

Banco Central de Chile
Documentos de Trabajo

Central Bank of Chile
Working Papers

N° 616

Marzo 2011

**USO DE LA APROXIMACIÓN TIR/DURACIÓN EN
LA ESTRUCTURA DE TASAS: RESULTADOS
CUANTITATIVOS BAJO NELSON – SIEGEL**

Rodrigo Alfaro

Juan Sebastián
Becerra

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: <http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc>. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: bcch@bcentral.cl.

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: <http://www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper>. Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: bcch@bcentral.cl.



BANCO CENTRAL DE CHILE

CENTRAL BANK OF CHILE

La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate temas relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analyses. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile
Working Papers of the Central Bank of Chile
Agustinas 1180, Santiago, Chile
Teléfono: (56-2) 3882475; Fax: (56-2) 3882231

Documento de Trabajo
N° 616

Working Paper
N° 616

USO DE LA APROXIMACIÓN TIR/DURACIÓN EN LA ESTRUCTURA DE TASAS: RESULTADOS CUANTITATIVOS BAJO NELSON – SIEGEL

Rodrigo Alfaro
Gerencia de Investigación Financiera
Banco Central de Chile

Juan Sebastián Becerra
Gerencia de Análisis Macroeconómico
Banco Central de Chile

Abstract

En este artículo presentamos evidencia numérica que cuantifica el error al utilizar la aproximación TIR/duración en la estimación de la estructura de tasas de interés. Los cálculos se basan en que el modelo de Nelson y Siegel (1987) es válido para representar la estructura de tasas y que los bonos tienen cupones que pagan sólo intereses (tipo *bullet*). Utilizando estructuras de tasas estimadas para el caso de Chile, se encuentra que la aproximación propuesta genera un error de entre 5 y 6 puntos base, valores inferiores a los que se obtendrían en el caso de utilizar directamente la madurez.

Resumen

In this paper we measure the error of estimating the term structure by the YTM/Duration approximation. The figures are based on the fact that model of term structure proposed by Nelson and Siegel (1987) is valid, and bonds are bullets. For the case of Chile we found that the approximation implies about 5-6 basis points, which are smaller than the one implied by using the maturity of the bond.

* Se agradecen a Carmen G. Silva quien revisó detalladamente el documento y entregó valiosos comentarios que mejoraron la presentación del artículo.

I. Introducción

La estructura de tasas de interés puede estimarse a través de la imposición de un modelo teórico que determina el precio de un bono cero-cupón en función de factores dinámicos. En particular, los modelos de Vasicek (1977) y Cox et al. (1985) han sido pioneros en aproximar la estructura de tasas a través de un factor dinámico, el cual es caracterizado por una ecuación diferencial estocástica. Campbell et al. (1997) presenta un desarrollo de estos modelos en tiempo discreto donde se observa la equivalencia de estos modelos con los tradicionales modelos tipo ARMA para la tasa corta.

Extensiones a múltiples factores han sido desarrolladas para ajustar la estructura a la evidencia empírica. Para el caso de Chile Cortázar et al. (2007) implementan un modelo de 3 factores tipo Vasicek (1977) con el cual generan estructuras de tasas que son comercializadas por la compañía RiskAmerica. Este modelo es presentado en tiempo continuo y la estimación de parámetros se realiza a través del uso del filtro de Kalman. En dicho trabajo la función de pérdida se basa en el error porcentual con respecto al precio observado, esto implica que la estimación de los parámetros permite el cálculo de los factores dinámicos que generan precios ficticios de bonos cero-cupón. Utilizando estos precios ficticios el procedimiento descuenta los flujos de los bonos en análisis. Debido a que los factores dinámicos presentan una estructura lineal, el problema debe ser aproximado en primer orden de forma que el filtro de Kalman pueda ser aplicado.

