentan los resultados de la estimación para las 15 variables de interés. Como se puede ver en la columna 1, hay trazas de efectos estacionales en 9 de las 15 variables, lo que implica que el procedimiento de desestacionalización estándar de ARIMA X-11 fue inadecuado. En la columna 2 se presenta el resultado de aplicar el test de Dickey-Fuller (12 rezagos) a las variables. Se desprende que en 7 de las 15 variables las variables no cointegran y, por lo tanto, una vez aplicado el método de desestacionalización se distorsionó la tendencia de la serie original. El

resultado no se afecta si en el vector de cointegración se permite que la constante sea un parámetro libre.

#### **4. Análisis de Estacionalidad bajo No Estacionariedad**

Durante los últimos 15 años la econometría de series de tiempo ha sufrido una transformación mayor como resultado del estudio de procesos no estacionarios uni y multivariados. El interés en este tipo de proceso –que es el encontrado más comúnmente en series macroeconómicas– es que un alto riesgo que una regresión que contenga una o más variables no estacionarias produzca resultados espúreos, es decir, parámetros significativos y modelos con buen ajuste cuando no existe relación alguna entre los datos (Granger and Newbold, 1974). Adicionalmente, la distribución de los parámetros de una regresión de mínimos cuadrados que incluye variables no estacionarias no es asintóticamente normal, por lo que los tests de hipótesis estándares no son válidos (Hamilton, 1994). Por ello, determinar la presencia de raíces unitarias es tan importante en la modelación moderna de series de tiempo.

Para el análisis del fenómeno de estacionalidad esta revolución significa que resulta necesario estudiar tres problemas:

- ¿Cuál es el efecto de las técnicas estándares de remoción de estacionalidad sobre los tests de raíces unitarias?
- ¿Es posible encontrar raíces unitarias en el componente estacional?
- ¿Cómo se modela un proceso no estacionario en el componente estacional?

#### 4.1 Efecto de los filtros de estacionalidad sobre los tests de raíces unitarias

Si la estacionalidad es determinística, los filtros de remoción no tienen efecto sobre los tests de raíces unitarias. Dickey et al. (1984) demuestran que en el test de Dickey y Fuller la distribución del parámetro  $\rho$  –que prueba la presencia de una raíz unitaria– no depende de la remoción de componentes estacionales determinísticos y por lo tanto el test continua siendo válido.

No obstante, cuando la estacionalidad no es determinística los tests de raíces unitarias son fuertemente afectados. Ghysels (1990) demuestra que si se usan datos ajustados por estacionalidad con promedios móviles (X-11 o variación en  $x$  periodos), se sobreestima la persistencia de los shocks y, por consiguiente, el poder de los tests de raíces unitarias se reduce. Olekalns (1994) extienden este resultado para los casos en que se usan dummies o filtros *band-pass* para modelar la estacionalidad.

Por ello, no resulta sorprendente que al aplicar tests de raíces unitarias a datos originales y desestacionalizados de una misma serie se pueda llegar a conclusiones contradictorias. Ghysels (1990) demuestra que es posible que la noción que el PIB de Estados Unidos tiene una raíz unitaria (sea no-estacionario) se deba al modo como éste es desestacionalizado. Lee y Siklos (1991) estudian las 19 principales variables macroeconómicas de Canada encontrando que los tests de raíces unitarias entregan conclusiones contrapuestas en 14 de ellas.

El Cuadro 4 revela que en Chile este problema también se verifica. En 6 de las 9 variables que los test de DF hechos sobre variables originales señalan son estacionarias, el mismo test hecho con variables desestacionalizadas no rechaza la hipótesis nula de una raíz unitaria. El test PP es más robusto a este problema. El método de variables mudas distorsiona menos los tests de raíces unitarias para estas variables. Esto último es razonable que suceda cuando existen tanto componentes estacionales determinísticos como estocásticos en las series; en tal caso, este método captura adecuadamente la estacionalidad determinística pero ello no elimina el problema de la estacionalidad estocástica remanente.

Cuadro 4  
Efecto de la Desestacionalización en Tests de Raíces Unitarias  
1983.1-1999.3

Variable	Sin desestacionalizar		Desestacionalizado con variables mudas		Desestacionalizado con ARIMA X-11	
	DF	PP	DF	PP	DF	PP
PIB real	-3.70*	-4.41*	-3.55*	-2.51	-2.73	-1.28
IPC	-0.19	0.97	0.17	1.32	0.29	1.40
Inflación	-3.50*	-7.76*	-3.58	-7.79	-3.31	-5.36*
M1A nominal	-0.82	-0.67	-0.44	0.24	-0.01	0.57
M1A real	-4.05*	-4.47*	-3.65*	-3.41	-3.40	-3.30
M2 nominal	0.42	0.75	0.78	1.20	1.11	1.57
M2 real	-2.89	-6.85*	-2.96	-6.97*	-3.20	-7.22*
Tasa Captación nom	-3.82*	-5.98*	-3.68*	-5.18*	-3.48	-4.46*
Tasa Captación real	-3.84*	-5.96*	-3.70*	-5.17*	-3.50*	-4.45*
Tasa Colocación nom	-3.54*	-5.46*	-3.45	-4.96*	-3.18	-4.27*
Tasa Colocación real	-3.56*	-5.43*	-3.46	-4.95*	-3.19	-4.26*
Tasa Desempleo	-0.58	-1.18	-0.26	-0.53	-0.34	-0.44
Términos Intercambio	-2.41	-1.23	-2.41	-1.23	-2.13	-1.10
Tipo de Cambio Nom.	-3.61*	-2.44	-3.67*	-2.51	-3.79	-2.61

Nota: (\*) rechaza la hipótesis nula de no-estacionariedad al 95%. Valor crítico del test es -3.48.