Por otra parte, Alfaro (2011) presenta un modelo en tiempo discreto que corresponde a la simplificación de Campbell et al. (1997) a través del supuesto de que el bono a descuento se valoriza a través de la ecuación de Euler y que el término de Jensen es ignorable. Dado este supuesto el modelo permite fácilmente la incorporación de múltiples factores de modo que es posible obtener el modelo de RiskAmerica simplificado y una versión dinámica del modelo de Nelson y Siegel (1987) siguiendo la propuesta de Diebold y Li (2006). El modelo de Nelson-Siegel ha sido ampliamente usado por bancos centrales y otras instituciones financieras internacionales (Coroneo et al, 2008) y en general su estimación utiliza directamente las tasas de interés para lo cual se debe hacer un supuesto para asociar las tasas de rendimiento de los bonos (TIR) con una madurez específica.

En esta nota analizamos el problema empírico de utilizar la aproximación TIR/duración. Esta consiste en asignar a las TIR's una madurez equivalente a la duración del bono en la estimación de la estructura de tasas. El principal aporte de este trabajo es la cuantificación de este error y su comparación con utilizar directamente la madurez del bono. En este último caso se ignora el efecto de la tasa de cupón por lo que los cálculos serían correctos bajo los siguientes escenarios: las tasas de cupón son pequeñas, la estructura de tasas es relativamente plana o el analista está interesado en el tramo corto de la estructura de tasas donde duración y madurez son similares. Sobre la base de 3 estructuras observadas para el caso de Chile, registramos que el máximo error cometido con el uso de la madurez es del orden de 30 puntos base (pb), mientras la aproximación con duración reduce la cifra a 8pb si se utiliza a la par y 5pb en el caso exacto.

II. Modelo para la Estructura de Tasas en Chile

Para estimar la estructura de tasas usamos el modelo Nelson-Siegel. Este no solo ha sido exitoso para los ajustes empíricos de estructuras de tasas sino que además contiene implicancias económicas que pueden ser interesantes para el análisis dinámico del mercado de instrumentos de renta fija. Basados en Alfaro (2011) trabajaremos en una versión discreta del modelo Dinámico de Nelson-Siegel (DNS)¹:

$$z_{nt} = \lambda_{1t} + \frac{\lambda_{2t}}{n} \left(\frac{1-\phi^n}{1-\phi} \right) + \frac{\lambda_{3t}}{n} \left[\left(\frac{1-\phi^n}{1-\phi} \right) - n\phi^{n-1} \right], \quad (1)$$

donde z_{nt} es la tasa en t de un bono cero-cupón que tiene vencimiento en el período $t+n$., λ_{1t} corresponde a la tasa más larga de la economía, λ_{2t} al negativo del premio por plazo, λ_{3t} es un factor que da flexibilidad al ajuste en las estimaciones de las curvas y ϕ es el

¹ Alfaro (2011) revisa en detalle la derivación teórica de este modelo bajo el supuesto de valoración con la ecuación de Euler y cuando el término de Jensen es ignorable.

parámetro de persistencia de los factores². De esta forma la ecuación indica que la tasa de interés puede ser explicada por la combinación de factores dinámicos y la madurez del bono. En la industria los factores se denominan nivel, pendiente y curvatura. Notamos que para la tasa de descuento de un bono con madurez un mes ($n = 1$) tenemos que $z_{1t} = \lambda_1 + \lambda_2$, esto porque el argumento que acompaña al tercer factor toma valor cero.

III. Cuantificación del Error

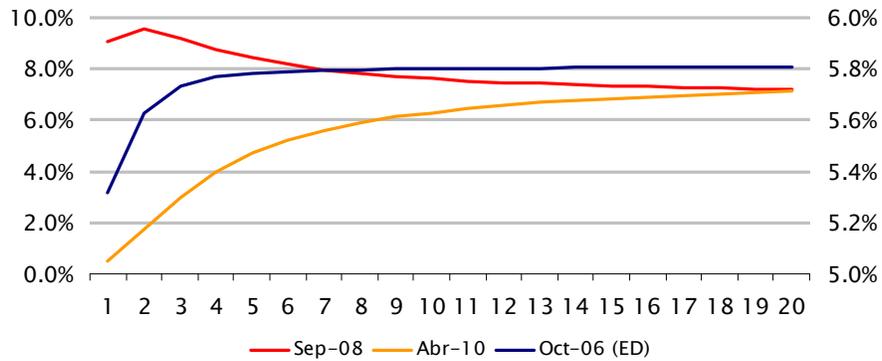
En esta sección cuantificamos el error de utilizar la aproximación TIR/duración utilizando tres estimaciones de la estructura de tasas nominales en Chile bajo el modelo de (1). Con los parámetros estimados calculamos los precios de los bonos nominales emitidos por el Banco Central de Chile (BCP) a 2, 5 y 10 años. Estos bonos son bullet, es decir pagan cupones con un interés fijo y amortizan todo el capital en el último período. Por simplicidad consideraremos para su valoración que los cupones son pagados anualmente. Con los precios de los bonos se estima numéricamente la TIR y con ésta última, más la información de la tasa de cupón, la duración (D) de cada uno de los bonos bajo análisis. El paso final del procedimiento consiste en utilizar esta duración (D) en la ecuación (1) para obtener una tasa ficticia. De esta forma, diremos que la aproximación TIR/duración es razonable si la tasa obtenida de este procedimiento es similar a la TIR.

1. Estimación de la Estructura de Tasas

Utilizando la ecuación (1) se estima la estructura de tasas de interés nominal para Chile para tres fechas específicas: Octubre 2006, Septiembre 2008 y Abril 2010. Estas fechas nos permiten obtener tres perfiles de la estructura de tasa diferentes. En particular, la primera fecha muestra una estructura virtualmente plana, mientras que la fecha escogida del 2008 presenta una estructura con pendiente negativa y finalmente la estructura observada el 2010 representa una pendiente positiva (gráfico 1).

Gráfico 1: Estimaciones de la Estructura de Tasas Nominal

² Alfaro (2009) presenta una revisión de la literatura empírica de estos modelos para Chile encontrando que la estimación de ρ es del orden de 0.9, lo que es consistente con el valor 0.94 reportado por Diebold y Li (2006) para el caso de EEUU.



Fuente: Elaboración propia

Para la estimación de la estructura de tasas utilizamos el valor del parámetro de persistencia reportado por Alfaro (2009) en la revisión bibliográfica, es decir $\phi = 0.9$ cuando la madurez se mide en meses. Considerando este parámetro los factores dinámicos de la ecuación (1) fueron estimados por Mínimos Cuadrados Ordinarios. Los resultados confirman lo observado gráficamente debido a que el valor del segundo factor para el 2006 es cercano a cero, mientras que para las otras fechas los valores son consistentes con la pendiente de la estructura de tasas (Tabla 1).

Tabla 1: Parámetros de la Estructura de Tasas (porcentaje)

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
λ_1	7.93	6.78	5.82
λ_2	-7.43	2.31	-0.50
λ_3	-3.97	3.60	0.39

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior observamos que para Abril 2010, el valor de la tasa corta a un mes es 0.5%, dicha estimación es consistente con la Tasa de Política Monetaria del período. Por otra parte la estimación de la tasa a un año (12 meses) se obtiene como sigue³:

³ En Anexo 1 se presenta un código VBA del modelo.

$$z_{12t} = 7.93\% - \frac{7.43\%}{12} \left(\frac{1-0.9^{12}}{1-0.9} \right) - \frac{3.97\%}{12} \left[\left(\frac{1-0.9^{12}}{1-0.9} \right) - 12 \cdot 0.9^{11} \right] = 2.36\% .$$

2. Valorizando bonos nominales: BCP2, BCP5 y BCP10

Para calcular el precio de los bonos a 2, 5 y 10 años emitidos por el Banco Central de Chile (BCP's) asumimos que estos pagan un cupón de 3%, 5% y 8% respectivamente. Estas tasas de cupón son consistentes con las observadas a la fecha del presente estudio. Con esto los flujos de cada bono son descontados a las tasas de interés obtenidas de las estimaciones de las estructuras de tasas anteriormente presentadas y de esta forma los precios de los bonos son obtenidos (Tabla 2).