## 4.2 Tests de raíces unitarias en el componente estacional

Al igual que en el caso que existan raíces unitarias en el componente secular de una variable, la presencia de raíces unitarias en el componente estacional es capaz de producir correlación espúrea en regresiones que utilizan dichas variables. Abeyasinghe (1991) realiza un análisis de Monte Carlo estudiando el efecto en regresiones de mínimos cuadrados que incluyen variables que por construcción están no correlacionadas pero cuyos componentes estacionales son no estacionarios.

Utilizando 500 replicaciones encuentra que se rechazó la hipótesis nula de no-correlación entre las variables en más del 50% de los casos pese a que se controló el test con dummies estacionales.

Por otro lado, es interesante notar que la metodología de Box-Jenkins de tomar variaciones en x-periodos asume, implícitamente, que la estacionalidad es no-estacionaria. En efecto, es de uso frecuente utilizar datos en variaciones en x-periodos que tienen la siguiente forma genérica:

$$y_t - y_{t-s} = (1 - L^s)y_t \quad (4)$$

donde  $s=4$  en el caso trimestral y  $s=12$  en el caso mensual. Al tomar la diferencia de orden  $s$  en la ecuación (4) se remueve una raíz unitaria en dicha frecuencia. Como se señaló en la sección 2.3, esta diferenciación no es testada en los datos, sino que es impuesta ex-ante por el usuario. Naturalmente, si esta restricción no es parte del verdadero proceso que gobierna  $y_t$ , aquellas regresiones que usen datos desestacionalizados de esta manera pueden producir correlaciones espúreas.

Este tipo de observaciones son las que han llevado, desde mediados de los años 1980, al desarrollo de un gran número de tests de raíces unitarias en el componente estacional. Tests paramétricos incluyen los de Dickey, Hasza y Fuller (1984), Osborn et al. (1988), Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990), Beaulieu y Miron (1993) y Johansen y Schaumburg (1999). Geweke y Porter-Hudak (1983) propone tests no-paramétricos, mientras que Canova (1993) prefiere un enfoque Bayesiano.<sup>4</sup> Franses et al. (2000) proponen una metodología Bayesiana para testear por raíces unitarias estacionales simultáneamente con cambio de medias estacionales, lo que incrementa el poder de los tests basados en la hipótesis nula de no estacionariedad. En esta sección describimos en detalle los principales tests y, en particular, las implicancias que éstos tienen para los modelos macroeconómicos.

---

<sup>4</sup> Aroca y Ribeiro (1998) presentan un survey de los principales métodos paramétricos uniecuacionales. El número de enero-febrero de 1993 del Journal of Econometrics es un volumen especial dedicado al problema de estacionalidad en modelos econométricos.

**(A) Test de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo**

El test de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990) se ha convertido en el método más popular de verificar la presencia de raíces unitarias estacionales. El tratamiento propuesto resulta en gran medida revolucionario pues los autores proponen que en vez de tratar la estacionalidad tomando diferencias entre periodos equivalentes como es habitual, es decir  $(1-L^4)y_t$ , en el caso trimestral, se descomponga el problema de la siguiente manera:<sup>5</sup>

$$(1 - L^4) = (1 - L)(1 + L)(1 - iL)(1 + iL) \quad (5)$$

La ventaja de descomponer de esta manera el problema es que el test se vuelve muy general y se pueden testear simultáneamente varias hipótesis de interés. Consideremos las posibles soluciones de una generalización de la ecuación (5):

$$(1 - \alpha_1 L)(1 + \alpha_2 L)(1 - \alpha_3 iL)(1 + \alpha_4 iL) \quad (6)$$

donde  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$  es equivalente a tener una raíz unitaria en la estacionalidad. Pero, además, esta descomposición es flexible pues considera las siguientes alternativas de estructura estocástica en una serie:

- (1) si  $\alpha_1 = 1$  la variable tiene una raíz unitaria no estacional.
- (2) si  $\alpha_2 = 1$ , entonces la variable tiene una raíz unitaria en frecuencia semi-anual.
- (3) si  $\alpha_3 = 1$  o  $\alpha_4 = 1$ , entonces la variable tiene una raíz unitaria en frecuencia trimestral.

---

<sup>5</sup> Beaulieu y Miron (1993) presentan una expresión equivalente para datos mensuales.

Es posible demostrar que la ecuación (6) es equivalente a la siguiente expresión en la vecindad de  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$ :

$$(1-L^4) - (\alpha_1-1)L(1+L+L^2+L^3) + (\alpha_2-1)L(1-L+L^2-L^3) - (\alpha_3-1)(1-L^2)(1+iL)iL + (\alpha_4-1)iL(1-L^2)(1-iL) \quad (7)$$

Definiendo  $\gamma_i = \alpha_i - 1$  y aplicando (7) a  $y_t$  se obtiene la siguiente igualdad que forma la base del test de HEGY:

$$(1-L^4)y_t = \gamma_1(1+L+L^2+L^3)y_{t-1} + \gamma_2(1-L+L^2-L^3)y_{t-1} + (1-L^2)(\gamma_5 - \gamma_6 L)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

donde  $\gamma_5 = (\gamma_3 - \gamma_4)i$  y  $\gamma_6 = (\gamma_3 + \gamma_4)$ .

Para implementar el test, se procede a definir las siguientes variables auxiliares:

$$\begin{aligned} y_{1t} &= (1+L+L^2+L^3)y_{t-1} = y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3} + y_{t-4} \\ y_{2t} &= (1-L+L^2-L^3)y_{t-1} = y_{t-1} - y_{t-2} + y_{t-3} - y_{t-4} \\ y_{3t} &= y_{t-1} - y_{t-3} \end{aligned} \quad (9)$$

Finalmente se estima la siguiente regresión por mínimos cuadrados ordinarios:

$$(1-L^4)y_t = \gamma_1 y_{1t-1} - \gamma_2 y_{2t-1} + \gamma_5 y_{3t-1} - \gamma_6 y_{3t-2} + \varepsilon_t \quad (10)$$

donde las siguientes preguntas de interés pueden ser testeadas directamente: (1) si no se puede rechazar la hipótesis nula que  $\gamma_1 = 0$ , entonces hay una raíz unitaria no estacional en  $y_t$ ; (2) si no se puede rechazar la hipótesis nula que  $\gamma_2 = 0$ , entonces hay una raíz unitaria en frecuencia semestral (bi-anual) en  $y_t$ ; (3) si no se puede rechazar la hipótesis nula que  $\gamma_5 = \gamma_6 = 0$ , entonces hay una raíz unitaria estacional en  $y_t$ . Nótese que el test está estructurado alrededor de hipótesis nulas de no estacionariedad.

Este modelo puede ser extendido para acomodar una hipótesis alternativa más rica que la que hemos considerado implícitamente hasta el momento (es decir, que  $y_t$  es ruido blanco). De manera equivalente a como se extiende el test de Dickey-Fuller se pueden incluir un intercepto, tendencia determinística, y estacionalidad determinística de la siguiente manera:

$$(1 - L^4)y_t = \gamma_1 y_{1t-1} - \gamma_2 y_{2t-1} + \gamma_5 y_{3t-1} - \gamma_6 y_{3t-2} + \gamma_0 + \beta t + \theta_1 D_1 + \theta_2 D_2 + \theta_3 D_3 + \varepsilon_t \quad (11)$$

La ecuación 11 puede ser estimada con mínimos cuadrados ordinarios, pero los tests de hipótesis no tienen la distribución estándar normal, sino una distribución particular tabulada por Hylleberg et al. (1990) que depende de la presencia de regresores de intercepto, tendencia determinística, o estacionalidad determinística.

### **(B) Test de Canova y Hansen**

A diferencia del test HEGY, el test propuesto por Canova y Hansen (1995) parte de la hipótesis nula que la estacionalidad es estacionaria y puede ser visto como una extensión del test de raíces unitarias de Kwiatkowski et al. (1995). La principal ventaja de este enfoque es que evita, en gran medida, el problema de potencia de los tests de raíces unitarias que tienen como hipótesis nula la no estacionariedad (DF, HEGY), sobre todo si los residuos presentan una estructura de media móvil. La base del test es la observación que si la variable de interés, sus determinantes y la estacionalidad fuesen procesos estacionarios, los residuos deben ser estacionarios. Así, si se asegura que variable y determinantes son estacionarios pero los residuos son integrados necesariamente se debe concluir que ello es causado por estacionalidad no estacionaria. Formalmente el test supone el siguiente modelo:

$$(1 - L^4)y_t = G\alpha + X_t\beta + \varepsilon_t \quad (12)$$

donde  $(1-L^j)y_t$  es la variable de interés diferenciada adecuadamente para asegurar que ésta es estacionaria,  $G$  es un vector de dummies estacionales,  $X_t$  un conjunto de regresores estacionarios, y  $\varepsilon_t$  un shock aleatorio que se modela de manera particular:

$$\varepsilon_t = \mu_t + \tau C_\theta \psi_t \quad (13)$$

donde  $\mu \rightarrow N(0, \sigma^2 I)$ ,  $\psi \rightarrow N(0, I)$ ,  $C_\theta$  es una matriz de  $T \times T$  de escalares ( $T$  es el número de observaciones) que contiene la parametrización de un proceso de estacionalidad con raíces unitarias, y  $\tau$  es un escalar. Si  $\tau=0$ , entonces el error de la ecuación (13) es el estándar y se puede hacer una regresión de mínimos cuadrados ordinarios. Si  $\tau \neq 0$ , entonces el error en la ecuación (13) se distribuye como  $N(0, \sigma^2 I + \tau^2 C_\theta C_\theta')$ , la variable tiene estacionalidad no estacionaria y la regresión debe estimarse por mínimos cuadrados generalizados. El test, entonces, tiene como hipótesis nula  $H_0: \tau=0$  y se construye como:

$$\hat{\varepsilon}_t' C_\theta C_\theta' \hat{\varepsilon}_t = \sum_{i=1}^T S_i^2(\theta) \quad (14)$$

donde  $\hat{\varepsilon}_t$  son los residuos de estimar (13) por OLS y  $S(\theta)$  es la  $t$ -ésima fila de  $C_\theta' \hat{\varepsilon}_t$ . El estadístico propuesto por Canova y Hansen (1995) es  $L_\theta = \frac{1}{T^2 \hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^T S_i^2(\theta)$ .