Por ejemplo el caso del BCP5 valorado el 2010. Para ello notamos que las tasas de 1 a 5 años son: 2.36%, 3.91%, 4.93%, 5.60% y 6.04%.

$$BCP5 = \frac{5}{1+2.36\%} + \frac{5}{(1+3.91\%)^2} + \frac{5}{(1+4.93\%)^3} + \frac{5}{(1+5.60\%)^4} + \frac{105}{(1+6.04\%)^5} = 96.17$$

Tabla 2: Precios de los bonos

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
BCP2	98.32	89.88	94.95
BCP5	96.17	88.70	96.62
BCP10	109.3	104.0	116.3

Fuente: Elaboración propia

3. Cálculo de TIR y Duración

Con los precios de los bonos se calcula la TIR de forma numérica (Tabla 3). Esta tasa es usualmente presentada en los reportes de transacciones de renta fija. Por ejemplo el caso del BCP5 valorado el 2010. Para ello notamos que

$$96.17 = \frac{5}{1+TIR} + \frac{5}{(1+TIR)^2} + \frac{5}{(1+TIR)^3} + \frac{5}{(1+TIR)^4} + \frac{105}{(1+TIR)^5} \Rightarrow TIR = 5.91\%$$

Tabla 3: TIR de los bonos (porcentaje)

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
BCP2	3.89	8.73	5.74
BCP5	5.91	7.82	5.80
BCP10	6.69	7.41	5.81

Fuente: Elaboración propia

Antes de calcular la duración con la TIR calculemos las tasas cero estimadas cuando se ignora el cupón. En dicho caso es válido utilizar (1) donde n representa directamente la madurez de los bonos: 24, 60 y 120 meses respectivamente. Estos resultados debieran estar influenciados por la tasa de cupón, la madurez y las características de la curva de rendimiento. En particular para una baja tasa de cupón, una baja madurez o una curva plana estos cálculos debieran entregar valores similares a las TIR's observadas. Los resultados para los períodos bajo análisis corroboran esto (Tabla 4)

Tabla 4: Tasa Cero utilizando madurez (porcentaje)

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
BCP2	3.91	8.73	5.74
BCP5	6.04	7.76	5.80
BCP10	6.98	7.27	5.81

Fuente: Elaboración propia

Dada las TIR's anteriores se calcula la duración de los bonos utilizando la información de las tasas de cupón las cuales se asumen que se pagan anualmente. Por ejemplo para el caso del BCP5 valorado el 2010, tenemos que:

$$D_{BCP5} = \frac{1}{P_{BCP5}} \left[\frac{1 \cdot 5}{1+TIR} + \frac{2 \cdot 5}{(1+TIR)^2} + \frac{3 \cdot 5}{(1+TIR)^3} + \frac{4 \cdot 5}{(1+TIR)^4} + \frac{5 \cdot 105}{(1+TIR)^5} \right]$$

$$= \frac{1}{96.17} \left[\frac{1 \cdot 5}{1+5.91\%} + \frac{2 \cdot 5}{(1+5.91\%)^2} + \frac{3 \cdot 5}{(1+5.91\%)^3} + \frac{4 \cdot 5}{(1+5.91\%)^4} + \frac{5 \cdot 105}{(1+5.91\%)^5} \right]$$

Resolviendo la expresión llegamos 4.54 que corresponde a la cifra presentada en la Tabla 5. En la práctica la duración es poco sensible a cambios en la estructura de tasas de interés por lo cual algunos analistas utilizan valores de referencia. Bajo este paradigma podemos considerar el cálculo de la duración a la par (D^P), la cual se obtiene bajo el supuesto que la tasa de cupón es idéntica a la TIR. Para el caso del bono bullet existe una expresión cerrada (Baz y Chacko, 2004):

$$D^P = \left(\frac{1+TIR}{TIR} \right) \left[1 - \frac{1}{(1+TIR)^n} \right]. \quad (2)$$

La duración a la par es una aproximación cruda de la curva debido a que ajusta el efecto de los cupones pero considerándolos con valores cercanos a la TIR. Su utilización se justifica en el caso en que se desconozcan las tasas de los cupones.