Un problema adicional con el estadístico es obtener un estimador de  $\sigma^2$ , para lo cual Canova y Hensen recomiendan utilizar:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{j=-q}^q k\left(\frac{j}{q}\right) \frac{1}{T} \sum_i \hat{\varepsilon}_{t+j} \hat{\varepsilon}_t \quad (15)$$

donde  $k(\cdot)$  es un kernel, en particular el Kernel cuadrático espectral. La distribución del test es no-estándar pero depende sólo del número de raíces unitarias que se testeé (los autores proveen tablas basadas en la distribución von Mises).

La matriz  $C_\theta$  se elige de la siguiente manera:

- Para el test de raíz unitaria no estacional, se escoge  $C_0$  tal que  $S_t$  sea equivalente a  $\sum_{j=0}^{t-1} \hat{\varepsilon}_{t-j}$
- Para el test de raíz unitaria semestral, se escoge  $C_0$  tal que  $S_t$  sea equivalente a  $\sum_{j=0}^{t-1} (-1)^j \hat{\varepsilon}_{t-j}$
- Para el test de raíz unitaria trimestral, se escoge  $C_0$  tal que  $S_t$  corresponda a  $\sum_{j=0}^{(t-1)/2} (-1)^j \hat{\varepsilon}_{t-2j}$
- Para el test conjunto de raíz unitaria no estacional y trimestral se suman los estadísticos  $L_0$  de los dos primeros tests.

**(C) *Diferencias entre los Tests de Raíces Unitarias en el Componente Estacional***

Hylleberg (1995) estudia las diferencias entre estos dos principales tests de raíces unitarias en el componente estacional de frecuencia trimestral. Encuentra que mientras el test HEGY procede de general a particular y testea como hipótesis nula la existencia de una raíz unitaria, el método CH procede en sentido inverso de particular a general y testea la hipótesis nula de un proceso estacionario con estacionalidad determinística.

Debido a su distinta naturaleza, los tests presentan distinta potencia y son sensibles a la verdadera –pero desconocida– naturaleza del proceso estocástico de las series. En particular, los resultados del test CH son sensibles al hecho que la variable de interés no sea estacionaria. Además, el poder del test HEGY resulta incrementado si se le añade un rezago de la variable endógena, en tanto el test CH rechaza la presencia de raíces unitarias excesivamente si tal rezago es añadido. Por ello, se utilizará de preferencia el test HEGY para caracterizar las principales variables de la economía chilena.

Algunos autores han señalado la debilidad de los tests paramétricos tipo HEGY en presencia de residuos con estructuras MA (Aroca y Urga, 1998) lo que nos obliga a ser cautelosos en la interpretación de los resultados. No obstante, Hylleberg (1995) demuestra que el test HEGY no es muy sensible a la presencia de componentes MA para discernir la presencia de raíces unitarias en la frecuencia cero. Para el caso de las raíces unitarias en frecuencias semi anuales, el test pierde

poder si se usan pocos rezagos en la estimación. No obstante si se usa al menos cinco rezagos, el test pierde poder sólo marginalmente.

### **4.3 Análisis de Raíces Unitarias Estacionales de las Principales Series Macroeconómicas Chilenas**

Se aplicó el test HEGY a las 15 principales variables macroeconómicas chilenas. Los resultados, que son poco sensibles a la especificación de la hipótesis alternativa (con o sin tendencia, con o sin dummies estacionales, siempre y cuando se controle adecuadamente por autocorrelación de residuos), se presentan en el Cuadro 5 y se resumen de manera sintética en las siguientes conclusiones:

- (1) En general, no existe evidencia que sustente la remoción de estacionalidad por el método de variación en  $x$  periodos.
- (2) En la mayor parte de las variables no se puede rechazar la hipótesis nula que exista una raíz unitaria en el componente no estacional. Este resultado es el estándar que se encuentra en la mayoría de los trabajos que utilizan tests de raíces unitarias tipo Dickey-Fuller.
- (3) En muchas variables existe evidencia de una raíz unitaria semestral. Este es un resultado inédito con implicancias potencialmente complejas para la modelación pues señala la presencia de ciclos semestrales –diferentes de aquellos estacionales– que la mayoría de los modelos no considera en forma alguna.
- (4) En más de la mitad de las variables existe evidencia que la estacionalidad no es estacionaria. Este es un resultado interesante porque sugiere que la remoción de componentes estacionales con métodos tipo ARIMA X-11 puede haber inducido los problemas de especificación y distorsión de la dinámica discutidos más arriba. En consecuencia, sería importante evaluar en qué medida controlar adecuadamente la estacionalidad en los modelos econométricos afecta la percepción sobre la efectividad y dinámica temporal de las políticas económicas.

- (5) Para aquellas variables que no tienen estacionalidad integrada, resalta el hecho que el tipo de cambio no tenga estacionalidad determinística.