Tabla 5: Duración de los bonos (en años)

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
BCP2	1.97 (1.96)	1.97 (1.92)	1.97 (1.95)
BCP5	4.54 (4.47)	4.51 (4.33)	4.54 (4.48)
BCP10	7.38 (7.60)	7.31 (7.40)	7.46 (7.86)

Nota: Valores son duración exacta y a la par (en paréntesis).

Fuente: Elaboración propia

Notamos que las diferencias entre la duración y la duración a la par son pequeñas. Sin embargo, los resultados en la estimación de la TIR presentan variaciones significativas.

4. Cálculo de la Tasa Cero y comparación con TIR

Finalmente con las duraciones obtenidas arriba se estiman tasas efectivas obtenidas de reemplazar n con el valor D en la ecuación (1). Las diferencias con respecto a las TIR's reportadas en la Tabla 3 implican un error máximo de 5 puntos bases cuando se utiliza la duración exacta y 8 puntos base en el caso que se aplique la duración a la par (Tabla 6).

Tabla 6: Tasa Cero para la duración de los bonos (porcentaje)

	Abr-10	Sep-08	Oct-06
BCP2	3.87 (3.86)	8.74 (8.77)	5.74 (5.74)
BCP5	5.86 (5.83)	7.85 (7.90)	5.80 (5.80)
BCP10	6.64 (6.68)	7.45 (7.44)	5.81 (5.81)

Nota: Cálculos utilizan duración exacta y a la par (en paréntesis).

Fuente: Elaboración propia

De esta forma notamos que las aproximaciones por duración entre resultados razonables para las estructuras analizadas. Las diferencias con respecto al uso de madurez se hacen poco significativas para el caso del BCP2 y cuando la curva es plana (Octubre 2006).

IV. Generalización de los Resultados

Los resultados de la sección anterior pueden ser generalizados para diferentes estructuras de tasas. En esta sección consideramos ejercicios numéricos con distintas combinaciones de los factores λ_2 (negativo de la pendiente) y λ_3 (curvatura). Debido a que el interés radica en el uso de las aproximaciones con respecto a TIR y no en el precio de los bonos es que el primer factor no es relevante dado que su valor es absorbido en el cálculo de la TIR. De esta forma fijamos dicho valor en 3%⁴.

⁴ Notamos que este valor si tiene efecto en la estimación de duración a la par debido a que un cambio paralelo en la curva de rendimiento afecta el valor del bono y por tanto invalida el supuesto de valor par. Para evitar confusiones se excluye la duración a la par en la presente sección.

Tabla 7: Resultados para bono a 2 años (puntos base)

	Madurez									Duración									
Cupón = 3%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	2	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-2	-2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	
-6	2	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	
-4	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	
-2	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	
0	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-1	-1	0	0	0	0	1	1	1	
2	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	-1	0	0	0	0	1	1	1	1	
4	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	0	0	0	0	1	1	1	1	2	
6	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	0	0	0	1	1	1	1	2	2	
8	3	2	1	1	0	-1	-1	-2	-3	0	0	1	1	1	1	2	2	2	
Cupón = 5%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-3	-3	-2	-2	-2	-1	-1	0	0	
-6	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-3	-2	-2	-2	-1	-1	0	0	1	
-4	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-2	-2	-2	-1	-1	0	0	0	1	
-2	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-2	-2	-1	-1	0	0	0	1	1	
0	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-2	-1	-1	0	0	0	1	1	2	
2	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-1	-1	0	0	0	1	1	2	2	
4	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-1	0	0	0	1	1	2	2	3	
6	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	0	0	0	1	1	2	2	3	3	
8	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	0	0	1	1	2	2	3	3	3	
Cupón = 8%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	6	4	3	1	0	-2	-3	-5	-7	-5	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	0	
-6	6	5	3	1	0	-2	-3	-5	-7	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	
-4	6	5	3	1	0	-2	-3	-5	-7	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	
-2	6	5	3	2	0	-2	-3	-5	-7	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	
0	6	5	3	2	0	-2	-3	-5	-7	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	3	
2	7	5	3	2	0	-2	-3	-5	-7	-2	-1	-1	0	1	1	2	3	3	
4	7	5	3	2	0	-1	-3	-5	-6	-1	-1	0	1	1	2	3	3	4	
6	7	5	4	2	0	-1	-3	-5	-6	-1	0	1	1	2	2	3	4	5	
8	7	5	4	2	0	-1	-3	-5	-6	0	1	1	2	2	3	4	4	5	

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados para el bono a 2 años son consistentes con el hecho que la aproximación por madurez es apropiada para las tasas del tramo corto (Tabla 7). Al extender el análisis a los bonos de 5 y 10 años se observa que el uso de la madurez pierde validez toda vez que se ignora el efecto cupón en los cálculos (Tablas 8 y 9). De hecho para valores moderados de pendiente y curvatura el uso de madurez conlleva un error superior a 10pb mientras que la aplicación de duración se mantiene los errores acotados.

Tabla 8: Resultados para bono a 5 años (puntos base)

	Madurez									Duración									
Cupón = 3%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	10	9	7	5	4	2	0	-1	-3	-5	-4	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-2	
-6	10	8	6	5	3	1	-1	-2	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-1	
-4	9	7	5	4	2	0	-2	-3	-5	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-1	-1	0	
-2	8	6	4	3	1	-1	-3	-4	-6	-2	-2	-2	-1	-1	-1	0	0	1	
0	7	5	3	2	0	-2	-3	-5	-7	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	2	
2	6	4	3	1	-1	-3	-4	-6	-8	0	0	0	1	1	1	2	2	3	
4	5	3	2	0	-2	-4	-6	-7	-9	0	1	1	2	2	2	3	4	4	
6	4	2	1	-1	-3	-5	-7	-8	-10	1	2	2	3	3	4	4	5	5	
8	3	1	0	-2	-4	-6	-8	-9	-11	2	3	3	4	4	5	5	6	6	
Cupón = 5%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	16	14	11	9	6	3	1	-2	-5	-7	-7	-7	-6	-6	-5	-5	-4	-3	
-6	15	12	10	7	5	2	-1	-4	-6	-6	-6	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	
-4	14	11	8	6	3	0	-2	-5	-8	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	
-2	12	10	7	4	2	-1	-4	-7	-9	-3	-3	-3	-2	-1	-1	0	0	1	
0	11	8	5	3	0	-3	-6	-8	-11	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	3	
2	9	7	4	1	-2	-4	-7	-10	-13	-1	0	0	1	2	2	3	4	5	
4	8	5	2	0	-3	-6	-9	-11	-14	1	1	2	2	3	4	5	5	6	
6	6	4	1	-2	-5	-7	-10	-13	-16	2	3	3	4	5	5	6	7	8	
8	5	2	-1	-3	-6	-9	-12	-15	-18	4	4	5	6	6	7	8	9	10	
Cupón = 8%																			
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
-8	24	21	17	13	9	5	1	-3	-7	-11	-10	-9	-9	-8	-8	-7	-6	-5	
-6	22	18	15	11	7	3	-1	-5	-9	-9	-8	-8	-7	-6	-5	-5	-4	-3	
-4	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-7	-6	-6	-5	-4	-3	-2	-2	0	
-2	18	14	10	6	2	-2	-6	-10	-14	-5	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	
0	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-3	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	
2	14	10	6	2	-2	-6	-10	-15	-19	-1	0	0	1	2	3	4	5	7	
4	12	8	4	0	-5	-9	-13	-17	-21	1	2	3	3	4	6	7	8	9	
6	9	5	1	-3	-7	-11	-15	-19	-24	3	4	5	6	7	8	9	10	12	
8	7	3	-1	-5	-9	-13	-18	-22	-26	5	6	7	8	9	10	12	13	14	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 9: Resultados para bono a 10 años (puntos base)