Cuadro 5  
Test HEGY para las Principales Variables Macroeconómicas  
1983.1-1999.3

Variable	¿Es la variable no estacionaria en su componente ...			¿Hay estacionalidad determinística?
	Anual?	Semestral?	Estacional?	
PIB real	si	si	si	-
IPC	si	no	no	si
Inflación	si	si	si	-
Consumo real	si	si	no	si
M1A nominal	si	no	si	-
M1A real	si	no	si	-
M2 nominal	si	no	no	no
M2 real	no	no	no	si
Tasa Captación nom	si	si	si	-
Tasa Captación real	si	no	no	si
Tasa Colocación nom	si	si	si	-
Tasa Colocación real	si	no	no	si
Tasa Desempleo	si	si	si	-
Términos Intercambio	si	si	si	-
Tipo de Cambio Nom.	si	no	no	no
Tipo de Cambio Real	si	no	no	no

#### 4.4 Modelos de cointegración y corrección de errores con raíces unitarias en el componente estacional

La presencia de raíces unitarias estacionales sugiere, inmediatamente, la posibilidad que existan vectores de cointegración estacional entre algunas variables. La presencia de vectores de cointegración estacional tiene algunas importantes implicancias:

- (1) Si hay raíces unitarias estacionales en un modelo de cointegración estándar –a la Engle y Granger– los parámetros estimados son inconsistentes (HEGY, 1990).
- (2) La omisión de vectores de cointegración estacionales puede, potencialmente, producir problemas de especificación en modelos estimados que se manifiestan en inestabilidad de parámetros, comportamiento errático de las predicciones y altos errores medios de predicción.

Hylleberg et al. (1993) extienden el marco analítico de Engle y Granger (1987) para considerar el caso que haya cointegración en distintas frecuencias. Retomando la descomposición de una variable presentada anteriormente en términos que ésta pueda poseer una raíz unitaria no estacional, bi-anual, o trimestral, se puede extender el concepto de cointegración de manera natural de la siguiente manera: “Un par de series integradas en la frecuencia  $w$  (trimestral, semestral, anual) estarán co-integradas en esa frecuencia si una combinación lineal de ellas es estacionaria en dicha frecuencia (Hylleberg et al., 1993).” Si la combinación lineal es  $\alpha$  entonces:

$$x_t \rightarrow CI_{\omega} \quad \text{con vector de cointegración } \alpha$$

Nótese que esta definición de cointegración se refiere a cointegración en aquella frecuencia  $\omega$ . Así, un set de variables podría cointegrar en frecuencia estacional pero no hacerlo en otras frecuencias (bi-anual o no-estacional).

Las implicancias de la definición anterior para el modelamiento de variables macroeconómicas es la siguiente:

- Cuando la cointegración ocurre solamente en el componente no-estacional, entonces el modelo reproduce el clásico modelo de corrección de errores de Engle y Granger (1987), pero estimado sobre las variables de largo plazo ( $y_t, x_t$ ) definidas de acuerdo a la ecuación (9):

$$y_{1_t} = \beta_1 x_{1_t} + \varepsilon_t^1 \quad (19)$$

Al igual que es un modelo estándar de cointegración,  $\beta$  es el vector de cointegración de largo plazo.

- Cuando la cointegración ocurre solamente en el componente semestral, entonces el modelo de corrección de errores corresponde a:

$$y_{2_t} = \beta_2 x_{2_t} + \varepsilon_t^2 \quad (20)$$

El vector de coeficientes  $\beta_2$  tiene la misma interpretación que el del modelo de cointegración, es decir como una tendencia estocástica común o un movimiento “paralelo” de ambas series, solo que se refiere al componente semestral.

- Cuando la cointegración ocurre solamente en el componente trimestral entonces el modelo puede ser expresado como:

$$y_{3_t} = \beta_3 y_{3_{t-1}} + \beta_4 x_{3_t} + \beta_5 x_{3_{t-1}} + \varepsilon_t^2 \quad (21)$$

La ecuación de corrección de errores para el modelo completo puede ser expresada en función de los residuos de las ecuaciones (19) a (21) del siguiente modo:

$$\Delta y_{4,t} = \theta_1 \varepsilon_{t-1}^1 + \theta_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \theta_3 \varepsilon_{t-1}^3 + \theta_4 \varepsilon_{t-2}^3 + \sum_{i=1}^k \psi_j \Delta x_{4,t-i} + \sum_{i=1}^k \delta_j \Delta y_{4,t-i} + \varepsilon_t \quad (22)$$

Notese que la ecuación (22) es muy similar a los modelos de corrección de errores simples solo que en este caso es posible más de un vector de cointegración debido a la presencia de restricciones en la dinámica que una variable como resultado del componente estacional. Son precisamente estos componentes adicionales los que, por un lado, mejoran nuestro entendimiento de la evolución de las variables frente a shocks y, por otro, mejoran la estabilidad de las estimaciones.

Usando esta metodología, podemos realizar un ejercicio ilustrativo. La teoría de ingreso permanente señala que, en ausencia de restricciones significativas de liquidez, el consumo se determina como una fracción del ingreso permanente. En tal caso, el ahorro actúa como un estabilizador intertemporal del consumo, por lo que debiese cumplirse que el consumo y el ingreso cointegren, es decir:

$$c_t - \theta y_t \sim I(0)$$

En particular, la hipótesis más pura del ingreso permanente sugiere verificar que el vector de cointegración sea (1,-1) para todas las frecuencias. Como se desprende del cuadro 5, el consumo no tiene raíces unitarias en frecuencias trimestrales ( $\pm 1/4$ ), por lo que nos concentramos en las frecuencias de largo plazo (1) y semestral (-1). Como referente estimamos el modelo de cointegración simple y permitimos una constante para asegurar residuos centrados en cero..

El cuadro 6 resume los principales resultados. Como se puede ver, el vector de cointegración estandar arroja un parámetro bastante cercano a 1 para el ingreso y un ajuste relativamente alto (0.991). No obstante, hay dos problemas con la regresión: la constante es significativamente distinta de cero (usando la desigualdad de Chebyshev como referente es significativa al 95%) y, más grave aún, los residuos no son estacionarios de acuerdo al test de Engle y Yoo (1991) al 95%.

Cuadro 6  
Modelos de Cointegración Simple y Cointegración Estacional  
1983:1 - 1999:4

Modelo	c	$\theta$	Tendencia	Dummies	R2	DW	DF residuos
Cointegración Simple	-0.712 (0.173)	1.024 (0.012)	-	SI	0.991	0.87	-2.98
Cointegración de Largo Plazo	-10.34 (1.57)	0.441 (0.030)	-0.014 (0.002)	-	0.974	0.65	-4.05
Cointegración Estacional Semestral	-0.010 (0.009)	0.610 (0.116)	-	SI	0.507	2.93	-16.86

Cuando se investiga la presencia de vectores de cointegración estacional se observa, en primer lugar, que ambas ecuaciones pasan con facilidad el test de cointegración al 95%. En segundo lugar, es posible rechazar la hipótesis de ingreso permanente más estricta en el largo plazo, pues el parámetro estimado es bastante menor, y significativamente distinto, de uno. Otro tanto sucede en el vector estacional semestral. Posiblemente, el vector de cointegración simple captura el efecto combinado de ambos vectores de cointegración, tanto de largo plazo como semestral. En tercer lugar, además de estacionalidad estocástica, la estimación del vector de cointegración semestral sugiere la existencia de factores estacionales determinísticos.

Estos resultados son solo ilustrativos. Entre otras limitaciones, se utilizó la serie de consumo total en vez de su componente no-durable como sugiere la teoría (que no está disponible). De igual modo, se utilizó PGB trimestral en vez de ingreso de hogares que es la variable teóricamente adecuada. No obstante, ellos ejemplifican cuán fuertes pueden ser los sesgos en la estimación de modelos con datos trimestrales o mensuales sin verificar exhaustivamente la presencia de factores estacionales.

## 5. Conclusiones

El tema de la estacionalidad de las variables económicas no había sido estudiado en profundidad por los economistas sino hasta recientemente. Analíticamente, existen pocos modelos capaces de justificar la presencia de estacionalidad en series de tiempo. Empíricamente, es frecuente considerar que la estacionalidad no es más que un ruido molesto que debe ser retirado de las series antes de proceder a su análisis.

Este trabajo presenta una revisión crítica de las prácticas comunes de desestacionalización a la luz de la literatura moderna sobre ajustes estacionales (ARIMA X-11, método de dummies y diferencias con respecto al mismo periodo en el año anterior). Tanto desde un punto de vista analítico como empírico para el caso chileno, se demuestra que dichos métodos de ajuste estacional no pueden ser considerado una simplificación inocente de los datos sin pérdida de información ni para la interpretación de los datos económicos ni para los modelos de regresión. De hecho, ellos pueden distorsionar de manera importante nuestra visión sobre la evolución dinámica de la economía.

El estudio ilustra los problemas del análisis de estacionalidad usando quince de las principales series macroeconómicas chilenas en el período 1983-1999 en frecuencia trimestral. Utilizando herramientas de la literatura moderna de estacionalidad y no-estacionariedad se obtienen importantes resultados empíricos; entre otros, se obtuvo que, en general, no existe evidencia que sustente la remoción de estacionalidad por el método de variación en  $x$  periodos. De hecho, en muchas variables existe evidencia de que existe una raíz unitaria semestral o trimestral. Este es un resultado inédito con implicancias potencialmente complejas para la modelación pues señala la presencia de ciclos semestrales y estacionales que la mayoría de los modelos actualmente en uso no considera en forma alguna. La existencia de raíces unitarias puede causar tanto inestabilidad en los parámetros de dichos modelos como correlaciones espúreas; de hecho, si hay raíces unitarias estacionales en un modelo de cointegración estándar –a la Engle y Granger– los parámetros estimados son inconsistentes. Adicionalmente, la existencia de raíces unitarias estacionales sugiere

que la remoción de componentes estacionales con métodos tipo ARIMA X-11 es inadecuada y puede haber inducido correlación en datos distantes que no necesariamente existe en las series originales.

Finalmente, la presencia de raíces unitarias estacionales sugiere la importancia de estudiar la existencia de vectores de cointegración estacional. Entre otros efectos, la omisión de vectores de cointegración estacionales puede, potencialmente, producir problemas de especificación en modelos estimados que se manifiestan en inestabilidad de parámetros, comportamiento errático de las predicciones y altos errores medios de predicción. A su vez, ello puede llevar a sobre dimensionar la estructura dinámica de los modelos, a fin de lograr una parametrización más parsimoniosa, induciendo mayor lentitud y longitud en las respuestas de las variables a los shocks.