	Madurez									Duración								
Cupón = 3%																		
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-8	17	15	12	10	8	5	3	1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2
-6	15	13	11	8	6	3	1	-1	-4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1
-4	13	11	9	6	4	1	-1	-3	-6	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	0
-2	12	9	7	4	2	0	-3	-5	-8	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	1
0	10	7	5	2	0	-2	-5	-7	-10	-1	-1	0	0	0	0	1	1	1
2	8	5	3	1	-2	-4	-7	-10	-12	0	0	0	0	1	1	1	2	2
4	6	3	1	-1	-4	-6	-9	-12	-14	1	1	1	1	2	2	2	3	3
6	4	2	-1	-3	-6	-9	-11	-14	-16	1	1	2	2	2	3	3	4	4
8	2	0	-3	-5	-8	-11	-13	-16	-18	2	2	3	3	3	4	4	5	5
Cupón = 5%																		
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-8	26	22	19	15	12	8	4	1	-3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-3	-3
-6	23	19	16	12	9	5	1	-2	-6	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-3	-2	-2
-4	20	17	13	9	6	2	-1	-5	-9	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-1	-1	0
-2	17	14	10	7	3	-1	-4	-8	-12	-2	-2	-1	-1	-1	0	0	0	1
0	15	11	7	4	0	-4	-7	-11	-15	-1	-1	-1	0	0	0	1	2	2
2	12	8	4	1	-3	-7	-11	-14	-18	0	0	0	1	1	2	2	3	4
4	9	5	1	-2	-6	-10	-14	-17	-21	1	1	1	2	2	3	4	4	5
6	6	2	-1	-5	-9	-13	-17	-21	-24	2	2	3	3	4	4	5	6	7
8	3	-1	-4	-8	-12	-16	-20	-24	-28	3	3	4	4	5	6	6	7	8
Cupón = 8%																		
$\lambda_3 \setminus \lambda_2$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-8	36	31	26	21	16	11	6	1	-4	-6	-6	-6	-6	-6	-5	-5	-5	-4
-6	32	27	22	17	12	7	2	-3	-8	-5	-5	-5	-5	-4	-4	-4	-3	-2
-4	28	23	18	13	8	3	-2	-7	-12	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-1	-1
-2	24	19	14	9	4	-1	-6	-11	-17	-3	-3	-2	-2	-2	-1	0	0	1
0	20	15	10	5	0	-5	-10	-16	-21	-2	-1	-1	-1	0	1	1	2	3
2	16	11	6	1	-4	-9	-15	-20	-25	0	0	0	1	2	2	3	4	5
4	12	7	2	-3	-8	-14	-19	-24	-30	1	2	2	3	3	4	5	6	7
6	8	3	-2	-7	-13	-18	-23	-29	-34	3	3	4	4	5	6	7	8	9
8	4	-1	-6	-11	-17	-22	-28	-33	-38	4	5	5	6	7	8	9	10	11

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

En los ejercicios presentados para tres fechas de la estructura de tasas, bajo el modelo Nelson-Siegel, notamos que la aproximación TIR/duración, presenta un error máximo de 5 a 6pb, esto contrasta con los 30pb que se obtienen si se aplica directamente la madurez. Similares resultados se obtienen a considerar variadas combinaciones de pendientes y curvaturas. En términos generales la aproximación propuesta con duración es superior que el uso directo de la madurez.