## 6. Referencias

- Abeysinghe T. (1991). Inappropriate use of seasonal dummies in regression, *Economics Letters*, 36:175-179.
- Abeysinghe T. (1994a). Deterministic seasonal models and spurious regressions, *Journal of Econometrics*, 61:259-272.
- Abeysinghe T. (1994b). Forecasting performance of seasonal-dummy models relative to some alternatives, *Economics Letters*, 44:365-370.
- Aroca, P. y E. Ribeiro (1998). Testing for seasonal unit-roots: a survey with extensions, mimeo, Depto. Economía, Universidad Católica del Norte.
- Aroca, P. y G. Urga (1998). Hausman Tests for seasonal unit-roots in presence of MA(1) errors, Discussion Paper No. DP-22-98, Center for Economic Forecasting, London Business School.
- Beaulieu, J. J. and J. A. Miron (1993). Seasonal unit roots in aggregate U.S. data, *Journal of Econometrics*, 55:291-320.
- Beaulieu, J. J. and J. A. Miron (1995). What have macroeconomists learned about business cycles from the study of seasonal cycles?, NBER Working Papers # 5258.
- Box, G and D. Cox (1964). An Analysis of Transformations, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B:211-264.
- Canova F. (1993). Forecasting time series with common seasonal patterns, *Journal Of Econometrics* 55:173-200
- Canova, F. and B. Hansen (1995). Are seasonal patterns constant over time? A test for seasonal stability, *Journal of Business and Economic Statistics*, 13:237-252.
- Dickey, D. and W. Fuller (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica*, 49:1057-1072.
- Dickey, D. A., Hasza, D. P., and W. A. Fuller (1984). Testing for unit roots in seasonal time series, *Journal of the American Statistical Association*, 79:355-367.
- Enders, W. (1996). *Applied Econometric Time Series*, John Wiley and Sons.
- Engle, R. F. and C. W. J. Granger (1987). Co-integration and the error correction: representation, estimation and testing, *Econometrica*, 55:251-276.
- Engle, R. F. and S. Yoo (1991). Cointegrated economic time series: an overview with new results, in R. F. Engle and C. W. J. Granger, *Long Run Economic Relationships*, Oxford University Press.
- Ermini, L. (1998). A Tale of Three Seasonal Adjustment Procedures: the Case of Sweden's GDP, mimeo, Stockholm School of Economics.

- Franses Ph.H.B.F. (1997) Are Many Current Seasonally Adjusted Data Downward Biased? Discussion Paper, EUR-FEW-EI-97-17/A, Erasmus University at Rotterdam..
- Franses Ph.H.B.F., Hans, H. Hoek R. Paap (1997), Bayesian analysis of seasonal unit roots and seasonal mean shifts, *Journal of Econometrics*, 78:359-380.
- Franses, P.H.B.F.; P. de Bruin and D.J.C. van Dijk (2000). Seasonal smooth transition autoregression, Econometric Institute Report 2000-06/A. Erasmus University Rotterdam.
- Geweke, J. and Porter-Hudak, S. (1983), The estimation and application of long memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, 4:221-238.
- Ghysels, E. (1988). A study toward a dynamic theory of seasonality for economic time series, *Journal of the American Statistical Association*, 83:168-172.
- Ghysels, E. (1990). Unit-root tests and the statistical pitfalls of seasonal adjustment: the case of U.S. postwar real gross national product, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8:145-152
- Ghysels, E. and P. Perron (1993). The effect of seasonal adjustment filters on tests for a unit root, *Journal of Econometrics*, 55:57-98
- Ghysels E.; C.W.J. Granger and P.L. Siklos (1997) Seasonal Adjustment and Volatility Dynamics, mimeo.
- Ghysels E. (1997). On seasonality and business cycle durations: A nonparametric investigation, *Journal of Econometrics*, 79:269-290.
- Granger C.W.J. and P. Newbold (1974). Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 2:111-120.
- Granger, C.W.J and P.L. Siklos (1994). Systematic sampling, temporal aggregation, seasonal adjustment, and cointegration. Theory and evidence, *Journal of Econometrics*, 66:357-369.
- Guardia, A. and E. Pérez (1991). La desestacionalización del Índice de Precios al Consumidor, *Estadística y Economía*, 3:1-26.
- Guardia, A. and E. Pérez (1992). De la desestacionalización parcial a la desestacionalización global del Índice de Precios al Consumidor, *Estadística y Economía*, 4:21-40.
- Hamilton, J. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, NJ.
- Hansen, L.P. and T. Sargent (1993). Seasonality and approximation errors in rational expectations models, *Journal of Econometrics*, 55:21-56.
- Hylleberg, S. (1992). *Modelling Seasonality*. Oxford: Oxford University Press.
- Hylleberg Svend (1995). Tests for seasonal unit roots: General to specific or specific to general? *Journal of Econometrics*, 69:5-25
- Hylleberg, S., R. Engle, C. W. J. Granger and B. S. Yoo (1990). Seasonal integration and co-integration, *Journal of Econometrics*, 44:215-238.