Referencias

- Alfaro, R. (2009) “La Curva de Rendimiento bajo Nelson-Siegel” Documento de Trabajo N°531, Banco Central de Chile.
- Alfaro, R. (2011) “Affine Nelson-Siegel Model” *Economics Letters* 110(1):1-3
- Baz, J. y G. Chacko (2004) *Financial Derivatives: Pricing, Applications, and Mathematics*, Cambridge University Press.
- Campbell, J., A. Lo y A. MacKinlay (1997) *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press
- Coroneo, L., K. Nyholm y Rositsa Vidova-Koleva (2008) “How arbitrage-free is the Nelson-Siegel Model?” Working Paper N° 874, European Central Bank.
- Cortázar, G., E. Schwartz y L. Naranjo (2007) “Term Structure Estimation in Markets with Infrequent Trading,” *International Journal of Finance and Economics* 12: 353-369.
- Cox, J., J. Ingersoll y S. Ross (1985) “A Theory of the Term Structure of Interest Rate” *Econometrica* 53:385-407
- Diebold, F. y C. Li (2007) “Forecasting the term structure of government bond yield” *Journal of Econometrics* 130:337-364.
- Nelson, C. y A. Siegel (1987) “Parsimonious Modeling of Yield Curve” *The Journal of Business* 60(4):473-489.
- Vasicek, O. (1977) “An Equilibrium Characterization of the Term Structure” *Journal of Financial Economics* 5:177-188

Anexo 1: Código VBA para modelo Nelson-Siegel

```
Function NS(Lamb1, Lamb2, Lamb3, n, Phi)
    Dim Fn, Gn As Double
    Fn = (1 - Phi ^ n) / (1 - Phi)
    Gn = Fn - n * (Phi ^ n) / Phi
    NS = Lamb1 + (Lamb2 * Fn + Lamb3 * Gn) / n
End Function
```

**Documentos de Trabajo
Banco Central de Chile**

**Working Papers
Central Bank of Chile**

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: bcch@bcentral.cl.

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper. Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: bcch@bcentral.cl.

DTBC – 615 Marzo 2011
Chilean Export Performance: The Rol of Intensive and Extensive Margins.
Matías Berthelon

DTBC – 614 Febrero 2011
Does Linearity of the Dynamics of Inflation Gap and Unemployment Rate Matter?
Roque Montero

DTBC – 613 Febrero 2011
Modeling Copper Price: Regime Switching Approach
Javier García – Cicco y Roque Montero

DTBC – 612 Febrero 2011
Riding the Roller Coaster: Fiscal Policies of Non-renewable Resources Exporters in Latin America and the Caribbean.
Mauricio Villafuerte Pablo López-Murphy y Rolando Ossowski

DTBC – 611 Febrero 2011
Seigniorage and Distortionary Taxation in a Model with Heterogeneous Agents and Idiosyncratic Uncertainty
Sofía Bauducco

DTBC – 610 Febrero 2011
Stress Tests for Banking Sector: A technical Note
Rodrigo Alfaro y Andrés Sagner

DTBC – 609	Febrero 2011
Riding the Roller Coaster: Fiscal Policies of Nonrenewable Resources Exporters in Latin American and the Caribbean Mauricio Villafuerte, Pablo López – Murphy and Rolando Ossowski	
DTBC – 608	Febrero 2011
Floats, Pegs and the Transmission of Fiscal Policy Giancarlo Corsetti, Keith Kuester and Gernot J. Müller	
DTBC – 607	Enero 2011
A Bunch of Models, a Bunch of Nulls and Inference About Predictive Ability Pablo Pincheira	
DTBC – 606	Enero 2011
College Risk and Return Gonzalo Castex	
DTBC – 605	Enero 2011
Determinants of Export Diversification Around The World: 1962 – 2000 Manuel R. Agosin, Roberto Álvarez y Claudio Bravo-Ortega	
DTBC – 604	Enero 2011
A Solution to Fiscal Procyclicality: the Structural Budget Institutions Pioneered by Chile Jeffrey Frankel	
DTBC – 603	Diciembre 2010
Eficiencia Bancaria en Chile: un Enfoque de Frontera de Beneficios José Luis Carreño, Gino Loyola y Yolanda Portilla	
DTBC – 602	Diciembre 2010
Chile’s Structural Fiscal Surplus Rule: A Model – Based Evaluation Michael Kumhof y Douglas Laxton	
DTBC – 601	Diciembre 2010
Price Level Targeting and Inflation Targeting: a Review Sofía Bauducco y Rodrigo Caputo	