- Johansen, S. and E. Schaumburg (1999). Likelihood analysis of seasonal cointegration, *Journal of Econometrics*, 88:301-339.
- Ladiray, D. and B. Queneville (1999). Understanding the X-11 Method: The Various Tables, mimeo, Time Series Research and Analysis Centre, Canada.
- Lee, G. (1998). X-12 ARIMA Seasonal Adjustment in Korean Economic Time Series, *The Bank of Korea Economic Papers*, 1:2, September.
- Lee, H.S. and P.L. Siklos (1995). A note on the critical values for the maximum likelihood (seasonal) cointegration tests, *Economics Letters*, 49:137-145.
- Maddala, G.S. (1977) *Econometrics*, McGraw-Hill, NY.
- Marshall, P. (2000). El Modelo ARIMA X-12: Aplicaciones a la Economía Chilena, mimeo, Banco Central.
- Marshall, P. and E. Pérez (1991). Ajuste Estacional en Series de Tiempo. *Estadística y Economía*, 3:27-48.
- Olekalns, N. (1994). Testing for unit roots in seasonally adjusted data , *Economics Letters* 45: 273-279.
- Osborn, D. R., A. P. L. Chui, J. P. Smith, and C. R. Birchenhall (1988). Seasonality and the order of integration for consumption, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50:361-377.
- Perron, P. (1989). (1989). The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57:1361-1401.
- Philips, P.C.B. y P. Perron (1988): Testing for a Unit Root in Time Series Regression, *Biometrika*, 75:335-346.
- Sims, C. A. (1974). Seasonality in regression, *Journal of the American Statistical Association*, 69: 618-627.
- Sims, C.A. (1993). Rational expectations modeling with seasonally adjusted data, *Journal of Econometrics*, 55:9-20.
- Soto, R. (1999). Cycles and Trends in GDP, mimeo, Banco Central de Chile.
- Wallis, K. F. (1976). Seasonal adjustment and multiple time series, in: *Seasonal Analysis of Economic Time Series* (Economic Research Report ER-1, Bureau of the Census: Washington, D.C.) 347-357.

**Documentos de Trabajo  
Banco Central de Chile**

**Working Papers  
Central Bank of Chile**

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: [bcch@condor.bcentral.cl](mailto:bcch@condor.bcentral.cl)

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>. Hard copy versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or email: [bcch@condor.bcentral.cl](mailto:bcch@condor.bcentral.cl)

DTBC-72 Mayo 2000  
**The Monetary Policy Transmission Mechanism and  
Policy Rules in Canada**  
David Longworth y Brian O'Reilly

DTBC-71 Mayo 2000  
**Monetary Policy Rules and Transmission Mechanisms under  
Inflation Targeting in Israel**  
Leonardo Leiderman and Hadas Bar-Or

DTBC-70 Abril 2000  
**Optimal Monetary Policy in a Small Open Economy:  
A General Equilibrium Analysis**  
Charles Carlstrom y Timothy Fuerst

DTBC-69 Abril 2000  
**Does Inflation Targeting Increase Output Volatility?  
An International Comparison of Policymakers' Preferences  
and Outcomes**  
Stephen Cecchetti y Michael Ehrmann

DTBC-68 Marzo 2000  
**Chile's Peso: Better Than (Just) Living With the Dollar?**  
Felipe Morandé y Klaus Schmidt-Hebbel

DTBC-67 Marzo 2000  
**Métodos de Evaluación del Riesgo para Portafolios de Inversión**  
Christian Andrew Johnson

DTBC-66	Marzo 2000
<b>Policy Biases When The Monetary and Fiscal Authorities Have Different Objectives</b>	
Herman Bennett y Norman Loayza	
DTBC-65	Marzo 2000
<b>A Note on the Moments of Stochastic Shrinkage Parameters in Ridge Regression</b>	
Luis Firinguetti y Hernán Rubio	
DTBC-64	Febrero 2000
<b>El Encaje, los Flujos de Capitales Y el Gasto: Una Evaluación Empírica</b>	
Guillermo Le Fort y Sergio Lehmann	
DTBC-63	Febrero 2000
<b>Household Saving in Chile: Microeconomic Evidence</b>	
Andrea Butelmann y Francisco Gallego	
DTBC-62	Enero 2000
<b>Bank Concentration: Chile and International Comparisons</b>	
Ross Levine	
DTBC-61	Enero 2000
<b>Optimal Monetary Policy Rules under Inflation Range Targeting</b>	
Juan Pablo Medina y Rodrigo Valdés	
DTBC-60	Diciembre 1999
<b>Comovement and Macroeconomic Interdependence: Evidence for Latin America, East Asia, and Europe</b>	
Norman Loayza, Humberto Lopez y Angel Ubide	
DTBC-59	Diciembre 1999
<b>Capital Controls in Chile: Effective? Efficient?</b>	
Francisco Gallego, Leonardo Hernández y Klaus Schmidt-Hebbel	
DTBC-58	Diciembre 1999
<b>Demand for Reserves under International Capital Mobility</b>	
Pablo García	
DTBC-57	Diciembre 1999
<b>Origins and Resolution of a Banking Crisis: Chile 1982-86</b>	
Edgardo Barandiarán y Leonardo Hernández	
DTBC-56	Diciembre 1999
<b>Financial Intermediation and Growth: Causality and Causes</b>	
Thorsten Beck, Ross Levine y Norman Loayza	